

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет

Отчет по лабораторной работе
”Изучение колебательного движения”

Отчет по (учебной) практике
Студентов группы 0424С1ИБг1
1 курса специалитета
Скороходов С.А., Степушов Г.С.

Основная образовательная программа
подготовки по направлению
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
(направленность «Системы подвижной цифровой
защищенной связи»)

Нижний Новгород, 2024

Содержание

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Введение | 3 |
| 1.1 | Цель | 3 |
| 1.2 | Задачи | 3 |
| 1.3 | Приборы и оборудование | 3 |
| 2 | Теоретическая часть | 4 |
| 2.1 | Основные вычисления | 4 |
| 2.2 | Вычисления погрешностей | 5 |
| 3 | Практическая часть | 7 |
| 3.1 | Определение коэффициента упругости пружин | 7 |
| 3.2 | Измерение периода колебаний пружин | 8 |
| 3.3 | Определение зависимости периода колебаний от амплитуды . . | 11 |
| 3.4 | Изучение зависимости периода колебаний от времени | 12 |
| 4 | Вывод | 14 |
| 5 | Список использованной литературы | 15 |
| 6 | Приложение | 16 |

1 Введение

1.1 Цель

Изучить колебательные движения на примере пружинного маятника.

1.2 Задачи

1. Определение k из формулы 1, измеряя для каждой пружины величины Δl с различными грузами M .
2. Измерить периоды колебаний для каждой пружины с различными грузами M . Построить графики зависимости T^2 от M . Сравнить с расчетной зависимостью $T^2 = \frac{4\pi^2 M}{k}$.
3. Выяснить зависимость периода колебаний от амплитуды.
4. Изучить зависимость периода колебаний от времени. Для чего нужно, на оставивая колебания, выяснить, через какое время амплитуда станет равной $\frac{3}{4}$ от начального значения A_0 , затем $\frac{1}{2}A_0$, $\frac{1}{4}A_0$. Построить график зависимости A от t .

1.3 Приборы и оборудование

Для проведения исследований нужно: штатив с мерной шкалой, секундомер, большая пружина $m_1 = 145$ г, малая пружинка $m_2 = 9$ г, набор грузов $M_i = 100$ г. $\Delta t = 0,2$ с, $\Delta l = 0,1$ см, $\Delta M = \Delta m = 1$ г.

2 Теоретическая часть

2.1 Основные вычисления

Равновесное положение груза массы M , подвешенного на пружине (см.рис.1), определяется равенством величин силы упругости $F = k\Delta l$ и силы тяжести Mg .

$$k\Delta l = Mg \quad (1)$$

, где k - коэффициент упругости (жесткость) пружины, Δl - ее удлинение от недеформированного состояния. Выведенной из положения равновесия груз колеблется около этого положения по синусоидальному (гармоническому) закону.

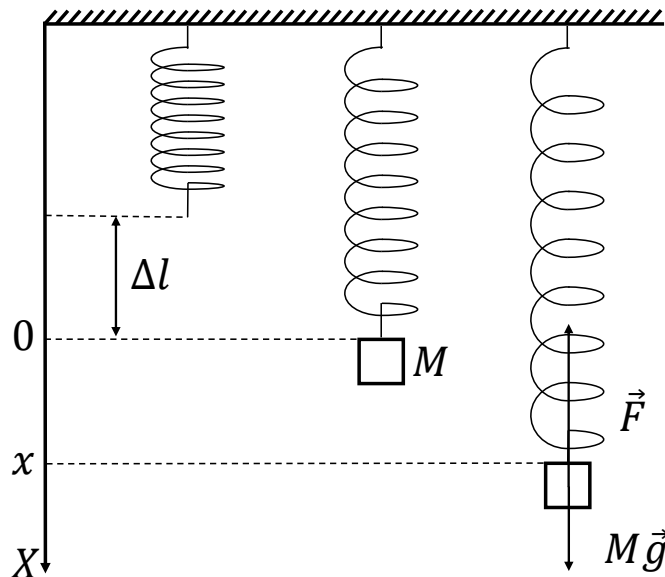


Рис. 1:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

, где x - смещение груза от положения равновесия, A - амплитуда колебаний (величина наибольшего смещения груза от положения равновесия), φ - начальная фаза колебаний, ω - круговая (циклическая) частота, период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Величины A и φ определяются на начальных условий, т.е. значениям x и $V_x = \dot{x}$ в момент времени $t = 0$. Другими словами, A и φ определяются способами возбуждения колебаний груза. Гармоническая зависимость $x(t)$ вида 2 является, как можно проверить непосредственной подстановкой, решением уравнения.

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (3)$$

называемого уравнением гармонического осциллятора. Кроме груза на пружине, гармоническими осцилляторами являются, например, математический маятник, электрический колебательный контур без потерь и ряд других систем. В нашем случае уравнение 3 можно получить из второго закона Ньютона, который в проекции на ось x (см.рис.) имеет вид.

$$Ma_x = Mg + F_x \quad (4)$$

Деформация пружины в произвольном положении груза равна $x + \Delta l$ ($x + \Delta l < 0$ в соответствии со сжатой пружине), и проекция силы, действующей на груз со стороны пружины, равна $F_x = -k(x + \Delta l)$. Если, кроме того, учесть условие (1) и равенство $a_x = \ddot{x}$, то после преобразований получается уравнение гармонического осциллятора.

$$\ddot{x} + \frac{k}{M}x = 0 \quad (5)$$

Сравнение (3) и (5) показывает, что $\omega^2 = \frac{k}{M}$, а период колебаний. Формула (6) справедлива, если масса пружины $m \ll M$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \quad (6)$$

Выразим из формулы 1 коэффициент k .

$$k = \frac{Mg}{\Delta l} = \frac{Mg}{l - l_0} \quad (7)$$

2.2 Вычисления погрешностей

Вычислим косвенную погрешность формулы 7. Т.к. измерение длины пружинки проводились только один раз, то будем считать абсолютную погрешность равной приборной ($k_{\text{случайная}} = 0$).

$$\Delta k = \sqrt{\left(\frac{dk}{dl}\right)^2 \Delta l^2 + \left(\frac{dk}{dl_0}\right)^2 \Delta l_0^2 + \left(\frac{dk}{dM}\right)^2 \Delta M^2} \quad (8)$$

$$\Delta k = \frac{g}{l - l_0} \sqrt{\Delta M^2 + M^2 \frac{\Delta l_0^2 + \Delta l^2}{(l - l_0)^2}} \quad (9)$$

Измерения каждого параметра проводятся только один раз, поэтому будем считать случайную погрешность равной 0 ($\Delta l_{\text{сл}} = 0$, $\Delta l_{0 \text{ сл}} = 0$, $\Delta M_{\text{сл}} = 0$).

$$\Delta l = \Delta l_{\text{пр}} = t_{\alpha, \infty} * \frac{\delta_l}{3} \quad (10)$$

$$\Delta l_0 = \Delta l_{0 \text{ пр}} = t_{\alpha, \infty} * \frac{\delta_l}{3} \quad (11)$$

$$\Delta M = \Delta M_{\text{пр}} = t_{\alpha, \infty} * \frac{\delta_M}{3} \quad (12)$$

Для нахождения периода колебаний пружинного маятника нужно найти отношение общего времени движения от количество полных колебаний.

$$T = \frac{t}{n} \quad (13)$$

Вычислим абсолютную погрешность t .

$$\Delta t_{\text{пр}} = t_{\alpha, \infty} * \frac{\delta_t}{3} \quad (14)$$

$$S_{t,n} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_{\text{ср}} - t_i)^2}{n(n-1)}} \quad (15)$$

$$\Delta t_{\text{сл}} = t_{\alpha, n} * S_{t,n} \quad (16)$$

$$\Delta t = \sqrt{\Delta t_{\text{пр}}^2 + \Delta t_{\text{сл}}^2} \quad (17)$$

Вычислим косвенную погрешность формулы 13 и ее квадрата ($T^2 = T^*$).

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{dT}{dt}\right)^2 \Delta t^2} = \frac{\Delta t}{n} \quad (18)$$

$$\Delta T^* = \sqrt{\left(\frac{dT^2}{dT}\right)^2 * \Delta T^2} = 2T \Delta T = \frac{2T \Delta t}{n} \quad (19)$$

Квадрат периода колебаний пружинного маятника также можно найти через формулу 6, возведя ее в части в квадрат.

$$T^* = \frac{4\pi^2 M}{k} \quad (20)$$

Выразим косвенную погрешность формулы 20.

$$\Delta T^* = \sqrt{\left(\frac{dT^*}{dk}\right)^2 * \Delta k^2 + \left(\frac{dT^*}{dM}\right)^2 * \Delta M^2} = \frac{4\pi^2 \sqrt{\Delta M^2 k^2 + \Delta k^2 M^2}}{k^2} \quad (21)$$

3 Практическая часть

3.1 Определение коэффициента упругости пружин

Определяем исходную длину пружин без нагрузки — l_0 , а также с нагрузкой M . Исходя из полученных данных можно вычислить коэффициент упругости пружин по формуле 7 (Вычисления - Приложение 1). (Таблица 1)

Таблица 1: Измерения коэффициента жесткости пружин

| | Пружина большая | | | | Пружинка малая | | | |
|-------------------------|-----------------|-------|-------|-------|----------------|-------|-------|-------|
| M , кг | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 |
| l_0 , см | 36,5 | | | | 26,0 | | | |
| l , см | 40,5 | 44,7 | 48,9 | 53,0 | 28,5 | 31,2 | 33,6 | 36,0 |
| $l - l_0$, см | 4,0 | 8,2 | 12,4 | 16,5 | 2,5 | 5,2 | 7,6 | 10,0 |
| k , Н/м | 24,53 | 23,93 | 23,73 | 23,78 | 39,24 | 37,73 | 38,72 | 39,24 |
| $k_{\text{сред}}$, Н/м | 23,99 | | | | 38,73 | | | |

Вычисляем приборную погрешность инструментов по формулам 10, 11 и 12: $\Delta l = \Delta l_0 = 0,065$ см, $\Delta M = 0,65$ г (Вычисления - Приложение 2). Теперь возможно получение косвенной погрешности коэффициента упругости k по формуле 9 (Вычисление - Приложение 3). (Таблица 2)

Таблица 2: Вычисление абсолютной погрешности коэффициента упругости

| l , см | l_0 , см | M , кг | Δl , см | Δl_0 , см | ΔM , г | Δk , Н*м |
|----------|------------|----------|-----------------|-------------------|----------------|------------------|
| 40,500 | 36,500 | 0,1 | 0,065 | 0,065 | 0,7 | 0,59 |
| 44,700 | 36,500 | 0,2 | | | | 0,28 |
| 48,900 | 36,500 | 0,3 | | | | 0,18 |
| 53,000 | 36,500 | 0,4 | | | | 0,14 |
| 28,500 | 26,000 | 0,1 | | | | 1,47 |
| 31,200 | 26,000 | 0,2 | | | | 0,68 |
| 33,600 | 26,000 | 0,3 | | | | 0,48 |
| 36,000 | 26,000 | 0,4 | | | | 0,37 |

3.2 Измерение периода колебаний пружин

Производим измерения периода колебаний пружинного маятника. Устанавливаем оптимальную амплитуду ($A = 4$ см) с разными массами грузов M . После подготовки установки, запускаем в движение маятник и измеряем за какое время t пройдет n полных колебаний. Для уменьшения величины погрешности времени производим три измерения при одинаковых параметрах. (Таблица 3)

Таблица 3: Измерение периода колебаний в зависимости от массы груза

| Большая пружина | | | | | | | | | | | | |
|------------------------|------|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| M , кг | 0,1 | | | 0,2 | | | 0,3 | | | 0,4 | | |
| n | 10 | | | 10 | | | 10 | | | 10 | | |
| № | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| t , с | 4,9 | 4,9 | 5,0 | 6,3 | 6,2 | 6,1 | 7,3 | 7,4 | 7,3 | 8,2 | 8,3 | 8,3 |
| $t_{\text{сред}}$, с | 4,9 | | | 6,2 | | | 7,3 | | | 8,3 | | |
| T , с | 0,49 | | | 0,62 | | | 0,73 | | | 0,83 | | |
| T^* , с ² | 0,24 | | | 0,38 | | | 0,54 | | | 0,68 | | |

| Малая пружинка | | | | | | | | | | | | |
|------------------------|------|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| M , кг | 0,1 | | | 0,2 | | | 0,3 | | | 0,4 | | |
| n | 10 | | | 10 | | | 10 | | | 10 | | |
| № | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| t , с | 3,9 | 4,1 | 3,9 | 4,7 | 4,5 | 4,6 | 5,5 | 5,6 | 5,4 | 6,6 | 6,5 | 6,4 |
| $t_{\text{сред}}$, с | 4,0 | | | 4,6 | | | 5,5 | | | 6,5 | | |
| T , с | 0,40 | | | 0,46 | | | 0,55 | | | 0,65 | | |
| T^* , с ² | 0,16 | | | 0,21 | | | 0,30 | | | 0,42 | | |

Определим косвенную погрешность квадрата периода ΔT^* (Формула - 19, Приложение - 8) (Таблица 4), вычислив Δt (Формулы 14-17, Приложение - 4-7). Также найдем квадрат периода колебаний через формулу 20 и его погрешность по формулам 19 и 21 (Приложение 10). (Таблица 5).

Таблица 4: Вычисление косвенной погрешности квадрата периода

| $S_t, \text{с}$ | $\Delta t_{\text{сл}}, \text{с}$ | $\Delta t_{\text{пр}}, \text{с}$ | $\Delta t, \text{с}$ | $\Delta T^*, \text{с}^2$ |
|-----------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------|--------------------------|
| 0,01 | 0,03 | 0,33 | 0,33 | 0,11 |
| 0,02 | 0,05 | 0,33 | 0,33 | 0,14 |
| 0,01 | 0,03 | 0,33 | 0,33 | 0,16 |
| 0,01 | 0,03 | 0,33 | 0,33 | 0,18 |
| 0,03 | 0,06 | 0,33 | 0,33 | 0,09 |
| 0,02 | 0,05 | 0,33 | 0,33 | 0,10 |
| 0,02 | 0,05 | 0,33 | 0,33 | 0,12 |
| 0,02 | 0,05 | 0,33 | 0,33 | 0,14 |

Таблица 5: Вычисление квадрата периода по формуле 20

| $k, \text{Н/м}$ | $M, \text{кг}$ | $T^*, \text{с}^2$ | $\Delta M, \text{г}$ | $\Delta k, \text{Н/м}$ | $\Delta T^*, \text{с}^2$ |
|-----------------|----------------|-------------------|----------------------|------------------------|--------------------------|
| 24,53 | 0,1 | 0,161 | 0,65 | 0,59 | 0,004 |
| 23,93 | 0,2 | 0,330 | 0,65 | 0,28 | 0,004 |
| 23,73 | 0,3 | 0,499 | 0,65 | 0,18 | 0,004 |
| 23,78 | 0,4 | 0,664 | 0,65 | 0,14 | 0,004 |
| 39,24 | 0,1 | 0,101 | 0,65 | 1,47 | 0,004 |
| 37,73 | 0,2 | 0,209 | 0,65 | 0,68 | 0,004 |
| 38,72 | 0,3 | 0,306 | 0,65 | 0,48 | 0,004 |
| 39,24 | 0,4 | 0,402 | 0,65 | 0,37 | 0,004 |

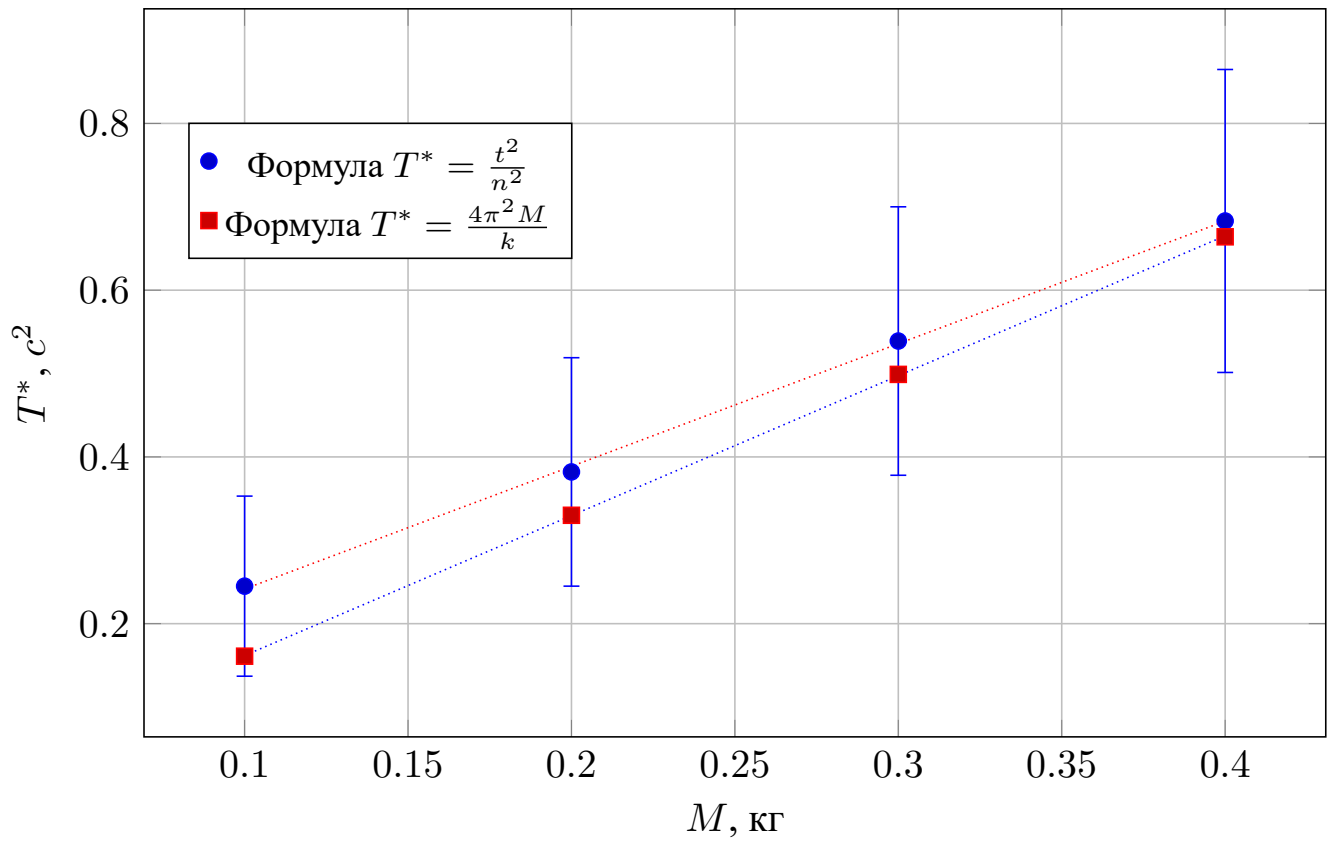


Рис. 2: График зависимости квадрата периода от массы груза большой пружины

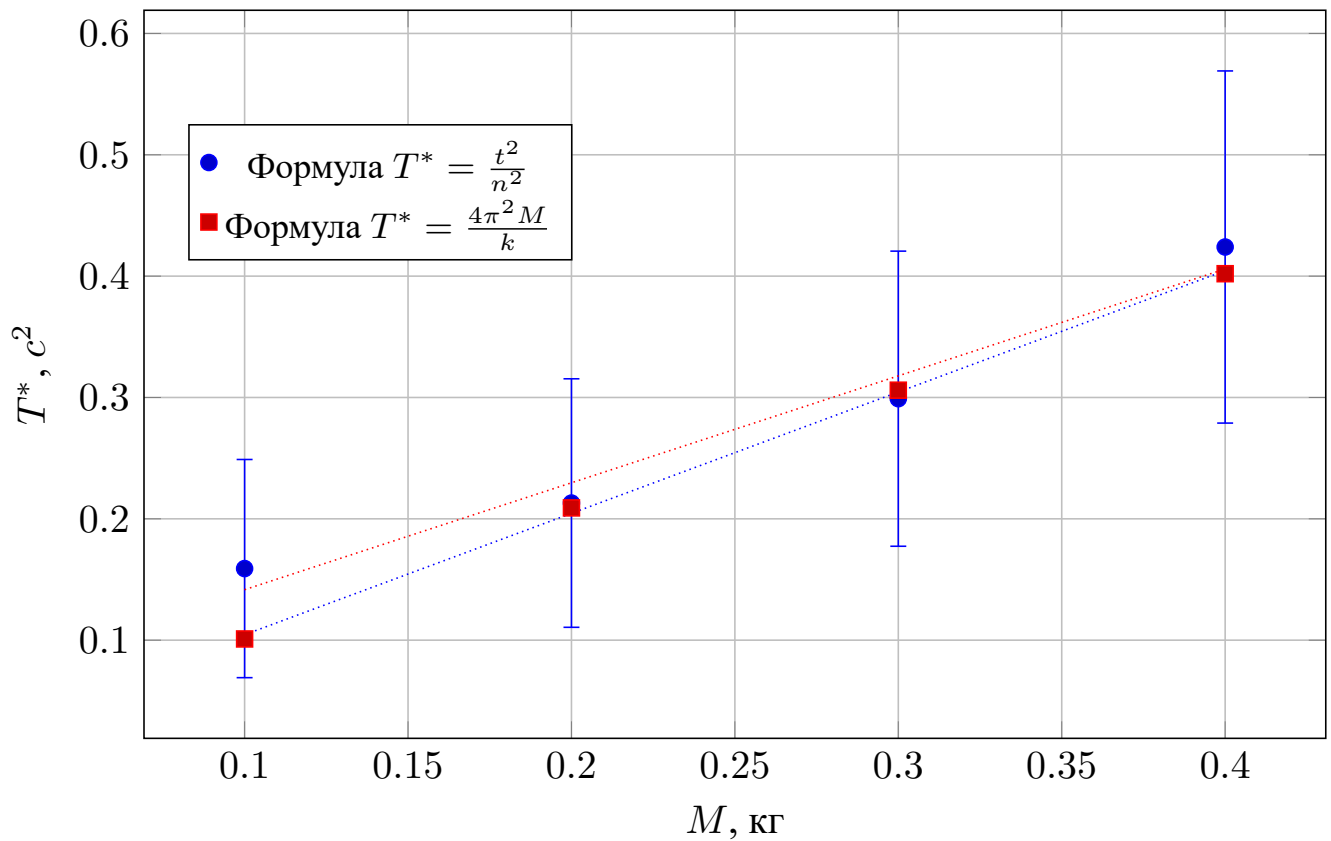


Рис. 3: График зависимости квадрата периода от массы груза малой пружины

3.3 Определение зависимости периода колебаний от амплитуды

Устанавливаем на стенд пружинки с массой груза $M = 300$ г, амплитудой A . Начинаем измерения, фиксируя время n полных колебаний. После получения данных, по формуле 13 вычисляем период колебаний. (Таблица 3.3)

Таблица 6: Исследование зависимости периода от амплитуды

| | Пружина большая | | | Пружинка малая | | |
|-----------|-----------------|---------|---------|----------------|---------|---------|
| Амплитуда | малая | средняя | большая | малая | средняя | большая |
| A , см | 0,5 | 2 | 4 | 0,5 | 2 | 4 |
| n | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| t , с | 7,6 | 7,4 | 7,2 | 5,3 | 5,2 | 5,1 |
| T , с | 0,76 | 0,74 | 0,72 | 0,53 | 0,52 | 0,51 |

Вычислим абсолютную погрешность секундомера (Формула 14), т.к. было произведено только одно измерение при разных амплитудах, то будем считать $\Delta t_{\text{сл}} = 0$, поэтому $\Delta t_{\text{пр}} = \Delta t$, и косвенную погрешность периода T (Формула 18, Приложение - 11).

$$\Delta t = t_{\alpha, \infty} * \frac{\delta_t}{3} = 1,96 * \frac{0,5 \text{ с}}{3} = 0,33 \text{ с} \quad (22)$$

$$\Delta T = \frac{0,33 \text{ с}}{10} = 0,03 \text{ с} \quad (23)$$

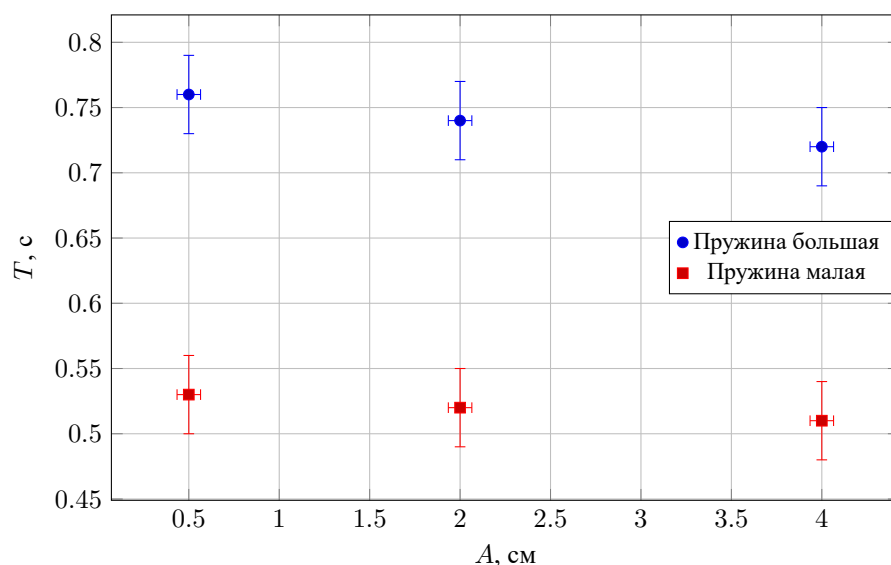


Рис. 4: График зависимости периода колебаний от амплитуды

3.4 Изучение зависимости периода колебаний от времени

Изучим зависимость периода колебаний от времени. Для этого установим маятник на $A = 4$ см, $M = 300$ г и будем фиксировать таймер в моментах, когда амплитуда будет равно отношениям $\frac{3}{4}A_0 = 3$ см, $\frac{1}{2}A_0 = 2$ см, $\frac{1}{4}A_0 = 1$ см.

Таблица 7: Исследование зависимости амплитуды колебаний от времени

| | № опыта | A , см | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------------|---------|----------|---|-----|-----|-----|
| Пружина большая | 1 | t , с | 0 | 70 | 183 | 545 |
| | 2 | | 0 | 56 | 180 | 515 |
| | 3 | | 0 | 108 | 238 | 555 |
| Пружинка малая | 1 | t , с | 0 | 10 | 20 | 69 |
| | 2 | | 0 | 10 | 20 | 55 |
| | 3 | | 0 | 9 | 20 | 55 |

Вычислим абсолютную погрешность времени (Формулы 14-17, Приложение 6, 12-14).

Таблица 8: Вычисление абсолютной погрешности t

| S_t , с | $\Delta t_{\text{сл}}$, с | $\Delta t_{\text{пр}}$, с | Δt , с |
|-----------|----------------------------|----------------------------|----------------|
| 0,00 | 0,00 | 0,33 | 0,33 |
| 6,34 | 21,28 | 0,33 | 21,28 |
| 7,70 | 25,82 | 0,33 | 25,28 |
| 4,91 | 16,46 | 0,33 | 16,46 |
| 0,00 | 0,00 | 0,33 | 0,33 |
| 0,14 | 0,46 | 0,33 | 0,56 |
| 0,27 | 0,91 | 0,33 | 0,97 |
| 1,91 | 6,39 | 0,33 | 6,40 |

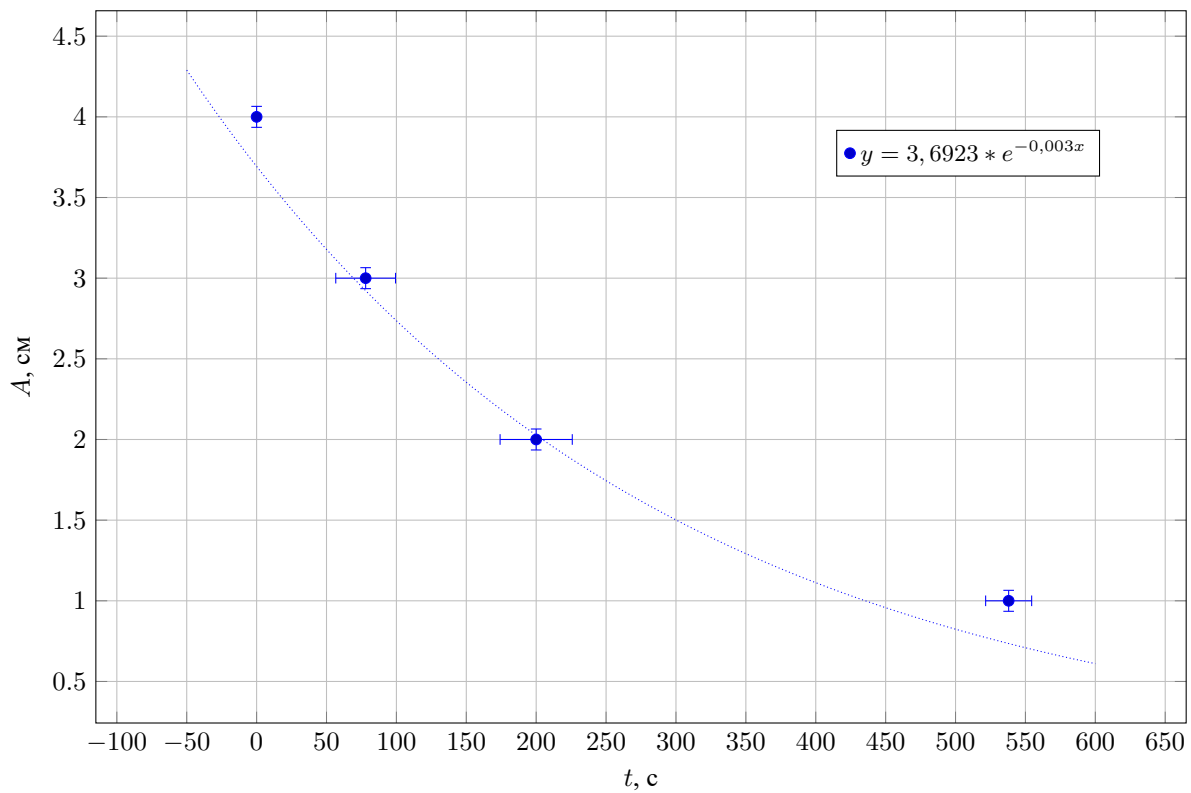


Рис. 5: График периода колебаний от времени большой пружины

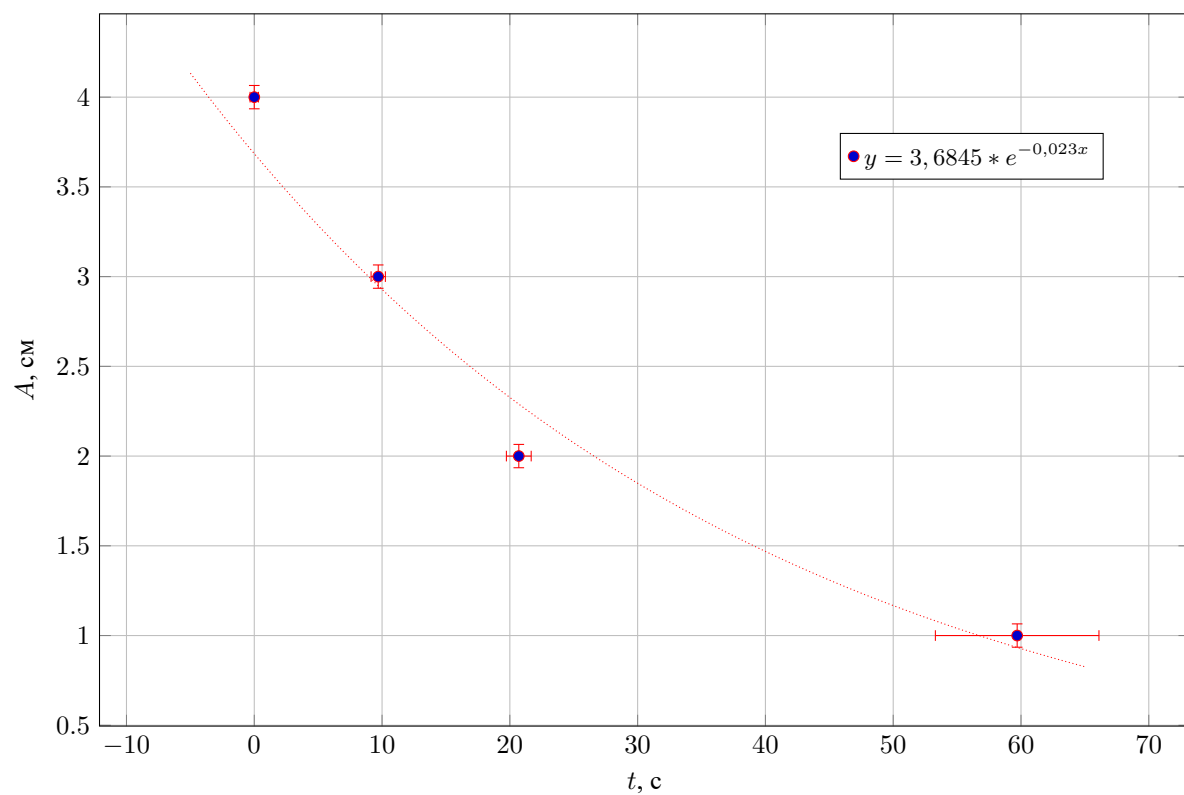


Рис. 6: График периода колебаний от времени малой пружины

4 Вывод

В ходе данного исследования было определено значение коэффициента жёсткости k с использованием формулы 1 путём измерения удлинения Δl для каждой пружины при различных значениях массы груза M .

Были проведены измерения периодов колебаний для каждой пружины с разными грузами M , после чего были построены графики зависимости T^2 от M , которые были сопоставлены с теоретической зависимостью $T^2 = \frac{4\pi^2 M}{k}$.

Следует отметить, что линия тренда не пересекает точку 0, следовательно, при $M = 0$ колебания будут иметь место.

Было установлено, что амплитуда колебаний не оказывает влияния на период колебаний с учётом погрешности измерений.

Также было замечено, что со временем колебания затухают по обратной экспоненциальной зависимости.

5 Список использованной литературы

1. Фаддев М.А. Элементарная обработка результатов эксперимента: Учебное пособие. — Нижний Новгород: Издательство Нижегородского государственного университета, 2010. — 102 с.
2. Скворцов В.А. Изучение колебательного движения: Описание к лабораторной работе. — Нижний Новгород: Издательство Нижегородского государственного университета, 1994. — 7 с.

6 Приложение

1. Вычисление коэффициента упругости

$$k_1 = \frac{0,1 * 9,81}{0,405 - 0,365} = 24,52 \text{ Н/м}$$

$$k_5 = \frac{0,1 * 9,81}{0,285 - 0,26} = 39,24 \text{ Н/м}$$

$$k_2 = \frac{0,2 * 9,81}{0,447 - 0,365} = 23,93 \text{ Н/м}$$

$$k_6 = \frac{0,2 * 9,81}{0,312 - 0,26} = 37,73 \text{ Н/м}$$

$$k_3 = \frac{0,3 * 9,81}{0,489 - 0,365} = 23,73 \text{ Н/м}$$

$$k_7 = \frac{0,3 * 9,81}{0,336 - 0,26} = 38,72 \text{ Н/м}$$

$$k_4 = \frac{0,4 * 9,81}{0,53 - 0,365} = 23,78 \text{ Н/м}$$

$$k_8 = \frac{0,4 * 9,81}{0,36 - 0,26} = 39,24 \text{ Н/м}$$

2. Вычисление приборной погрешности

$$\Delta l = t_{\alpha, \infty} * \frac{\delta_l}{3} = 1,96 * \frac{0,1 \text{ см}}{3} = 0,065 \text{ см}$$

$$\Delta l_0 = t_{\alpha, \infty} * \frac{\delta_l}{3} = 1,96 * \frac{0,1 \text{ см}}{3} = 0,065 \text{ см}$$

$$\Delta M = t_{\alpha, \infty} * \frac{\delta_M}{3} = 1,96 * \frac{1 \text{ г}}{3} = 0,65 \text{ г}$$

3. Вычисление косвенной погрешности коэффициента упругости

$$\Delta k_1 = \frac{9,81}{0,405 - 0,365} \sqrt{0,0007^2 + 0,1^2 \frac{0,0007^2 + 0,0007^2}{(0,405 - 0,365)^2}} = 0,59$$

$$\Delta k_2 = \frac{9,81}{0,447 - 0,365} \sqrt{0,0007^2 + 0,2^2 \frac{0,0007^2 + 0,0007^2}{(0,447 - 0,365)^2}} = 0,28$$

$$\Delta k_3 = \frac{9,81}{0,489 - 0,365} \sqrt{0,0007^2 + 0,3^2 \frac{0,0007^2 + 0,0007^2}{(0,489 - 0,365)^2}} = 0,18$$

$$\Delta k_4 = \frac{9,81}{0,53 - 0,365} \sqrt{0,0007^2 + 0,4^2 \frac{0,0007^2 + 0,0007^2}{(0,53 - 0,365)^2}} = 0,14$$

$$\Delta k_5 = \frac{9,81}{0,285 - 0,26} \sqrt{0,0007^2 + 0,1^2 \frac{0,0007^2 + 0,0007^2}{(0,285 - 0,26)^2}} = 1,47$$

$$\Delta k_6 = \frac{9,81}{0,312 - 0,26} \sqrt{0,0007^2 + 0,2^2 \frac{0,0007^2 + 0,0007^2}{(0,312 - 0,26)^2}} = 0,68$$

$$\Delta k_7 = \frac{9,81}{0,336 - 0,26} \sqrt{0,0007^2 + 0,3^2 \frac{0,0007^2 + 0,0007^2}{(0,336 - 0,26)^2}} = 0,48$$

$$\Delta k_8 = \frac{9,81}{0,36 - 0,26} \sqrt{0,0007^2 + 0,4^2 \frac{0,0007^2 + 0,0007^2}{(0,36 - 0,26)^2}} = 0,37$$

4. Расчет среднеквадратичного отклонения

$$S_{t1} = \frac{\sqrt{(4,9 - 4,9)^2 + (4,9 - 4,9)^2 + (4,9 - 5,0)^2}}{6} = 0,01 \text{ с}$$

$$S_{t2} = \frac{\sqrt{(6,2 - 6,3)^2 + (6,2 - 6,2)^2 + (6,2 - 6,1)^2}}{6} = 0,02 \text{ с}$$

$$S_{t3} = \frac{\sqrt{(7,3 - 7,3)^2 + (7,3 - 7,4)^2 + (7,3 - 7,3)^2}}{6} = 0,01 \text{ с}$$

$$S_{t4} = \frac{\sqrt{(8,3 - 8,2)^2 + (8,3 - 8,3)^2 + (8,3 - 8,3)^2}}{6} = 0,01 \text{ с}$$

$$S_{t5} = \frac{\sqrt{(4,0 - 3,9)^2 + (4,0 - 4,1)^2 + (4,0 - 3,9)^2}}{6} = 0,03 \text{ с}$$

$$S_{t6} = \frac{\sqrt{(4,6 - 4,7)^2 + (4,6 - 4,5)^2 + (4,6 - 4,6)^2}}{6} = 0,02 \text{ с}$$

$$S_{t7} = \frac{\sqrt{(5,5 - 5,5)^2 + (5,5 - 5,6)^2 + (5,5 - 5,4)^2}}{6} = 0,02 \text{ с}$$

$$S_{t8} = \frac{\sqrt{(6,5 - 6,6)^2 + (6,5 - 6,5)^2 + (6,5 - 6,4)^2}}{6} = 0,02 \text{ с}$$

5. Расчет случайной погрешности

$$\Delta t_{\text{сл } 1} = 2,306 * 0,014 = 0,03 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 5} = 2,306 * 0,027 = 0,06 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 2} = 2,306 * 0,024 = 0,05 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 6} = 2,306 * 0,024 = 0,05 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 3} = 2,306 * 0,014 = 0,03 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 7} = 2,306 * 0,024 = 0,05 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 4} = 2,306 * 0,014 = 0,03 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 8} = 2,306 * 0,024 = 0,05 \text{ с}$$

6. Расчет приборной погрешности

$$t_{\text{пр}} = 1,96 * \frac{0,5 \text{ с}}{3} = 0,33 \text{ с}$$

7. Вычисление косвенной погрешности времени

$$\Delta t_1 = \sqrt{0,33^2 + 0,026^2} = 0,33$$

$$\Delta t_2 = \sqrt{0,33^2 + 0,042^2} = 0,33$$

$$\Delta t_3 = \sqrt{0,33^2 + 0,029^2} = 0,33$$

$$\Delta t_4 = \sqrt{0,33^2 + 0,032^2} = 0,33$$

$$\Delta t_5 = \sqrt{0,33^2 + 0,064^2} = 0,33$$

$$\Delta t_6 = \sqrt{0,33^2 + 0,046^2} = 0,33$$

$$\Delta t_7 = \sqrt{0,33^2 + 0,049^2} = 0,33$$

$$\Delta t_8 = \sqrt{0,33^2 + 0,051^2} = 0,33$$

8. Вычисление косвенной погрешности периода колебаний

$$\Delta T_1^* = \frac{2 * 0,49 * 0,33}{3} = 0,11 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_5^* = \frac{2 * 0,4 * 0,33}{3} = 0,09 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_2^* = \frac{2 * 0,62 * 0,33}{3} = 0,14 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_6^* = \frac{2 * 0,46 * 0,33}{3} = 0,10 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_3^* = \frac{2 * 0,73 * 0,33}{3} = 0,16 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_7^* = \frac{2 * 0,55 * 0,33}{3} = 0,12 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_4^* = \frac{2 * 0,83 * 0,33}{3} = 0,18 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_8^* = \frac{2 * 0,65 * 0,33}{3} = 0,14 \text{ с}^2$$

9. Вычисление квадрата периода

$$T_1^* = \frac{4 * \pi^2 * 0,1}{24,52} = 0,161 \text{ с}^2$$

$$T_5^* = \frac{4 * \pi^2 * 0,1}{39,24} = 0,101 \text{ с}^2$$

$$T_2^* = \frac{4 * \pi^2 * 0,2}{23,93} = 0,330 \text{ с}^2$$

$$T_6^* = \frac{4 * \pi^2 * 0,2}{37,73} = 0,209 \text{ с}^2$$

$$T_3^* = \frac{4 * \pi^2 * 0,3}{23,73} = 0,499 \text{ с}^2$$

$$T_7^* = \frac{4 * \pi^2 * 0,3}{38,72} = 0,306 \text{ с}^2$$

$$T_4^* = \frac{4 * \pi^2 * 0,4}{23,78} = 0,663 \text{ с}^2$$

$$T_8^* = \frac{4 * \pi^2 * 0,4}{39,24} = 0,402 \text{ с}^2$$

10. Вычисление косвенной погрешности квадрата периода

$$\Delta T_1^* = \frac{4\pi^2 \sqrt{0,59^2 * 24,52^2 + 0,59^2 * 0,1^2}}{24,52^2} = 0,004 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_2^* = \frac{4\pi^2 \sqrt{0,28^2 * 23,93^2 + 0,28^2 * 0,2^2}}{23,93^2} = 0,004 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_3^* = \frac{4\pi^2 \sqrt{0,18^2 * 23,73^2 + 0,18^2 * 0,3^2}}{23,73^2} = 0,004 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_4^* = \frac{4\pi^2 \sqrt{0,14^2 * 23,78^2 + 0,14^2 * 0,4^2}}{23,78^2} = 0,004 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_5^* = \frac{4\pi^2 \sqrt{1,47^2 * 39,24^2 + 1,5^2 * 0,1^2}}{39,24^2} = 0,004 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_6^* = \frac{4\pi^2 \sqrt{0,68^2 * 37,73^2 + 0,68^2 * 0,2^2}}{37,73^2} = 0,004 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_7^* = \frac{4\pi^2 \sqrt{0,48^2 * 38,72^2 + 0,48^2 * 0,3^2}}{38,72^2} = 0,004 \text{ с}^2$$

$$\Delta T_8^* = \frac{4\pi^2 \sqrt{0,37^2 * 39,24^2 + 0,37^2 * 0,4^2}}{39,24^2} = 0,004 \text{ с}^2$$

11. Вычисление периода колебаний

$$T_1 = \frac{7,6}{10} = 0,76 \text{ с} \quad T_3 = \frac{7,2}{10} = 0,72 \text{ с} \quad T_5 = \frac{5,2}{10} = 0,52 \text{ с}$$

$$T_2 = \frac{7,4}{10} = 0,74 \text{ с} \quad T_4 = \frac{5,3}{10} = 0,53 \text{ с} \quad T_6 = \frac{5,1}{10} = 0,51 \text{ с}$$

12. Расчет среднеквадратичного отклонения

$$S_{t1} = \frac{\sqrt{(0,0 - 0,0)^2 + (0,0 - 0,0)^2 + (0,0 - 0,0)^2}}{6} = 0,00 \text{ с}$$

$$S_{t2} = \frac{\sqrt{(78,0 - 70,0)^2 + (78,0 - 56,0)^2 + (78,0 - 108,0)^2}}{6} = 6,34 \text{ с}$$

$$S_{t3} = \frac{\sqrt{(200,3 - 183,0)^2 + (200,3 - 180,0)^2 + (200,3 - 238,0)^2}}{6} = 7,70 \text{ с}$$

$$S_{t4} = \frac{\sqrt{(538,3 - 545,0)^2 + (538,3 - 515,0)^2 + (538,3 - 555,0)^2}}{6} = 4,91 \text{ с}$$

$$S_{t5} = \frac{\sqrt{(0,0 - 0,0)^2 + (0,0 - 0,0)^2 + (0,0 - 0,0)^2}}{6} = 0,00 \text{ с}$$

$$S_{t6} = \frac{\sqrt{(9,7 - 10,0)^2 + (9,7 - 10,0)^2 + (9,7 - 9,0)^2}}{6} = 0,14 \text{ с}$$

$$S_{t7} = \frac{\sqrt{(20,7 - 20,0)^2 + (20,7 - 22,0)^2 + (20,7 - 20,0)^2}}{6} = 0,27 \text{ с}$$

$$S_{t8} = \frac{\sqrt{(59,7 - 69,0)^2 + (59,7 - 55,0)^2 + (59,7 - 55,0)^2}}{6} = 1,91 \text{ с}$$

13. Расчет случайной погрешности

$$\Delta t_{\text{сл } 1} = 3,355 * 0,00 = 0,00 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 2} = 3,355 * 6,34 = 21,28 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 3} = 3,355 * 7,70 = 25,82 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 4} = 3,355 * 4,91 = 16,46 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 5} = 3,355 * 0,00 = 0,00 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 6} = 3,355 * 0,14 = 0,46 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 7} = 3,355 * 0,27 = 0,91 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{сл } 8} = 3,355 * 1,91 = 6,39 \text{ с}$$

14. Расчет абсолютной погрешности

$$\Delta t_1 = \sqrt{0,33^2 + 0,00^2} = 0,33 \text{ с}$$

$$\Delta t_2 = \sqrt{0,33^2 + 21,28^2} = 21,28 \text{ с}$$

$$\Delta t_3 = \sqrt{0,33^2 + 25,82^2} = 25,82 \text{ с}$$

$$\Delta t_4 = \sqrt{0,33^2 + 16,46^2} = 16,46 \text{ с}$$

$$\Delta t_5 = \sqrt{0,33^2 + 0,00^2} = 0,33 \text{ с}$$

$$\Delta t_6 = \sqrt{0,33^2 + 0,46^2} = 0,56 \text{ с}$$

$$\Delta t_7 = \sqrt{0,33^2 + 0,91^2} = 0,97 \text{ с}$$

$$\Delta t_8 = \sqrt{0,33^2 + 6,39^2} = 6,40 \text{ с}$$