

Содержание

1	Ответы на вопросы	3
1.1	Теорема об изменении импульса с.м.т. Условия сохранения импульса.	4
1.2	Теорема о движении центра масс.	5
1.3	Уравнение Мещерского. Реактивная сила.	6
1.4	Теорема об изменении момента импульса с.м.т. Закон сохранения момента импульса.	7
1.5	Теорема об изменении кинетической энергии с.м.т.	8
1.6	Потенциальная энергия с.м.т. Теорема об изменении механической энергии с.м.т. Условия сохранения механической энергии.	9
1.7	Абсолютно неупругое соударение двух частиц.	10
1.8	Абсолютно неупругий удар	10
1.9	Абсолютно упругий удар	11
1.10	Уравнение Бернулли	12
1.11	Уравнение вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. Момент инерции, примеры его вычисления.	13
1.12	Теорема Гюйгенса-Штейнера	14
1.13	Кинетическая энергия и работа при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси	15
1.14	Кинематика плоского движения твердого тела. Мгновенная ось вращения	16
1.15	Уравнения динамики плоского движения твердого тела. Кинетическая энергия твердого тела при плоском движении	17

1.16	Приближенная теория гироскопа. Прецессия гироскопа.	18
1.17	Распределение молекул по объёму сосуда в отсутствие внешних силовых полей. Флуктуации числа молекул	19
1.18	Распределение Максвелла по проекции и вектору скорости	20
1.19	Распределение Максвелла по модулю скорости. Наиболее вероятная, средняя и средняя квадратичная скорости	21
1.20	Распределение Больцмана, барометрическая формула	22
1.21	Давление идеального газа. Уравнение Клапейрона-Менделеева	23
1.22	Внутренняя энергия идеального газа и ее связь с температурой.	24
1.23	Средняя длина свободного пробега молекул в газах	25
	Распределение Максвелла	25
1.24	Диффузия в газах. Закон Фика, расчёт коэффициента диффузии	27
1.25	Внутреннее трение в газах. Формула Ньютона, расчет вязкости	28
1.26	Теплопроводность в газах. Закон Фурье, расчет коэффициента теплопроводности	29
1.27	Броуновское движение. Формула Эйнштейна	30
1.28	Классическая теория теплоемкости газов. Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Недостатки классической теории теплоемкости	32
1.29	Общий и нулевой принципы термодинамики. Измерение температуры. Классификация процессов	33

1.30	Первый принцип термодинамики. Внутренняя энергия идеального газа. Примеры применения: соотношение Майера, уравнение адиабатического процесса	34
1.31	Второй принцип термодинамики. Формулировки для тепловых двигателей и холодильных машин	35
1.32	Цикл Карно и его КПД. Первая теорема Карно . .	36
1.33	Необратимые циклы, вторая теорема Карно	37
1.34	Уравнение Ван-дер-Ваальса. Фазовые переходы. . . .	38
1.35	Внутренняя энергия газа Ван-дер-Ваальса.	39
1.36	Приведенное количество теплоты. Равенство Клаузиуса. Энтропия. Энтропия идеального газа.	40
1.37	Неравенство Клаузиуса. Закон возрастания энтропии (с примерами).	41

1. Ответы на вопросы

Скороходов Сергей Александрович

1.1. Теорема об изменении импульса с.м.т. Условия сохранения импульса.

Привет

Скороходов Сергей Александрович

1.2. Теорема о движении центра масс.

Скороходов Сергей Александрович

1.3. Уравнение Мещерского. Реактивная сила.

Скороходов Сергей Александрович

1.4. Теорема об изменении момента импульса с.м.т. Закон сохранения момента импульса.

Скороходов Сергей Александрович

1.5. Теорема об изменении кинетической энергии с.м.т.

Скороходов Сергей Александрович

1.6. Потенциальная энергия с.м.т. Теорема об изменении механической энергии с.м.т. Условия сохранения механической энергии.

Теорема об изменении механической энергии с.м.т.

Запишем теорему для *материальной точки*:

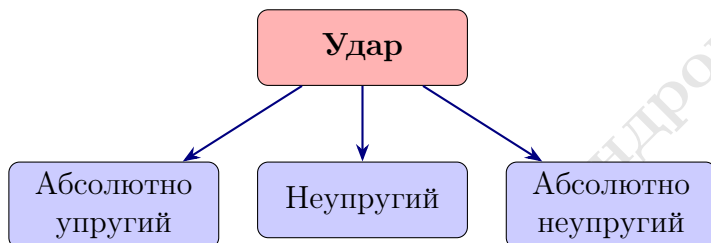
$$W_{\text{мех}} = W_{\text{пот}} + W_{\text{кин}}$$

Распишем изменение кинетической энергии:

$$W_{\text{кин}} = A_{12}^{\text{всех сил}} = A_{12}^{\text{конс}} + A_{12}^{\text{неконс}} = -\Delta W_{\text{пот}} + A_{12}^{\text{неконс}}$$

1.7. Абсолютно неупругое соударение двух частиц.

Соударение (удар, столкновение) — сильное кратковременное взаимодействие тел. Если нет силы реакции и внешние силы не успевают изменить импульс системы, можно применить *Закон Сохранения Импульса*.



1.8. Абсолютно неупругий удар

При абсолютно неупругом ударе тела соединяются и движутся как одно целое. Изменение кинетической энергии системы:

$$\begin{aligned}
 \Delta W_{\text{кин}} &= \frac{m_1 + m_2}{2} v^2 - \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) = \\
 &= \frac{(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2)^2}{2(m_1 + m_2)} - \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_2 v_2^2}{2} = \\
 &= \frac{m_1^2 v_1^2 + 2m_1 m_2 \vec{v}_1 \vec{v}_2 + m_2^2 v_2^2 - m_1(m_1 + m_2)v_1^2 - m_2(m_1 + m_2)v_2^2}{2(m_1 + m_2)} = \\
 &= -\frac{m_1 m_2 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)^2}{2(m_1 + m_2)} = -\frac{m_{\text{пр}} v_{\text{отн}}^2}{2}
 \end{aligned}$$

где $m_{\text{пр}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ — приведённая масса.

Потерянная кинетическая энергия переходит в:

- Тепловую энергию
- Энергию деформации
- Энергию вращения по теореме Кенинга: $W_k = \underbrace{W'_k}_{\text{вращения}} + \frac{m_1+m_2}{2} v_c^2$

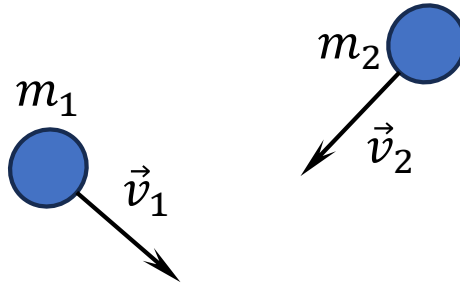


Рис. 1 Схема соударения двух тел

1.9. Абсолютно упругий удар

Для сравнения приведём основные характеристики абсолютно упругого удара:

- Сохранение кинетической энергии: $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$
- Сохранение импульса: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$
- Скорости после удара (1D случай):

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

1.10. Уравнение Бернулли

За время Δt жидкость течет из сечения: $1 \rightarrow 1'$ и $2 \rightarrow 2'$ (см. рис. 2b).

Запишем теорему об изменении механической энергии.

$$dW_{\text{механическая}} = dA^{\text{давления}}$$

$$\frac{dm}{2}(v_2^2 - v_1^2) + g(h_2 - h_1)dm = v_1 p_1 dS_1 \cdot dt_1 + v_2 p_2 dS_2 \cdot dt_2$$

$$dm = \rho_1 v_1 dS_1 \cdot dt \quad v_1 dS_1 = v_2 dS_2$$

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \Rightarrow \boxed{\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}}$$

Обобщение: Выполняется вдоль линии тока.

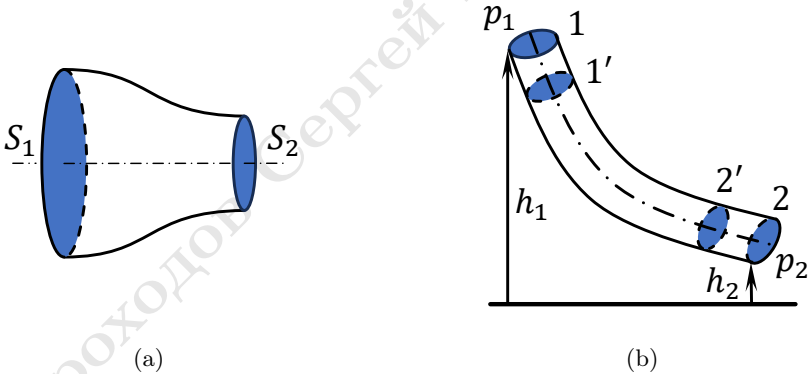


Рис. 2 Пример уравнения Бернулли

Пример: (см. рис. 2a)

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 \quad (h = \text{const})$$

Так как $S_1 > S_2$, то $v_1 < v_2$ и поэтому $p_1 > p_2$.

1.11. Уравнение вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. Момент инерции, примеры его вычисления.

Скороходов Сергей Александрович

1.12. Теорема Гюйгенса-Штейнера

$$J = J_c + ma^2$$

Момент инерции относительно произвольной оси равен сумме момента инерции относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведению массы тела на квадрат расстояния между осями.

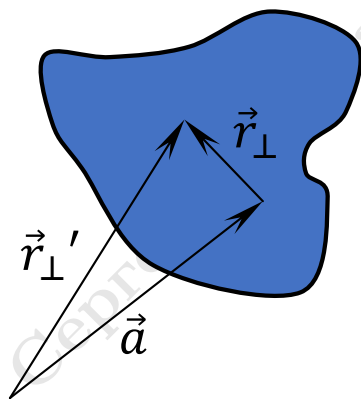


Рис. 3 Доказательство теоремы Гюгенса-Штейнера

Доказательство

$$\vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{\perp} + \vec{a}$$

$$J = \int_m r_{\perp}'^2 dm = \int_m r_{\perp}^2 dm + 2\vec{a} \underbrace{\int_m \vec{r}_{\perp} dm}_0 + a^2 \int_m dm = J_c + ma^2$$

Что и требовалось доказать!

Точки O и O' являются взаимными или сопряженными в том смысле если, подвесить маятник в точке O' , то центр качания будет в точке O , а период не изменится.

Доказательство

$$l'_{\text{пр}} = r'_c + \frac{J_c}{mr'_c} = \frac{J_c}{mr_c} + r_c = l_{\text{пр}} \quad r'_c = \frac{J_c}{mr_c}$$

1.13. Кинетическая энергия и работа при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси

Скороходов Сергей Александрович

1.14. Кинематика плоского движения твердого тела. Мгновенная ось вращения

Скороходов Сергей Александрович

1.15. Уравнения динамики плоского движения твердого тела. Кинетическая энергия твердого тела при плоском движении

Скороходов Сергей Александрович

1.16. Приближенная теория гироскопа. Прецессия гироскопа.

Скороходов Сергей Александрович

**1.17. Распределение молекул по объёму сосуда в
отсутствии внешних силовых полей. Флуктуации числа
молекул**

Скороходов Сергей Александрович

1.18. Распределение Максвелла по проекции и вектору скорости

Скороходов Сергей Александрович

**1.19. Распределение Максвелла по модулю скорости.
Наиболее вероятная, средняя и средняя квадратичная
скорости**

Скороходов Сергей Александрович

1.20. Распределение Больцмана, барометрическая формула

Скороходов Сергей Александрович

**1.21. Давление идеального газа. Уравнение
Клапейрона-Менделеева**

Скороходов Сергей Александрович

1.22. Внутренняя энергия идеального газа и ее связь с температурой.

Скороходов Сергей Александрович

1.23. Средняя длина свободного пробега молекул в газах

Средняя длина свободного пробега - это среднее расстояние, проходимое молекулой между двумя соударениями. Обозначается как λ [м].

Таблица 1 Эффективные диаметры атомов и молекул в газовой фазе

Элемент	Символ	Эффективный диаметр, d (Å)
Гелий	He	2,0
Неон	Ne	2,2
Аргон	Ar	3,6
Криптон	Kr	4,0
Ксенон	Xe	4,5
Радон	Rn	5,0
Водород	H ₂	2,4
Азот	N ₂	3,7
Кислород	O ₂	3,5
Углекислый газ	CO ₂	4,6

Будем считать что все молекулы кроме одной неподвижны. Среднее расстояние проходимое молекулой за время t тогда будет равно:

$$L = \langle v \rangle \cdot t \quad \text{и} \quad V = \pi d^2 L = \pi d^2 \langle v \rangle t$$

Среднее число соударений:

$$z = Vn = \pi d^2 n \langle v \rangle t$$

Средняя частота соударения:

$$\vartheta = \frac{z}{t} = \pi d^2 n \langle v \rangle$$

Средняя длина свободного пробега:

$$\lambda = \frac{\langle v \rangle}{\vartheta} = \frac{1}{\pi d^2 n}$$

Если учитывать движение всех молекул, то:

$$\vartheta = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle v \rangle = \sqrt{2}\sigma n \langle v \rangle, \quad \text{где } \sigma = \pi d^2$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}$$

При нормальных условиях концентрация равна:

$$n = N_L = 2,7 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$$

$$\lambda \approx 1,7 \times 10^{-5} \text{ см} = 170 \text{ нм}$$

$$\langle v \rangle \approx 10^{-1} \text{ км/с}$$

$$\tau = \frac{1}{\vartheta} \approx 10^{-9} \text{ с}$$

За это время устанавливается распределение Максвелла.

Распределение Максвелла

Распределение Максвелла описывает распределение молекул газа по скоростям в условиях термодинамического равновесия. Для идеального газа вероятность того, что молекула имеет скорость в интервале от v до $v + dv$, задаётся функцией:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right)$$

где:

- m — масса молекулы
- k — постоянная Больцмана ($1,380649 \times 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$)
- T — абсолютная температура
- v — скорость молекулы

Характерные скорости:

1. **Наиболее вероятная скорость** (соответствует максимуму распределения):

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

2. **Средняя скорость**:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

3. **Среднеквадратичная скорость**:

$$v_{\text{ск}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

Соотношение между характерными скоростями:

$$v_{\text{вер}} : \langle v \rangle : v_{\text{ск}} = 1 : \sqrt{\frac{4}{\pi}} : \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1 : 1,128 : 1,225$$

За время порядка $\tau \approx 10^{-9}$ с после соударения устанавливается распределение Максвелла.

1.24. Диффузия в газах. Закон Фика, расчёт коэффициента диффузии

Скороходов Сергей Александрович

1.25. Внутреннее трение в газах. Формула Ньютона, расчет вязкости

Скороходов Сергей Александрович

1.26. Теплопроводность в газах. Закон Фурье, расчет коэффициента теплопроводности

Скороходов Сергей Александрович

1.27. Броуновское движение. Формула Эйнштейна

Броуновское движение

Броуновское движение - это непрерывное хаотическое движение макроскопических частиц в жидкости или газе, вызванное ударами молекул окружающей среды.

Частица образует с молекулами газа единую систему **ТТРЭПСС** (термодинамически равновесную систему с равномерно распределённой энергией по степеням свободы).

Будем считать, что смещения статистически независимы: смещение от 0 до t_1 и от t_1 до t ничего не дает в корреляции.

$$\begin{aligned}\langle x^2 \rangle &= \langle x_1^2 \rangle + \langle x_2^2 \rangle \\ \langle x^2 \rangle &= f(t) \\ \langle x_1^2 \rangle &= f(t_1) \quad \langle x_2^2 \rangle = f(t - t_1) \\ f(t) &= f(t_1) + f(t - t_1)\end{aligned}$$

Единственное решение, удовлетворяющее этому функциональному уравнению - линейная зависимость:

$$f(t) = \alpha t \quad \text{где } \alpha = \text{const}$$

Таким образом получаем:

$$\langle x^2 \rangle = \alpha t \quad \langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle = \alpha t$$

Формулы Эйнштейна

Уравнение Ланжевена для броуновской частицы:

$$m\ddot{x} = -h\dot{x} + F_x(t) \quad \Big| \cdot x$$

где:

- m — масса частицы [кг]

- h — коэффициент трения [кг/с]
- $F_x(t)$ — случайная сила [Н]
- x — координата частицы [м]

$$mx\ddot{x} = -hx\dot{x} + xF_x(t)$$

Используем тождества для производных:

$$\frac{d}{dt}(x^2) = 2x\dot{x}, \quad \frac{d^2}{dt^2}(x^2) = 2\dot{x}^2 + 2x\ddot{x}$$

Выражаем $x\ddot{x}$:

$$x\ddot{x} = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} x^2 - \dot{x}^2$$

Подставляем в уравнение:

$$\frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2} x^2 - m\dot{x}^2 = -\frac{h}{2} \frac{d}{dt} x^2 + xF_x(t)$$

Усредняем:

$$\frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2} \langle x^2 \rangle - \langle m\dot{x}^2 \rangle = -\frac{h}{2} \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle + \langle xF_x(t) \rangle$$

Учитываем:

- $\langle m\dot{x}^2 \rangle = kT$ [Дж], где k — постоянная Больцмана [Дж/К], T — температура [К]
- $\langle xF_x(t) \rangle = 0$ [Н·м]

Для стационарного режима ($t \gg m/h$):

$$-kT = -\frac{h}{2} \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle$$

Получаем:

$$\frac{d}{dt}\langle x^2 \rangle = \frac{2kT}{h} \quad [\text{м}^2/\text{с}]$$

Интегрируем:

$$\langle x^2 \rangle = \frac{2kT}{h}t = \frac{kT}{3\pi\eta a}t \quad [\text{м}^2]$$

где η — вязкость жидкости [Па·с], a — радиус частицы [м]

Для трехмерного случая:

$$\langle r^2 \rangle = \frac{kT}{\pi\eta a}t \quad [\text{м}^2]$$

Итоговые формулы:

$$\boxed{\langle x^2 \rangle = \frac{kT}{3\pi\eta a}t \quad [\text{м}^2]}, \quad \boxed{\langle r^2 \rangle = \frac{kT}{\pi\eta a}t \quad [\text{м}^2]}$$

1.28. Классическая теория теплоемкости газов. Теорема о равнораспределении энергии по степеням свободы. Недостатки классической теории теплоемкости

Скороходов Сергей Александрович

**1.29. Общий и нулевой принципы термодинамики.
Измерение температуры. Классификация процессов**

Скороходов Сергей Александрович

Первый принцип термодинамики. Внутренняя энергия идеального газа. Примеры применения: соотношение Майера, уравнение адиабатического процесса

1.30. Первый принцип термодинамики. Внутренняя энергия идеального газа. Примеры применения: соотношение Майера, уравнение адиабатического процесса

Скороходов Сергей Александрович

1.31. Второй принцип термодинамики. Формулировки для тепловых двигателей и холодильных машин

Скороходов Сергей Александрович

1.32. Цикл Карно и его КПД. Первая теорема Карно

Скороходов Сергей Александрович

1.33. Необратимые циклы, вторая теорема Карно

Скороходов Сергей Александрович

1.34. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Фазовые переходы.

Скороходов Сергей Александрович

1.35. Внутренняя энергия газа Ван-дер-Ваальса.

Скороходов Сергей Александрович

1.36. Приведенное количество теплоты. Равенство Клаузиуса. Энтропия. Энтропия идеального газа.

Энтропия - это функция её состояния,

Скороходов Сергей Александрович

**1.37. Неравенство Клаузиуса. Закон возрастания энтропии
(с примерами).**

Скороходов Сергей Александрович

Скороходов Сергей Александрович

Студент 1 курса

Email: sergey.skor007@gmail.com
Telegram: t.me/SerKin0
GitHub: github.com/SerKin0
VK: vk.com/serking2