Inhalt des Übungsblatts:

- Extremstellen und -Punkte *(S. 27)*
- Exponentialfunktion *(S. 31)*
- Funktionenscharen *(S. 33)*
- Integral *(S. 36)*, Rotationskörper *(S. 38)*, Flächeninhalte *(S. 39)*
- Funktionsanalyse *(S. 43)*, gebrochenrationale Funktionen, Asymptoten *(S. 44)*

A1: Gleichung lösen Löse die Gleichung $\mathrm{e}^{5x} - \mathrm{e}^{3x} = 6\mathrm{e}^{x}$.
Hinweis: Du brauchst ungefähr alle gelernten Methoden!

A2: Exponentialfunktion

a) Gib $f(x) = 25^x$ als natürliche Exponentialfunktion an.

b) Wie unterscheidet sich der Graph von $-\mathrm{e}^{-x}$ von e^x? Formuliere die Erklärung schrittweise.

A3: Extrempunkte

a) Für eine ganzrationale Funktion f zweiten Grades gilt: $T(-1|-4)$ ist der Tiefpunkt und $Q(2|5)$ ist ein weiterer Punkt ihres Graphen. Ermittle eine Funktionsgleichung von f.

b) Gegeben ist $g(x) = 10x \cdot \mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$ (vgl. Abi 2014) (CAS)

- Bestimme Extrempunkt und Wendepunkt von g
- Für jedes $u > 0$ sind $O(0|0)$, $P(u|0)$ und $Q(u|g(u))$ die Eckpunkte eines Dreiecks. Bestimme einen Wert für u so, dass dieses Dreieck den Flächeninhalt 8 hat.
- Auf der x-Achse gibt es Intervalle der Länge 3, auf denen die Funktion g den Mittelwert $2,2$ besitzt. Bestimme die Grenzen eines solchen Intervalls.

A4: Funktionenscharen:

a) Berechne die Nullstellen der Funktionenscharen in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$:

- $f_a(x) = x^2 + 2ax + 9$
- $g_a(x) = 5ax + 15a$
- $h_a(x) = x^3 - a^2$
- $j_a(x) = (x - 3a)(x + 6a)$

b) Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit $f_a(x) = (x + a) \cdot \mathrm{e}^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$.

- Untersuche die Lage des Maxmimums.
- Gib die Gleichung der Funktion an, auf der die Maxima aller Scharkurven liegen.

A5: Stammfunktion berechnen: Berechne jeweils ein Stammfunktion zu den angegebenen Funktionen:

a) $f(x) = x^2 + x - 3$

b) $g(x) = (2x - 3)^8$

c) $h(x) = -5\sin(3x + 2)$

d) $i(x) = \mathrm{e}^{3x+7}$

e) $j(x) = \dfrac{1}{x \cdot \ln x}$

f) $k(x) = \mathrm{e}^{x - \mathrm{e}^x}$

A6: Integral:

a) Welche der Auswahlmöglichkeiten können eingesetzt werden?

$$\int_0^5 \left(3x^2 + \frac{1}{5}x\right) \mathrm{d}x = \square$$

- $\left[6x + \frac{1}{5}\right]_0^5$
- $\left[x^3 + 0,1x^2\right]_0^5$
- $127,5$
- $\left[x^3 + \frac{1}{10}x^2\right]_1^6$

b) Berechne den Gesamtinhalt der Flächen, die durch die Schaubilder der Funktionen eingeschlossen wird:

- $f(x) = x^2, g(x) = 2 - x^2$
- $h(x) = x^3, i(x) = x^2$
- $j(x) = x^3, k(x) = x$ (Achtet auf Flächen über und unter der x-Achse)

c) Die Gerade $y = x$ und die x-Achse begrenzen zusammen mit den Geraden $x = 2$ und $x = u$ mit $u > 2$ eine Fläche. Bestimmen Sie einen Wert für u so, dass $f(x) = x - \frac{8}{x^2}$ diese Fläche in zwei inhaltsgleiche Teile zerlegt. (CAS)

A7: Uneigentliches Flächenintegral

a) Berechnen Sie $\int_0^\infty e^{-x}\,\mathrm{d}x$

A8: Rotationskörper:

a) Die Fläche, welche von der x-Achse und dem Graphen der Funktionen vollständig eingeschlossen wird, rotiert um die x-Achse. Berechne den Rauminhalt des entstandenen Körpers.

- $f(x) = x^2 - 2x$
- $h(x) = \frac{1}{3}x^2 - x$
- $g(x) = \sqrt{x} \cdot (x - 2)$
- $j(x) = x^2 - 5x + 4$

b) Die Fläche, welche von den Graphen der Funktionen vollständig eingeschlossen wird, rotiert um die x-Achse. Berechne den Rauminhalt des entstandenen Körpers.

- $f(x) = -x^2 + 4, \quad g(x) = x + 2$
- $h(x) = x^2 - x + 1, \quad j(x) = 4x - 3$

A9: Asymptoten

a) Gib die x- und y-Werte der senkrechten bzw. waagrechten Asymptoten der Funktionen an:

- $f(x) = \frac{1}{x}$
- $h(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$
- $j(x) = -\mathrm{e}^x - 4$
- $g(x) = \frac{1}{x - 1}$
- $i(x) = \mathrm{e}^{-x} + 1$
- $k(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{2x^2 - 4}$

b) Gib die Gleichung der gebrochenrationalen Funktion f mit folgenden Eigenschaften an:
Asymptoten: $x = -2,\ x = 2,\ y = -4$ und Nullstellen: $x = 3$