

王道计算机组成原理笔记

王艺霖

2022 年 9 月 16 日

1 检验码

1.1 循环冗余检验码 (CRC 码)

CRC 码的基本思想

1. 数据发送、接收方约定一个“除数”
2. K 个信息位 + R 个检验位作为“被除数”，添加检验位后需保证除法的余数为 0
3. 收到数据后，进行除法检查余数是否为 0, 若余数非 0 说明出错，则进行重传或者纠错

如何构造

模 2 除法介绍：

1. 被除数首位为 1 时，商为 1；被除数首位为 0 时，商为 0；
2. 每一步得到的余数都要抛弃首位；
3. 若新的被除数首位 (即已抛弃首位的余数) 为 0，除数为 0；

如何检查纠错

CRC 是一种检错方法，而 FCS 是添加在数据后面的冗余码，在检错方法上可以选用 CRC，但也可以不选用 CRC。

在接受端把接收到的数据以帧为单位进行 CRC 检验：把收到的每一个帧都除以同样的除数 P (模 2 运算)，然后检查得到的余数 R 。

补码的真值 0，只有一种表示形式

备注

K 个信息位, R 个检验位, 若生成多项式选择得当, 且 $2^R \geq K + R + 1$, 可纠正 1 位错误。

原因为 R 位可以表示出 2^R 种状态，其中有 $2^R - 1$ 种错误的状态，而有 $K + R$ 位

理论上可以证明循环冗余码的检错能力有以下特点：

1. 可检测出所有奇数个错误
2. 可检测出所有双比特的错误
3. 可检测出所有小于等于检验位长度的连续错误

2 定点数

2.1 定点数 vs 浮点数

定点数小数: 位数固定	3.14
浮点数小数: 位数不固定	$3.14 * 10^2$

无符号数

整个机器字长的全部二进制位均为数值位, 没有符号位, 相当于数的绝对值

表示范围:

8 位二进制数: 2^8 种不同的状态

$$00000000 \ 11111111 = 100000000 - 1$$

n 位的无符号整数表示范围为: 0 到 $2^n - 1$

有符号数的定点表示

定点整数: 符号位, 数值部分, 小数点位置

定点小数: 符号位, 小数点位置, 数值部分

原码

原码: 用尾数表示真值的绝对值, 符号位 “0/1” 对应 “正/负”

若机器字长为 $n + 1$ 位, 那么表示的数的范围为: $-2^n + 1$ $2^n - 1$

反码

若符号位为 0, 则反码与原码相同

若符号位为 1, 则数值位全部取反

真值有 +0 和 -0 两种

补码

1. 正数的补码 = 原码

2. 负数的补码 = 反码末尾 +1
3. 0 的补码只有一种真值形式 00000000
4. 定点整数: $[X]_{\text{补}} = 1,0000000$ 表示 $X=2^7$
5. 若机器字长 $n+1$ 位, 补码整数的表示范围: $-2^n \leq x \leq 2^n - 1$
6. 定点小数补码 $[X]_{\text{补}} = 1.0000000$ 表示 $X=-1$
7. 若机器字长为 $n+1$ 位, 补码小数的表示范围: $-1 \leq x \leq 1 - 2^{-n}$
(比原码多一个-1)

移码

移码: 补码的基础上将符号位取反。**注意: 移码只能用于表示整数**

2.2 各种码的作用

模运算的性质

带余除法—— $x, m \in \mathbb{Z}, m > 0$ 则存在唯一决定的整数 q 和 r 使得:

$$x = q * m + r$$

加法或者减法运算:

$a + b$ 为 $a+b$ 的补码

移位运算

原码的算术移位——符号位保持不变, 仅对数值为进行移位

右移: 高位补 0, 低位舍弃。若舍弃的位 =0, 则相当于 $/2$ 若舍弃的位不等于 0, 则会舍弃精度。

左移: 地位补 0, 高位舍弃。若舍弃的位 =0, 则相当于 $*2$, 否则会出现严重误差。

反码的算术移位——正数的反码与原码相同，因此对正数反码的移位运算也和原码相同。

右移：高位补 0，低位舍弃

左移：低位补 0，高位舍弃

负数的移位：

右移：高位补 1，低位舍弃

左移：低位补 1，高位舍弃

补码的算术移位：

补码的算术移位——正数的补码与原码相同：因此对正数反码的移位运算也和原码相同

右移：高位补 0，低位舍弃左移：低位补 0，高位舍弃

负数补码 = 反码末尾 +1 导致反码最右边几个连续的 1 都因为进位而变为 0，直到进位碰到第一个 0 为止

规律：——负数补码中，最右边的 1 及其右边同原码。最右边的 1 的左边同反码

算术移位的应用举例：快速幂

逻辑移位：

逻辑右移：高位补 0，低位舍弃逻辑左移：低位补 0，高位舍弃

逻辑移位的应用举例：RGB

循环移位：CF 位来存储进位：在左移或者右移时补上。

循环移位的应用举例：高低字节的转换

2.3 加减运算和溢出判断

加法器直接对原码进行加法运算，可能出错

在这里阐述一下基本的原理是什么，首先对于一个负数取补码相当于把它变为了自己的补数

假设我们求解 $15 - 10$ ，此时 15 还是 15，而 -10 则会变为 $256 - 10 = 246$ ，原来的往后移动 10 位，等价于 $15 + 246$ 以后移动的位置，思想和钟表差

不多，这个时候我们变回原码就可以了。

对于补码来说，无论加法还是减法，最后都会转变位加法，由加法器实现运算，符号位也参与运算。

溢出判断

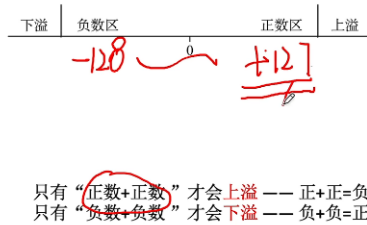


图 1: 溢出判断

具体判断后面再去

2.4 原码的乘法运算

手动乘法的本质在于 r 进制，具体内容不再赘述。

同理得到手动二进制乘法

设机器字长位 $n+1=5$ 位，含有 1 位符号位， $[x]$ 的原码为 1.1101, y 的原码为 0.1011，采用原码一位乘法求 $x * y$ 。

原码乘法

2.5 补码的一位乘法运算

设机器字长为 5 位 (含有 1 位符号位, $n=4$), $x = -0.1101$, $y = +0.1011$, 采用 Booth 算法求 $x*y$, x 的补码为 1.0011, $-x$ 的补码为 0.1101, y 的补码为 0.1011

补码的一位乘法：进行 n 轮加法，移位，最后再多来一次加法。

符号位参与运算

辅助位 - MQ 中最低位 =1 时, (ACC) + x 的补码

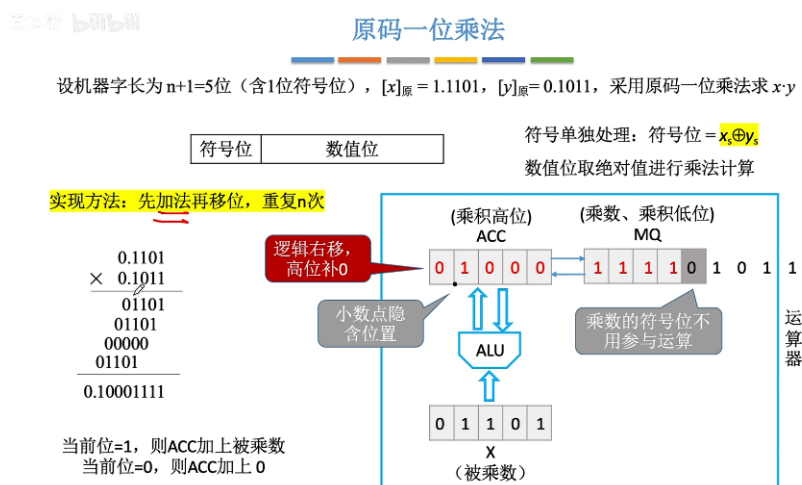


图 2: 原码乘法

辅助位 - MQ 中最低位 = 0 时，(ACC) + 0

辅助位 - MQ 中最低位 = 1 时，(ACC) + $-x$ 的补码

补码乘法 手工模拟计算

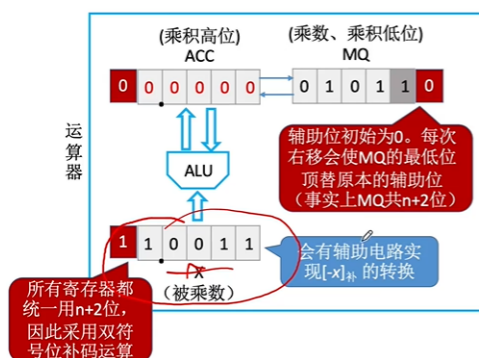


图 3: 补码乘法

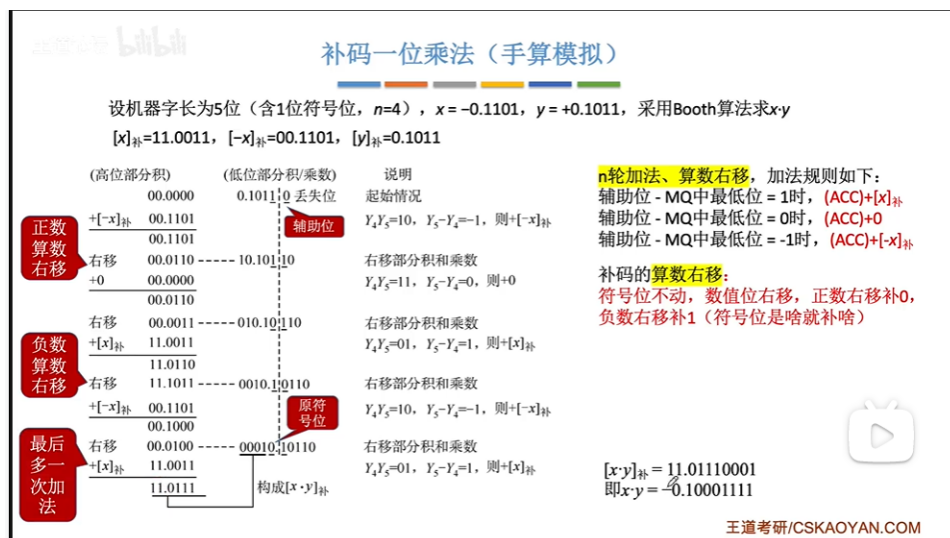


图 4: 模拟计算乘法

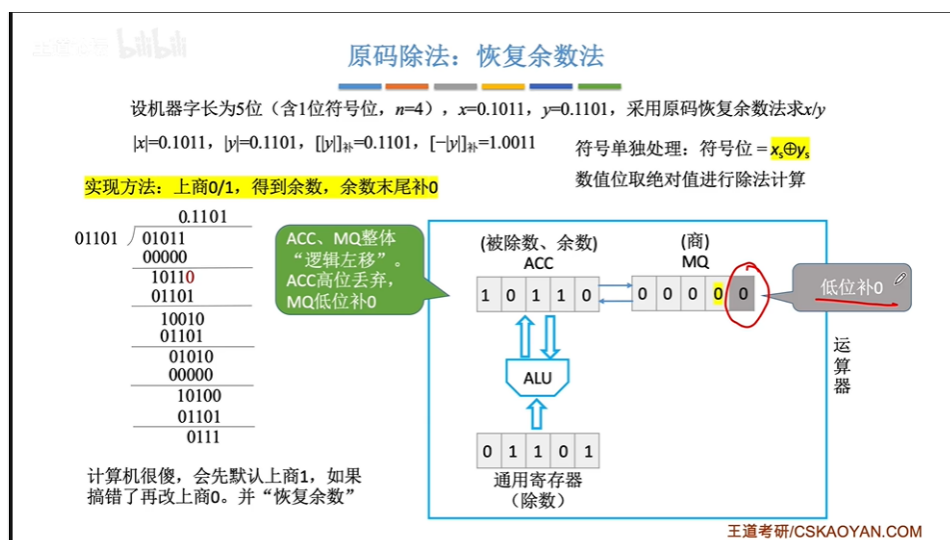


图 5: 原码除法

bilibili

原码除法：恢复余数法

设机器字长为5位（含1位符号位， $n=4$ ）， $x=0.1011$ ， $y=0.1101$ ，采用原码恢复余数法求 x/y

$|x|=0.1011$ ， $|y|=0.1101$ ， $[|y|]_补=0.1101$ ， $[-|y|]_补=1.0011$

符号单独处理：符号位 = $x_s \oplus y_s$

实现方法：上商0/1，得到余数，余数末尾补0

数值位取绝对值进行除法计算

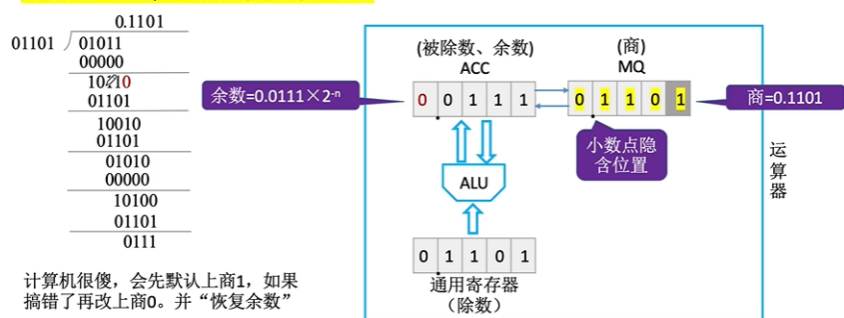


图 6: 原码除法 1

bilibili

原码除法：加减交替法

又名：不恢复余数法

符号位与数值位分开处理

设机器字长为5位（含1位符号位， $n=4$ ）， $x=0.1011$ ， $y=0.1101$ ，采用原码加减交替法求 x/y

$|x|=0.1011$ ， $|y|=0.1101$ ， $[|y|]_补=0.1101$ ， $[-|y|]_补=1.0011$

若余数为负，则可直接商0，让余数左移1位再加上 $|除数|$ ，得到下一个新余数

若余数为正，则商1，让余数左移1位再减去 $|除数|$ ，得到下一个新余数

被除数/余数	
	0.1011
$+[- y]_补$	1.0011
	1.1110
左移	1.1100
$+ y _补$	0.1101
	0.1001
左移	1.0010
$+[- y]_补$	1.0011
	0.0101
左移	0.1010
$+[- y]_补$	1.0011
	1.1101
左移	1.1010
$+ y _补$	0.1101
	0.0111

商	ACC	MQ
	01011	00000
0	11110	00000
	11100	00000
01	01001	00001
	10010	00010
011	00101	00011
	01010	00110
0110	11101	00110
	11010	01100
01101	00111	01101

$Q_s = x_s \oplus y_s = 0 \oplus 0 = 0$
得 $x/y = +0.1101$
余 0.0111×2^{-4}

注：余数的正负性与商相同

恢复余数法：当余数为负时商0，并 $+|除数|$ ，再左移，再 $-|除数|$

加减交替法：当余数为负时商0，并左移，再 $+|除数|$

王道考研/CSKAQYAN.COM

图 7: 加减交替法

2.6 原码的除法如上图

2.7 数据存储与排列

多字节数据在内存里面一定是占连续的几个字节。

分为大端方式和小端方式：

大端方式-便于人类阅读从高到低

小端方式-便于机器处理从低到高

边界对齐现代计算机通常是按字节编址，即每个字节对应 1 个地址。通常也支持安字，按半字，按字节寻址。

假设存储字长为 32 位，则一个字 = 32bit，半字 = 16bit。每次访存只能读/写 1 个字。

现代计算机分为边界对齐和边界不对齐的方式。

边界对齐只需要一次访存（空间换时间）

边界不对齐效率相对较低。

2.8 浮点数的表示和运算

定点数的局限性：

比如我的财富位-8540，可以用 2B 定点整数 short 即可表示。

马云的财富：10000000000000

4B 定点整数 int... 都表示不了

定点数可表示的数字范围有限，但是我们不能无限制地增加数据。

从科学计数法理解浮点数：

普通计数法：302657264536

科学计数法：

$+3.026 \times 10^{11}$ 可以表示为 +11 + 3.026

浮点数的真值： $N = r^E * M$

阶码：常用补码或者移码表示的定点整数

尾数：常用原码或者补码表示的定点小数

例：阶码，尾数均用补码表示，求 a ， b 的真值 $a = 0, -1; 1.1001$ $b = 0, 10; 0.001001$ a ：阶码 $0, 01$ 对应真值 $+1$ ，尾数 1.1001 对应真值 $-0.0111 = -(2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4})$ a 的真值 $= 2^1 * (-0.0111) = -0.111$

规格化浮点数：规定尾数的最高位数值位必须是一个有效值

左规：当浮点数运算的结果位非规格化时要进行规格化处理。将尾数算数左移 1 位，阶码减 1

右规：当浮点数运算的结果尾数出现溢出（双符号位为 01 或者 10）时，将尾数算术右移一位，阶码 +1

规格化浮点数的特点：1. 用原码表示的尾数进行规格化正数用 $0.1****$ 的形式，其最大值的表示为 0.111111 ，最小值表示为 $0.10...0$ 。尾数的表示范围为 $1/2 \leq M \leq (1 - 2^{-n})$ 。

负数的表示范围为 $1.1****$ 的形式，其最大值表示为 $1.100...0$ ，最小值尾数的表示范围为 $-(1 - 2^{-n}) \leq M \leq -1/2$ 。

用补码的不再赘述。

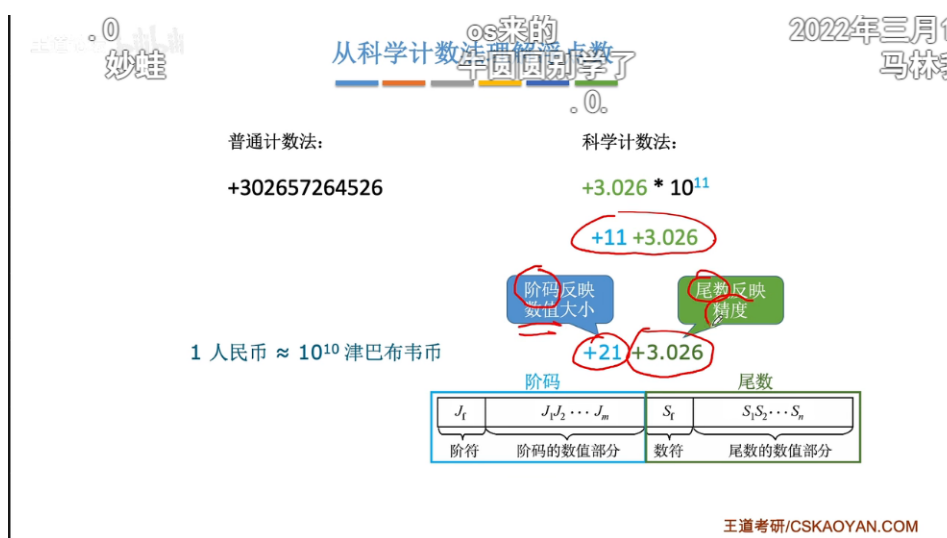
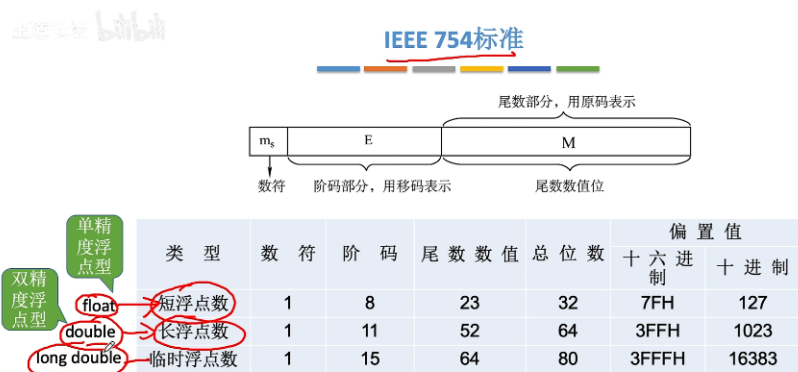


图 8: 从科学计数法理解浮点数

2.9 IEEE754

移码：补码的基础上将符号位取反。移码只能表示整数

移码的定义：移码 = 真值 + 偏置值 这一部分也是简单了解



王道考研/CSKAOYAN.COM

图 9: IEEE 标准

2.10 浮点数的加减运算

1. 对阶小阶向大阶靠齐（方便计算机对尾数处理）
2. 尾数加减
3. 规格化即左规或者右规
4. 舍入若规定只能保留 6 位有效数，则多余的直接砍掉（四舍五入）
5. 判溢出，若规定阶码不能超过两位，若运算后超出范围，则溢出

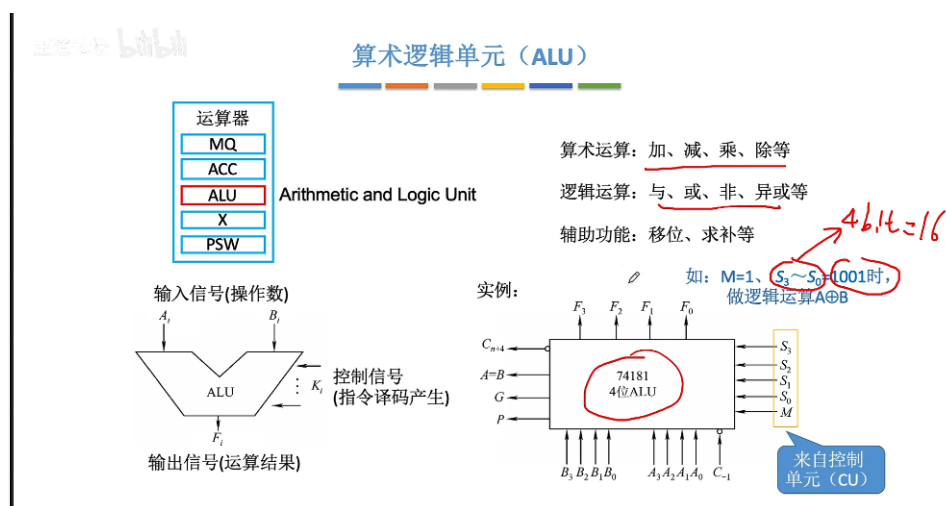


图 10: 算术逻辑单元 (ALU)

2.11 电路的基本原理

算术逻辑单元 (ALU) 基本逻辑 (门电路) 暂时不看

回忆: 奇偶校验码

逻辑表达式是对电路的数学化描述。

一位全加器

本位和等概念, 这里使用异或运算实现的。

串行加法器: 只有一个全加器, 数据逐位串行送入加法器进行运算。进位触发器用来寄存进位信号, 以便参与下一次运算。

串行进位的并行加法器: 把 n 个全加器串接起来, 就可以进行两个 n 位数的相加。每一级进位直接依赖于上一级的进位, 即进位信号是逐级形成的。

2.12 加法器和 ALU 的改进

不用太认真看

2.13 分类及发展方向

电子计算机分为电子模拟计算机和电子数字计算机。

电子数字计算机分为专用计算机和通用计算机。通用计算机又分为大型机，小型机，单片机等。

指令和数据流：

1. 单指令流和单数据流：冯诺依曼体系结构
2. 单指令流和多数数据流：陈列处理器，向量处理器
3. 多指令流和单数据流：实际上不存在
4. 多指令流和多数数据流：多处理器，多计算机

2.14 计算机系统的组成

这是计算机系统的组成 主机包括运算器和控制器（CPU）和主存储器，

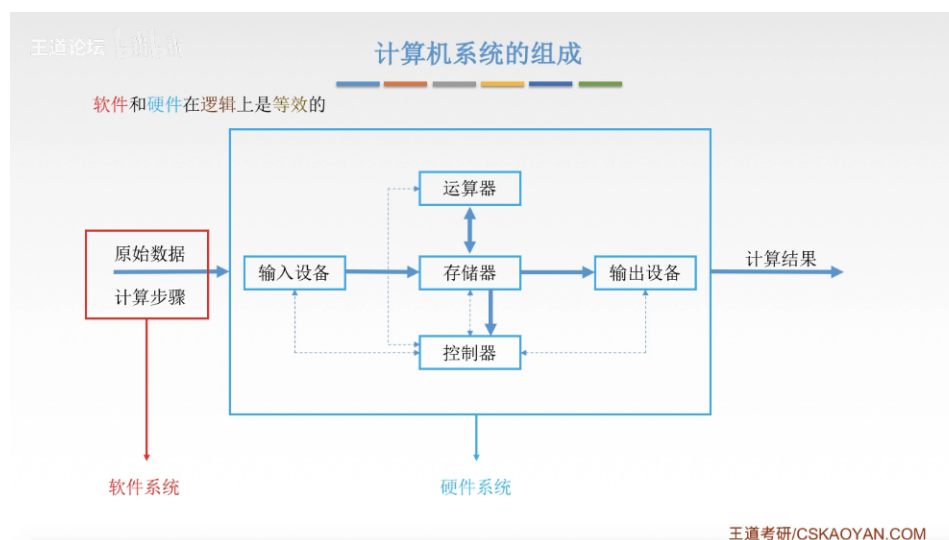


图 11: 计算机系统的组成

这个和传统意义的主机是区别的。

输入设备和输出设备称为 I/O 设备
辅助存储器

2.15 功能部件-I/O 设备

外设包括：输入设备，输出设备以及辅助存储器

2.16 软件系统

软件分为系统软件和应用软件

系统软件：整理整个计算机系统，使得系统资源得到合理调度：操作系统 (OS)，数据库管理系统 (DBMS)，语言处理系统

应用软件，完成用户的特定任务，使用系统软件提供的资源接口。

1. 机器语言：二进制代码
2. 汇编语言
3. 高级语言：C/C++、java，整段编译和解释程序两种

2.17 计算机系统的层次结构

虚拟机器 M4（高级语言机器）——虚拟机器 M3（汇编语言机器）——虚拟机器 M2（操作系统机器）——传统机器 M1（用机器语言的机器）——微程序机器 M0（微指令系统）

2.18 存储器

主存储器位于主机中，和运算器与控制器一起。

辅助存储器又被称为外存。

2.19 容量

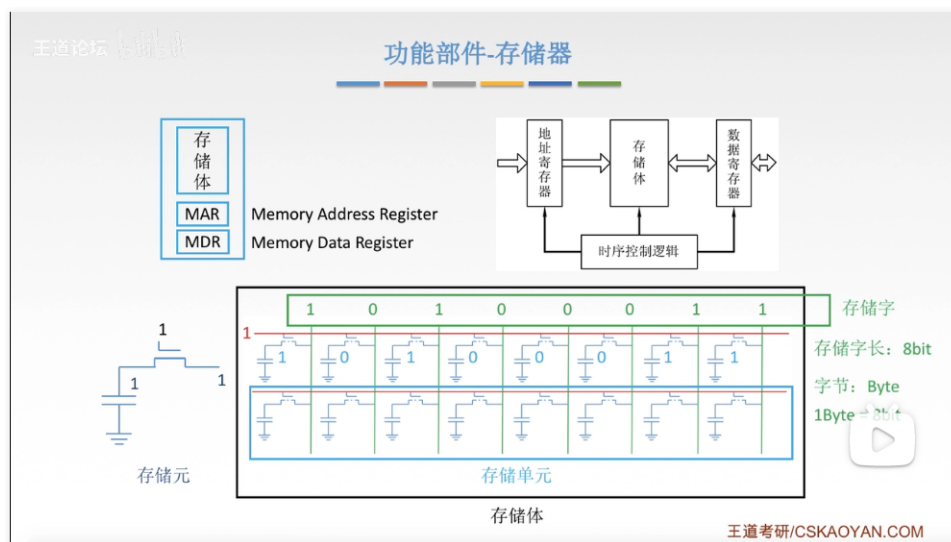


图 12: 功能部件-存储器

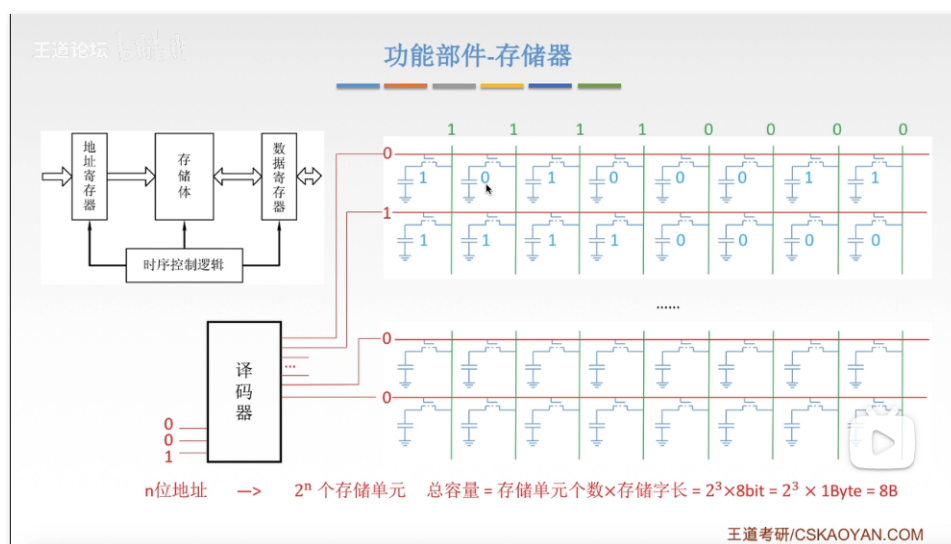


图 13: 功能部件-存储器 1

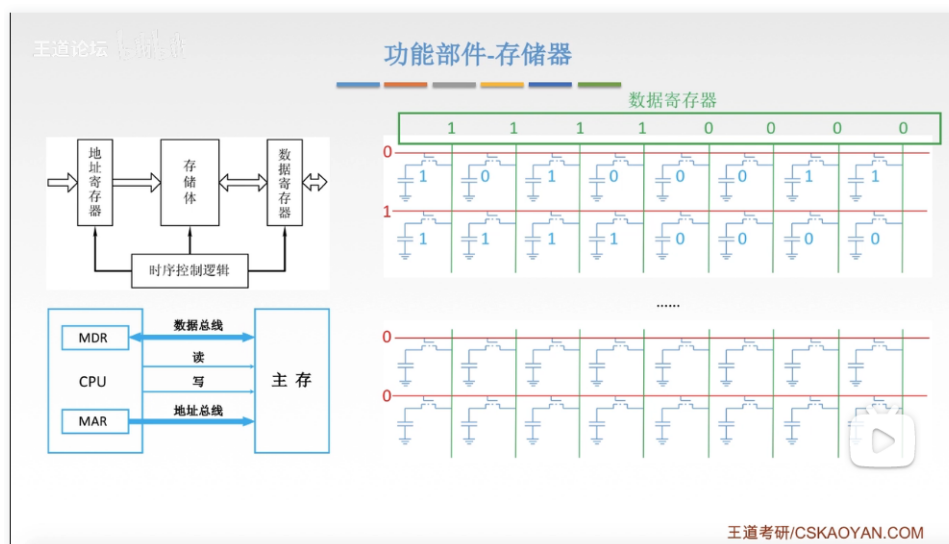


图 14: 功能部件-存储器 2

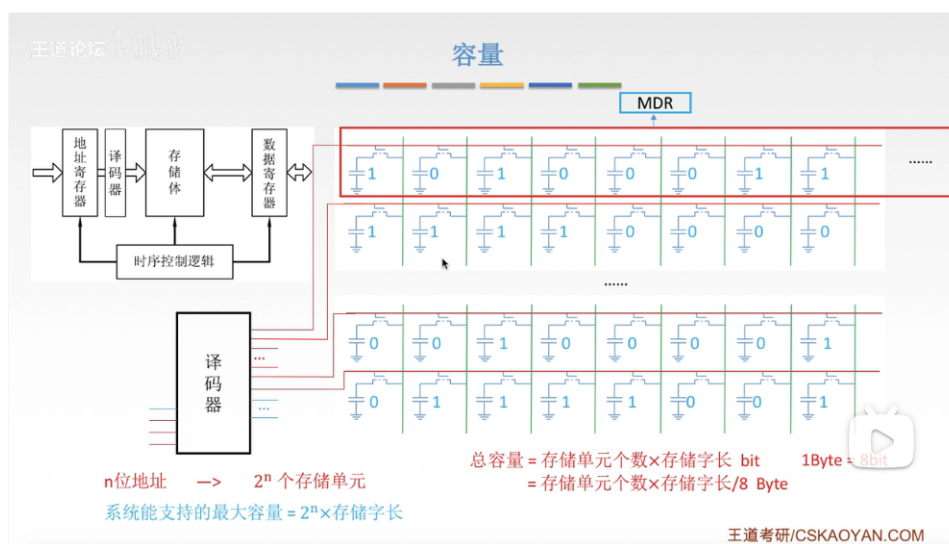


图 15: 容量