

Создание матриц средствами \LaTeX

Храмов Сергей, ИВТ 3

21 декабря 2019 г.

1 Задание 1

Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Матрица

Число $k = 2$.

Найти:

Произведение матрицы на число: $A \times k = B$, B - ?

Решение: Для того чтобы умножить матрицу A на число k нужно каждый элемент матрицы A умножить на это число. Таким образом, произведение матрицы A на число k есть новая матрица:

$$B = 2 \times A = 2 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

Ответ: $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$

2 Задание 2

Дано:

Матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Матрица $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

Найти:

Произведение матрицы на число: $A * B = C$, C - ?

Решение: Каждый элемент матрицы $C = A * B$, расположенный в i -й строке и j -м столбце, равен сумме произведений элементов i -й строки матрицы A на соответствующие элементы j -го столбца матрицы B . Строки матрицы A умножаем на столбцы матрицы B и получаем:

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 2 + 3 \times (-1) + 1 \times 3 & 2 \times 1 + 3 \times 1 + 1 \times (-2) \\ -1 \times 2 + 0 \times (-1) + 1 \times 3 & -1 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times (-2) \end{pmatrix}$$

Ответ: $C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

3 Задание 3

Дано:

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти:

Найти матрицу транспонированную данной.

A^T —?

Решение

Транспонирование матрицы A заключается в замене строк матрицы ее столбцами с сохранением номеров. Полученная матрица обозначается через A^T

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответ: } A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

4 Задание 4

Дано:

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти:

Найти обратную матрицу для матрицы A .

A^{-1} —?

Решение:

Находим $\det A$ и проверяем $A \neq 0$:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times (-1) = 5$$

$\det A = 5 \neq 0$.

Составляем вспомогательную матрицу A^V из алгебраических дополнений A_{ij} :

$$A^V = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Транспонируем матрицу A^V :

$$(A^V)^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Каждый элемент, полученной матрицы, делим на $\det A$:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} (A^V)^T = \frac{1}{5} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$