Mechanics

拉格朗日方程：$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot q_i}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_i}=0$

（$L=K-U$，广义动量守恒）

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial k}{\partial \dot q_i}\right)-\frac{\partial k}{\partial q_i}=F_x\frac{\partial x}{\partial q_i}+F_y\frac{\partial y}{\partial q_i}+F_z\frac{\partial z}{\partial q_i}$

一般：（q_i 设为广义坐标）

条件：保守力 $\nabla\times\vec F=0$

在保守力下有势

$\vec F(\vec r)=-\nabla U(\vec r)$（力与势能梯度方向相反）

功能定理 / 能量守恒：$K+U=C$

方法：Lagrangian

力学分析

应用：坐标变换较复杂的情况

能量

对称性 / 守恒定律

旋转

守恒

（动量守恒中质点一定动量守恒）

动量（质点）

$I=mr^2$

r：点一转轴

刚体：叠加积分

平行轴定理：

$I=I_{cm}+md^2$

I：

转动与角动量

（刚体、质点系）

$\tau=\vec r\times\vec F$（力矩）

$L=\vec r\times\vec p$（角动量）

关系：$\tau=\frac{dL}{dt}$　$\tau=I\alpha$

角动量守恒：无外力矩，则 L 不变

能量：$E=\frac{1}{2}I\omega^2$ 也满足能量守恒

（无外力矩或变化时守恒）

推广：对某点的 τ、L：

$\vec r$：参考点→受力点的矢

F　r　参考

p　r　参考

量纲分析 MLT

$\boxed{F=ma}$

静力学：受力平衡，力矩平衡

实例：Gravity

① 科里奥利力

$F=-2m\vec\omega\times\vec v$　相对运动

② 潮汐：月球引力对地球上不同位置作用不同

（月球对地球上的力，与对地心的引力之差）

$\delta\vec F\approx\frac{GM_m m R_e}{r^3}(2\cos\theta\hat i-\sin\theta\hat j)$

详见

转动参考系的惯性力

$\vec F_{eff}=\vec F_{真}-m\frac{d^2\vec R}{dt^2}-m\frac{d\vec\omega}{dt}\times\vec r$（$\vec r$：旋转参考系中位矢）

$\vec F_{真}$：真实力　$\vec R$：参考系平动　方位力

$-2m\vec\omega\times\vec v_{相对}$（$\vec v$：相对转动参考系速度）

科里奥利力

$-m\vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r)$

离心力（$\vec\omega\times\vec r$：旋转速度）

r：相对转动参考系的位矢

$m\vec a=\vec F+m\vec g$

$-2m\vec\omega\times\vec v$ 相对地球

$-m\vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r)$ 地球

（在地球上）

对地面：一般忽略

离心力（f）

运动

天体运动

Kepler 定律

椭圆

等面积 角动量守恒

$\frac{a^3}{T^2}=k$

滚动

f　v　F

质心运动：$F-f=ma$

刚体转动：$fr=I\alpha$

接触点合速度：$\vec V_{质心}+\vec V_{转动}=0$

进动

轮子一边转动一边绕轴转动

对轮子：角动量 $m\cdot\vec r\times\vec v$

角动量大小不变，方向改变

原因：有外力力矩

力矩动（质点）

分力 $\vec F_{net}=\Sigma\vec F$

$\vec F=m\vec a$

运动

直线

$a(t)=\frac{dv(t)}{dt}$

$v(t)=\frac{dx(t)}{dt}$

数值求解

曲线

一般：极坐标

平/斜抛物

圆周 $F=\frac{mv^2}{r}$　$\omega=\frac{d\theta}{dt}$

特解

基础定理：

$\vec r$：圆心向外

$\vec\omega=\frac{d\theta}{dt}\hat w$

$\vec v=\vec\omega\times\vec r$

$\vec\alpha=\frac{d\vec\omega}{dt}$

$\vec a=-\omega^2\vec r$

一般：$\vec r=r\hat r$

$\hat r=\hat i\cos\theta+\hat j\sin\theta$

$\hat\theta=-\hat i\sin\theta+\hat j\cos\theta$

$\dot{\hat r}=\dot\theta\hat\theta$

$\dot{\hat\theta}=-\dot\theta\hat r$

$\vec v=\frac{d\vec r}{dt}=\dot r\hat r+r\frac{d\hat r}{dt}$

$=\boxed{\dot r\hat r+r\dot\theta\hat\theta}$（法向，切向）

$\vec a=\frac{d\vec v}{dt}=\ddot r\hat r+\dot r\dot\theta\hat\theta$ →法向运动

$+(\dot r\dot\theta+r\ddot\theta)\hat\theta$

$-r\dot\theta^2\hat r$

切向旋转

$=\boxed{(\ddot r-r\dot\theta^2)\hat r\ \text{法向}+(2\dot r\dot\theta+r\ddot\theta)\hat\theta\ \text{切向}}$

Oscillations

Waves

能量：动+势 $\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$

$E=\frac{F_0^2}{8m(\omega^2-\omega_0^2)^2}$

类型	简谐	阻尼	受迫
微分方程	$ma=-kx$ $\boxed{\ddot{x}=-\frac{k}{m}x}$	$ma=-kx-bv$ $\ddot{x}+\frac{b}{m}\dot{x}+\frac{k}{m}x=0$	$ma=-kx-bv+f\cos\omega t$ $\ddot{x}+\frac{b}{m}\dot{x}+\frac{k}{m}x=\frac{f}{m}\cos\omega t$
解	$x=C_1\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t+C_2\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t$ $x=A\sin(\sqrt{\frac{k}{m}}t+\varphi)$	$x=Ae^{-\frac{b}{2m}t}\sin(\frac{\sqrt{4km-b^2}}{2m}t+\varphi)$	
物理含义	仅受回复力，力与距离成正比	受回复力和与速度方向相反 $f=bv$	阻尼振动受迫，受除此之外的动力，发生振动 ~~……~~
实例	单摆 $\ddot{x}=-g\frac{x}{l}$ 量子力学	(b非常小)	Takoma
附注	$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ $k=\frac{1}{2}kA^2\sin^2\theta$ $E_{总}=\frac{1}{2}kA^2$	衰减（指数） $E=\frac{1}{2}m(\dot{x})^2$ $=\frac{4km-b^2}{8}A^2e^{-\frac{b}{m}t}$	共振：振幅最大，固有/驱动力频率

ω

$\Delta\omega=\frac{b}{m}$

$\omega_{max}=\sqrt{\omega_0^2-2\alpha^2}$

通解：$x=Ae^{-\frac{b}{2m}t}\sin(\frac{\sqrt{4km-b^2}}{2m}t+\varphi)$

特解：$x=\frac{f}{\sqrt{b^2\omega^2+(\omega^2m-k)^2}}\sin(\omega t+\varphi)$

$\frac{f}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\alpha^2\omega^2}}\cos(\omega t+\varphi)$

ω_0：固有频率 $\sqrt{\frac{k}{m}}$ $\alpha=\frac{b}{2m}$

ω：外力频率

当 $\omega=\sqrt{\omega_0^2-2\alpha^2}$ 最大

振动

关于力场：$F(x)=-\frac{dU}{dx}(x)$

$=d(U(x_0)+U'(x_0)(x-x_0)+U''(x_0)(x-x_0)^2)$

$=-U'(x_0)-U''(x_0)(x-x_0)$

$=-U''(x_0)(x-x_0)$

稳定 $U'(x_0)=0$，$U''(x_0)>0$ 简谐

波

波方程

$T\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=u\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$

含义：T：张力 u：线密度

适用范围：1. 振动

举例：一、二、三次谐波：（频率规律）

简谐振动合成

驻波：无穷多个mode叠加的谐波

实例：

驻波：$z=f(x)g(t)$

结点 node：位移为0处

$f(x)=0$

简谐形式：$z=z_0\sin(kx+\alpha)\sin(\omega t+\varphi)$

$T=\frac{2\pi}{\omega}$ $\lambda=\frac{2\pi}{k}$

行波：$z=f(x,t)$

简谐行波：$z=f(x-vt)$

$=z_0\sin(k(x-vt)+\varphi)$

$v=\sqrt{\frac{T}{u}}$ $\lambda=\frac{2\pi}{k}$ $T=\frac{2\pi}{kv}=\frac{\lambda}{v}$

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\frac{1}{v^2}$

$\omega=kv$

实例：声速

$v_{solid}=\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$

$v_{gas}=\sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$

$v_{海啸}=\sqrt{g\cdot 水深}$

≈ 1

一天一次：… 二次：…

波的传播

折射 反射

①：低密度→高密度：（类比折射）

反射：波关于分界面做对称

透射

边界条件：$z_1+z_2=z_3$ (x)

(T) (R)

②高密度→低密度（类比折射）

$\begin{cases} z_1(x)+z_2(x)=z_3(x) \\ \frac{\partial z_1(x)}{\partial x}+\frac{\partial z_2(x)}{\partial x}=\frac{\partial z_3(x)}{\partial x}\end{cases}$

$E_1=E_2+E_3$

干涉

$z(x,t)=z_1(x,t)+z_2(x,t)$

特殊情况（简谐）

$z(x,t)=z_0\sin(kx+\omega t+\varphi_1)+z_0\sin(kx+\omega t+\varphi_2)$

$=z_0\sin\left(\frac{(kx+\omega t+\varphi_1)+(kx+\omega t+\varphi_2)}{2}\right)\cos\left(\frac{(kx+\omega t+\varphi_1)-(kx+\omega t+\varphi_2)}{2}\right)$

$=2z_0\sin(kx+\omega t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2})\cos(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2})$

实例：

① Beats 两不同频率的

$z_0\sin(k_1x-\omega_1t)$，$z_0\sin(k_2x-\omega_2t)$

合成为 $2z_0\sin(\frac{k_1+k_2}{2}x-\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t)\cos(\frac{k_1-k_2}{2}x-\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t)$

$f=\frac{\omega_1-\omega_2}{4\pi}=\frac{f_1-f_2}{2}$ ($\omega_1-\omega_2$ 更小，更明显)

($f_{pause}=2f_{beats}$)

人听到的是 pause

多普勒效应（假设 v 相向、反向）

① 波源动：（实际波长改变）

$\lambda'=(u-v)T$

$f\lambda'=u$，$f=\frac{u}{u-v}f_0$

② 观察者动（实际波长不变，接收频率改变）

原先：1T 接收 $\frac{uT}{\lambda}$ 个波长

现在：1T 接收 $(u+v)T$ 的波长

$f=\frac{u+v}{u}f_0$

③ 双缝干涉

假设两缝为波源，用路程差引入，在 Taylor 展开，近似

波的能量（横波）

$P=\vec{F}\cdot\vec{v}$

对简谐波（平均）：$\boxed{P=\frac{1}{2}u\omega^2z_0^2v}$

声波能量：

Intensity

$I=\frac{P}{S}$ P→功率 S→面积

$\beta=10\log_{10}(\frac{I}{I_0})dB$ 标准分贝

波源运动速度大于波速时：

$\Delta_{波}=V_wt$

$\Delta_{动}=V_st$

$\sin\theta=\frac{V_w}{V_s}$

liquid:

④湍流

$Re = \frac{\rho L v}{\eta}$

η:粘度
ρ:密度
v:速度
L:液体直径
↓
(特征长度:如圆球直径等)

Re 小:层流
大:湍流

大概 <2000 层
>>2000 湍

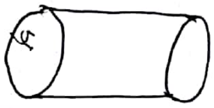
基础: $\rho = \frac{m}{V}$, $p = \rho g h$, $F_{浮} = \rho_{液} g V_{排}$

① 伯努利方程: 假设无粘度,无湍流

连续方程: $v_1 A_1 = v_2 A_2$ $\boxed{(一个管子,体积流速)}$

伯努利方程: $p_1 + \frac{1}{2}\rho_1 v_1^2 + \rho_1 g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho_2 v_2^2 + \rho_2 g h_2$ ——定性:流体速度大压强小

② 有粘性: 泊肃叶定则



长 L,距中心 r 的液体流速: $v(r) = \frac{\Delta p}{4\eta L}(a^2 - r^2)$ (边缘 v=0)

半径 a,长 L,压强差 Δp 流速: $\frac{dV}{dt} = \frac{\pi a^4 \Delta p}{8\eta L}$

③表面张力

$F_{向上} = \gamma \cdot (2\pi r)\cos\theta$
张力 液体性质

高度: $h = \frac{\gamma(2\pi r)\cos\theta}{\rho \pi r^2 g} = \frac{2\gamma\cos\theta}{\rho r g}$

Solid:

Stress: 作用强度: $S = \frac{F}{A}$

(体积: $p = \frac{F}{A_{总}}$, 假设作用在每个表面)

Strain: 变形程度:

① 压缩: $e = \frac{\Delta L}{L}$ (较小)

② 伸长 (固体被压缩,另两端会伸长)

$\frac{\Delta w}{w} = -\sigma e$ (相当于两边有 $-\sigma e$ 的压缩)

③ 体积: $\frac{\Delta V}{V} = 1 - \{(1-e)(1+\sigma e)(1+\sigma e)\}$
$\approx e$ (σ 较小)

模量 Modulus

材料性质:

① 杨氏模量: 压缩: $\frac{S}{e} = Y$

② 体积: $B = -\frac{p}{e_V} = \frac{1}{3}\frac{Y}{1-2\sigma}$

③ 剪切: $G = \frac{F/A}{\Delta L / L}$

④ 剪切:

$L = \sqrt{L_0^2 - \Delta L^2}$

$e = \frac{\Delta L}{L}$

$\frac{L_0 - L}{L_0} = \frac{L_0 - \sqrt{L_0^2 - (\Delta L)^2}}{L_0} \approx \frac{1}{2}e^2$ (二阶小量)

波速: 横波: $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$
纵波: $v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

Thermodynamics

Basic

$PV=nRT=NkT$

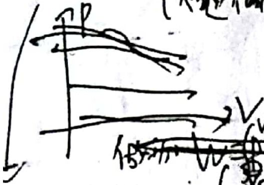
P: 压强(Pa)
V: 体积
T: 温度: 以K为单位, 0K: 绝对零度
n: 物质的量　N: 总分子数
$R=8.31J/(mol\cdot K)$　$k=\frac{R}{N_A}=1.38\times10^{-23}J/K$

理想气体 / 平衡态

一般气体方程: 范德华方程
$$\left[P+a\left(\frac{n}{V}\right)^2\right]\left[\frac{V}{n}-b\right]=RT$$
a: 分子间引力　b: 分子大小

功与能量

可逆与不可逆: 可逆满足 $PV=nRT$; 不可逆不满足, 依赖分子...

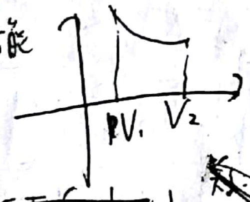


做功: $W=\int PdV$ (有正有负)

内能: 比热容与热容:
- c: 比热容
- c′ 摩尔热容: $c'=Ac$ (摩尔质量)
- C 热容: $C=mc$
- $\Delta Q=mc\Delta T$
  $=C_V\Delta T$ (恒V)
  $=C_P\Delta T$ (恒P)
- $C_P=C_V+nR$
- Q 只与T有关(理想气体)

近似做功…

功与能:



$$W=\int_{V_1}^{V_2}PdV$$ (膨胀为正)

恒压 (~~Isobaric~~)

关系(热一): $\Delta U=-\Delta W+\Delta Q$
内能　对外做功　吸热

过程	做功/热量	方程
恒压 Isobaric	$\Delta W=P\Delta V$, $\Delta Q=C_P(T_2-T_1)$	$\Delta U=-P\Delta V+C_P\Delta T$, $C_P=C_V+nR$
恒温 Isothermal	$\Delta U=0$, $\Delta W=\Delta Q=S$	$\Delta W=\Delta Q=\int_{V_1}^{V_2}PdV=nRT\ln\frac{V_2}{V_1}$
恒容 Isochoric	$\Delta W=0$, $\Delta Q=C(T_2-T_1)$	$\Delta U=\Delta Q=C_V\Delta T$
绝热 adiabatic	$\Delta Q=0$, $\Delta U=-\Delta W$	$PV^{\gamma}=P_0V_0^{\gamma}$ ($\gamma=\frac{C_P}{C_V}$)

效率与热机: $\eta=\frac{W(\text{对外做功})}{Q_h(\text{吸热})}$

热机:

分子动理论

方均根速率: $V_{rms}=\langle v^2\rangle^{1/2}=\sqrt{\frac{3k_BT}{m}}$ (常用)

$V_{平均}=\sqrt{\frac{8k_BT}{\pi m}}$

V_{ml} (最可能) $=\sqrt{\frac{2k_BT}{m}}$

内能理想气体(三维平动 only):
$U=N\langle E_k\rangle=N\langle\frac{1}{2}mv_{rms}^2\rangle$
$=\frac{3}{2}Nk_BT=\frac{3}{2}nRT=\frac{3}{2}PV$

$P=\frac{2U}{3V}$　分子: $\frac{N}{V}v_xdt\cdot\frac{1}{2}$; 动量: $2v_xm$; 压强: $\frac{n\cdot\Delta P}{\Delta tA}$

一般: n自由度:
$P=\frac{2U}{nV}$, $U=\frac{n}{2}PV=\frac{n}{2}k_BTN$

但 V_{rms} 不变　(一自由度均分 $\frac{1}{2}k_BT$)

单原子: 3; 双原子: 5 (<100°C) 7 (高温); 三原子: 6 (<100°C)

热二与熵

表述: 不可能:
1. 热只能[illegible]转换
2. 将[illegible]热传[illegible]

实质: S: 可逆: 孤立 $\Delta S=0$; 不可逆: 孤立 $\Delta S>0$

计算: $dS=\frac{dQ}{T}$ (可逆过程)
$S=\int_{S_1}^{S_2}\frac{dQ}{T}$ (不可逆转化为可逆求熵) (由于是状态量)

恒容: $dQ=C_VdT$, $\Delta S=\int_{T_1}^{T_2}\frac{C_VdT}{T}=C_V\ln\frac{T_2}{T_1}$

恒温: $\Delta S=nR\ln\frac{V_2}{V_1}$

绝热: $\Delta S=0$

任何可逆循环熵不变

可逆: $\Delta S_{总}=\Delta S_{吸}+\Delta S_{放}=0$, 否则 >0

打开任意[illegible]

统计物理

能量为E的量子态概率
速度分布: 一般的 Boltzmann: $f(E)=\frac{1}{Z}e^{-E/k_BT}$

对单维速度: $f(v_x)=\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{1}{2}}e^{-mv_x^2/2k_BT}$　$\int_{-\infty}^{+\infty}f(v_x)dv_x=1$

三维积分: $f(\vec{v})=\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-mv^2/2k_BT}$

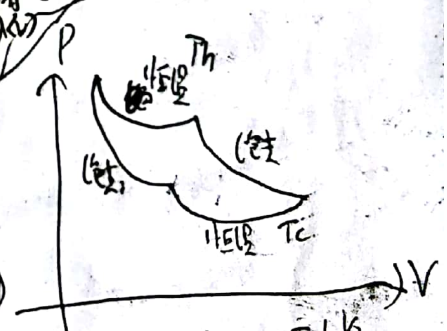
$\int_{-\infty}^{+\infty}dv_z\int_{-\infty}^{+\infty}dv_y\int_{-\infty}^{+\infty}dv_x f(\vec{v})=1$

速率分布(maxwell): $4\pi\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{3}{2}}v^2e^{-mv^2/2k_BT}$

基础: 平均自由程 λ, 碰撞间隔 τ
$\sigma=\pi D^2$ (碰撞截面)
$n=\pi D^2\cdot v\,dt\cdot\frac{N}{V}$
$\tau=\frac{V}{N\sigma v}=\frac{1}{P_n\sigma v}$　($P_n=\frac{N}{V}$)
$\lambda=\tau v_{rms}=\frac{1}{\sqrt{2}P_n\sigma}$

输运:
- 粘滞度: $F=\eta A\frac{\Delta v}{\Delta y}$, $\eta=\frac{1}{3}P_n\langle v\rangle\lambda m$
- 传热: $\frac{dQ}{dt}=-kA\frac{dT}{dx}$ (热导), $k=\frac{1}{3}\frac{P_n\langle v\rangle\lambda C}{N_A}$
- 热阻 $R=\frac{L}{k}$, [illegible]

辐射



典型: Carnot 循环 (逆)
制热: $K_{hp}=\frac{Q_h}{W}=\frac{1}{\eta}$
制冷: $Q_{ref}=\frac{Q_c}{W}$

阶段1: $W=nRT_h\ln\frac{V_2}{V_1}$, $Q_{吸}=nRT_h\ln\frac{V_2}{V_1}$
阶段2: $Q_{吸}=0$, $-W=\Delta U$
阶段3: $W=-Q_{放}$
阶段4: $Q=0$, $-W=\Delta U$

$\eta=1-\frac{T_c}{T_h}$　卡诺热机 (最大的[illegible])

① 制冷: 从cold吸热, 向hot放热
② 热泵: 从cold吸热, 让hot变[illegible]

F=ma

振动 / 波

- 振动
  - 简谐
  - 近似 → 一般：$U'(x_0)=0$，$F(x)=-U''(x-x_0)$
  - 阻尼 / 驱动：阻尼 → 受迫 → 共振（共振）：$\omega=\sqrt{\omega_0^2-2\gamma^2}$ 最大振幅
  - 能量 = 动能：能量 $\propto \frac{k^2}{2m}$
- 振动+波
- 波
  - 开口：波腹 antinode；闭口：不动 node
  - node, antinode
  - 基频，谐频
  - 行波 $f(x,t)=z$，$z=A\sin(kx-\omega t+\varphi)$
  - 驻波：$f(x)g(t)=z$
  - 波动方程：$T\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\mu\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$
  - $F=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ ... $T=\mu v^2$
  - 干涉 → 空间干涉；双缝干涉
  - Beats: $\frac{1}{2}(f_1+f_2)$，Pause（拍频）$|f_1-f_2|$
  - 反射、折射
  - 传播 → $S_{\text{波面}}=\frac{v_w}{v_s}$
  - $E=\frac{1}{2}\mu\omega^2 z_0^2 V$
  - $B=10\lg_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)dB$ 分贝

Dopple：
- 波源动：$f=\frac{v_s}{v_s-v_m}f$
- 观察者动：$f=\frac{v_s+v_o}{v_s}f$
- 惯性分析 / 非惯性参考系分析 ← 绕行

刚体运动

- $I=\sum mr^2$
- $\tau=\vec r\times\vec F$ 力矩
- $L=\vec r\times\vec p$ → 角动量守恒
- 平行轴定理
- $z_1+z_2=z_2$ ...
- 质心（质点）、转动惯量、分量
- 传播：$z_1+z_2=0$

质点运动

- 能量 → 守恒 → Lagrangian；碰撞 → 动量守恒
- 二体问题、动量—动量守恒
- 一般：抛物线
- 曲线运动 → 特殊曲线（抛体、圆周）
- 直线
- 质点系 → 质心
- 重力、引力 → 角动量守恒、开普勒定律、能量守恒 → 天体运动
- 测量 G（扭秤）
- 非惯性 → 科里奥利力、离心力（4）

热学

- 平衡：理想气体 $PV=nRT=k_BNT$，非理想：Van de waals
- 能量 → $W=\int PV$
- 热一：$-W+Q=\Delta U$
- 恒压：$W=P\Delta V$，$\Delta U=C_p\Delta T=(C_v+nR)\Delta T$，$\Delta Q=\Delta U+W$
- 恒容：$W=0$，$\Delta V=C_v\Delta T$，$\Delta Q=\Delta U$
- 恒温：$\Delta V=0$，$W=nRT\ln\frac{V_2}{V_1}$，$\Delta Q=-W$
- 绝热：$\Delta Q=0$，$PV^r=P_0V_0^r$
- 热二：熵
  - 熵：描述混乱程度；可逆：≥ 0，不可逆：>0
  - 计算：$\int\frac{dQ}{T}$
- 热机：效率 $\eta=\frac{W}{Q_h}$ 做功 / 吸热
  - 制冷：$K=\frac{Q_{吸}}{W}=\frac{1-\eta}{\eta}$
  - 制热：$K=\frac{Q_{放}}{W}=\frac{1}{\eta}$
  - Carnot 循环：最高效 $\eta=1-\frac{T_c}{T_h}$

统计

- 分布：一般 Boltzmann
- $f(E)=\frac{1}{Z}e^{-E/k_BT}$
- ① 速度分量：$f(v_x)=\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{1}{2}}e^{-mv_x^2/2k_BT}$，$\int_{-\infty}^{\infty}=1$
- ② 速度：$f(\vec v)=\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-mv^2/2k_BT}$
- ③ 速率：$f(v)=4\pi\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{3}{2}}v^2e^{-mv^2/2k_BT}$
- $V_{average}=\int_0^\infty vf(v)=\sqrt{\frac{8k_BT}{\pi m}}$
- $V_{最概然}=\sqrt{\frac{2k_BT}{m}}$
- $V_{rms}=\sqrt{\int v^2 f(\vec v)}=\sqrt{\frac{3k_BT}{m}}$
- 能量均分定理：$U=\frac{i}{2}k_BT$
  - i：自由度：平动 3（单）
  - 双原子：平+转=5 ... 振：7
  - 多原子：平+转=6
- 压强 → 粘度、扩散、传热
- $P=\frac{n\Delta P}{A\Delta t}=\frac{2}{3}\frac{\Delta U}{nV}$

流体、固体

- 固体：
  - stress：$S=\frac{F}{A}$
  - strain：一般：$e=\frac{\Delta L}{L}$；体积：$\frac{\Delta W}{W}=-\sigma e$；剪切：$e=\frac{\Delta L}{h}$
  - modulus（模量）：$Y=\frac{S}{e}$，$B=\frac{Y}{3(1-2\sigma)}$，$G=-\frac{F/A}{\Delta L/L}$
  - 波速：横：$v=\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$；纵：$v=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$
- 流体
  - P，ρ，压强
  - 连续性方程：$v_1S_1=v_2S_2$（管，Siphon）
  - 伯努利方程：$P_1+\rho gh+\frac{\rho}{2}v^2=$ 无粘、无旋
  - 有粘无旋
    - 泊肃叶：$v(r)=\frac{\Delta P}{4\eta L}(a^2-r^2)$，$\frac{dV}{dt}$（流速）$=\frac{\pi a^4\Delta P}{8\eta L}$
    - 有旋：湍流 $Re=\frac{\rho L v}{\eta}$
  - 表面张力：$F_{向上}=\gamma(2\pi r)\cos\theta$（管半径，表面张力系数）
    - $h=\frac{\gamma(2\pi r)\cos\theta}{\rho\pi r^2 g}=\frac{2\gamma\cos\theta}{\rho r g}$