

Inhalt des Übungsblatts:

- Extremstellen und -Punkte (S. 27)
- Exponentialfunktion (S. 31)
- Funktionenscharen (S. 33)
- Integral (S. 37), Rotationskörper (S. 40), Flächeninhalte (S. 41)
- Funktionsanalyse (S. 45), gebrochenrationale Funktionen, Asymptoten (S. 46)

A1: Gleichung lösen Löse die Gleichung $e^{5x} - e^{3x} = 6e^x$.

Hinweis: Du brauchst ungefähr alle gelernten Methoden!

A2: Exponentialfunktion

- Gib $f(x) = 25^x$ als natürliche Exponentialfunktion an.
- Wie unterscheidet sich der Graph von $-e^{-x}$ von e^x ? Formuliere die Erklärung schrittweise.

A3: Extrempunkte

- Bestimme Extrempunkte und Wendestellen von: $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 5x + 7$
- Gegeben ist $g(x) = 10x \cdot e^{\frac{1}{2}x}$ (vgl. Abi 2014)
 - Bestimme Extrempunkt und Wendepunkt von g
 - Für jedes $u > 0$ sind $O(0|0)$, $P(u|0)$ und $Q(u|g(u))$ die Eckpunkte eines Dreiecks. Bestimme einen Wert für u so, dass dieses Dreieck den Flächeninhalt 8 hat.
 - Auf der x -Achse gibt es Intervalle der Länge 3, auf denen die Funktion g den Mittelwert 2, 2 besitzt. Bestimme die Grenzen eines solchen Intervalls.

A4: Funktionenscharen:

- Berechne die Nullstellen der Funktionenscharen in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$:
 - $f_a(x) = x^2 + 2ax + 9$
 - $h_a(x) = x^3 - a^2$
 - $g_a(x) = 5ax + 15a$
 - $j_a(x) = (x - 3a)(x + 6a)$
- Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit $f_a(x) = (x + a) \cdot e^{-x}, x \in \mathbb{R}$.
 - Untersuche die Lage des Maximums.
 - Gib die Gleichung der Funktion an, auf der die Maxima aller Scharkurven liegen.

A5: Stammfunktion berechnen: Berechne jeweils ein Stammfunktion zu den angegebenen Funktionen:

- | | | |
|-------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|
| a) $f(x) = x^2 + x - 3$ | c) $h(x) = -5 \sin(3x + 2)$ | e) $j(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$ |
| b) $g(x) = (2x - 3)^8$ | d) $i(x) = e^{3x+7}$ | f) $k(x) = e^{x-e^x}$ |

A6: Integral:

- Welche der Auswahlmöglichkeiten können eingesetzt werden?

$$\int_0^5 \left(3x^2 + \frac{1}{5}x \right) dx = \square$$

$$\bullet \left[6x + \frac{1}{5} \right]_0^5 \quad \bullet \left[x^3 + 0,1x^2 \right]_0^5 \quad \bullet 127,5 \quad \bullet \left[x^3 + \frac{1}{10}x^2 \right]_1^6$$

b) Berechne den Gesamteinheit der Flächen, die durch die Schaubilder der Funktionen eingeschlossen wird:

- $f(x) = x^2, g(x) = 2 - x^2$
- $h(x) = x^3, i(x) = x^2$
- $j(x) = x^3, k(x) = x$ (Achtet auf Flächen über und unter der x-Achse)

A7: Integral: Die Gerade $y = x$ und die x -Achse begrenzen zusammen mit den Geraden $x = 2$ und $x = u$ mit $u > 2$ eine Fläche. Bestimmen Sie einen Wert für u so, dass $f(x) = x - \frac{8}{x^2}$ diese Fläche in zwei inhaltsgleiche Teile zerlegt. (CAS)

A8: Uneigentliches Flächenintegral

a) Berechnen Sie $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$

A9: Rotationskörper:

a) Die Fläche, welche von der x -Achse und dem Graphen der Funktionen vollständig eingeschlossen wird, rotiert um die x -Achse. Berechne den Rauminhalt des entstandenen Körpers.

- $f(x) = x^2 - 2x$
- $h(x) = \frac{1}{3}x^2 - x$
- $g(x) = \sqrt{x} \cdot (x - 2)$
- $j(x) = x^2 - 5x + 4$

b) Die Fläche, welche von den Graphen der Funktionen vollständig eingeschlossen wird, rotiert um die x -Achse. Berechne den Rauminhalt des entstandenen Körpers.

- $f(x) = -x^2 + 4, g(x) = x + 2$
- $h(x) = x^2 - x + 1, j(x) = 4x - 3$

A10: Asymptoten

a) Gib die x - und y -Werte der senkrechten bzw. waagrechten Asymptoten der Funktionen an:

- $f(x) = \frac{1}{x}$
- $h(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$
- $j(x) = -e^x - 4$
- $g(x) = \frac{1}{x - 1}$
- $i(x) = e^{-x} + 1$
- $k(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{2x^2 - 4}$

b) Gib die Gleichung der gebrochenrationalen Funktion f mit folgenden Eigenschaften an:
Asymptoten: $x = -2, x = 2, y = -4$ und Nullstellen: $x = 3$