

# 剑术修行

当木块的长宽高至少有一个为偶数时，咕咕可以直接将木块切为大小相等的两块，答案为 0。

当木块的长宽高均为奇数时，咕咕将会选择最长的一条边的切开，答案为其余两边的乘积。

# 幻方游戏

记每行、每列以及两个斜对角线的三数之和为  $x$ ，那么九个格点之和恰为  $3x$ 。

记  $(2, 2)$  的权值为  $c$ 。将经过  $(2, 2)$  的四条线叠加  $(4x)$ ，则除了  $(2, 2)$  被统计了四次，其他八点均被统计了一次，可以看作是统计了所有的九个格点一次  $(3x)$  并统计了  $(2, 2)$  三次  $(3c)$ 。

即  $4x = 3x + 3c$ ，得到  $x = 3c$ 。

当我们知道  $x$  恰为  $c$  的三倍，这样我们稍加计算即可知道其他格点的数值了。

# 卡牌游戏

当  $n$  为 2 的整次幂时，白咕咕必输，否则白咕咕必胜。

必胜策略为：记当前卡牌数为  $k$ ，白咕咕每次取  $k$  的二进制表示中最低位的 1 所代表的数。

这样黑咕咕取牌必然无法一次取完，而白咕咕只需要重复策略，最后一定会使得  $k$  的二进制表示中只剩一个 1，并被白咕咕取走。

而当  $n$  为 2 的整次幂时，白咕咕无法起手就取走所有的卡牌，这样无论白咕咕一次取多少数量的卡牌，黑咕咕只要重复白咕咕的策略即可获胜。

# 装载规划

容易发现是一道 01 背包题，但背包容量过大，无法直接解决。

发现商品价值不超过  $10^3$ ，令  $f[i]$  表示装填价值为  $i$  的物品的最小重量，换一种方式 DP 即可。

具体地，因为总价值  $\sum v \leq n \times \max\{n\} = 10^5$ ，我们对于每一个价值  $j$ ，枚举所有的物品  $i$ ，尝试更新  $f_j$  即可。

时间复杂度  $\mathcal{O}(n \cdot n \cdot \max v)$ 。

# 循环法阵

可以发现节点之间串联形成了一个环。使用并查集或 DFS 可以统计出每个环的大小。

要统计所有排列种数，直接计算所有的环的大小的最小公倍数即可。而最后的结果可能很大，因此无法直接计算，需要进行优化。

具体地，我们首先求出每一个环的大小  $x_i$ ，然后对  $x_i$  分解质因数，统计每一类质因数的出现次数的最大值即可。

# 镜像符号串

将字符串  $s$  反转后接在  $s$  后面，即可使用 KMP 解决本题。

以字符串 `abac` 为例，反转并拼接后变为 `abac*caba`。对于前缀 `ab`，其与原串镜像对称的子串经过反转后，恰与原前缀相同。

我们只需要利用  $\pi$  函数判断对于新串的每一个前缀，其右侧有多少串与其相同即可。

## 算术练习

容易想到，对于相同的一段数字串，采用的进制越低，值越小。

对于给定的数字串  $s$ ，我们能对其采用的最低的进制，即为  $s$  中最大的数字加一。容易知道所有可能出现的进制为 1 到 10。

只需要使用线段树来查询区间最值，即可知道我们需要采用哪一种进制。

然后我们使用十个树状数组/线段树来维护全部十种进制，每次进制更新时将十颗树全部更新，查询时只需要查询对应进制的树即可。

## 向听计算

### 一般型

对于单一花色、不考虑雀头，那么和牌型必然恰包含且只包含面子。

记  $m_i, s_i, p_i, z_i$  ( $0 \leq i \leq 4$ ) 表示将给定的手牌中的指定花色变为  $i$  副面子的最小代价（摸切次数）。

对于字牌，因为只有刻子，我们可以很轻松地计算出  $z_i$ 。

对于万索饼三种花色，我们可以预处理出单一花色的所有全面子的构成（大约 3000 种），并将其与给定手牌比对，得到差值即可算出代价。

为了方便计算，我们还需要额外处理出  $m'_i, s'_i, p'_i, z'_i$  表示将给定的手牌中的指定花色变为  $i$  副面子和 1 副雀头的最小代价。

这样最小代价即为：

$$\min_{a+b+c+d=4} \begin{cases} m'_a + s_b + p_c + z_d \\ m_a + s'_b + p_c + z_d \\ m_a + s_b + p'_c + z_d \\ m_a + s_b + p_c + z'_d \end{cases}$$

### 七对子型

直接找到出现次数前七大的牌即可，以它们作为目标计算最后的代价。

### 国士无双型

首先找到所有的幺九牌的出现次数。

当所有的幺九牌出现次数都不超过 1 次，那么目标即为所有幺九牌恰出现一次，以它作为目标计算最后的代价。

当有至少一种幺九牌（假设为  $x$ ）出现了 2 次，那么目标即为  $x$  出现两次，有一张幺九不出现，其他幺九恰出现一次，以它作为目标计算最后的代价。