

**Inhalt des Übungsblatts:**

- Gleichungen (S. 7)
- Monotonie, Achsenschnittpunkte (S. 13), Trigonometrie (S. 16)
- Ableiten (S. 23)
- Tangenten, Normalen (S. 22)

**A1: Gleichungen:** Löse die Gleichungen für  $x \in \mathbb{R}$

- |                        |  |
|------------------------|--|
| a) $3x + 5 = 23$       | e) $4(9x - 11) - 12(3x - 4) = 4$                     |
| b) $8x - 12 = 28$      | f) $\frac{x+2}{3} + \frac{x-1}{15} = \frac{2x+3}{5}$ |
| c) $7x + 3 = 5x + 12$  | g) $(x-5)^2 = (x-3)(x+3)$                            |
| d) $17 - 4x = 1 - 12x$ |  |

**A2: Mitternachtsformel:** Löse die Gleichungen für  $x \in \mathbb{R}$  mithilfe der Mitternachtsformel

- |                         |                    |                             |
|-------------------------|--------------------|-----------------------------|
| a) $x^2 - 10x + 24 = 0$ | c) $x^2 - 9x = 22$ | e) $\frac{x(x-10)}{2} = 12$ |
| b) $x^2 + 6x - 16 = 0$  | d) $x^2 = 3x + 18$ |                             |

**A3: Wurzeln:** Vereinfache so weit möglich

- |  |                               |                                       |
|--|-------------------------------|---------------------------------------|
| a) $4\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$ | c) $\sqrt{192x^5}$            | e) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{300}$        |
| b) $\sqrt{180}$                        | d) $\sqrt{\frac{80x^2}{147}}$ | f) $\sqrt{27} - \sqrt{25} - \sqrt{3}$ |

**A4: Satz vom Nullprodukt:** Löse die Gleichungen für  $x \in \mathbb{R}$  mit dem Satz vom Nullprodukt

- |   |  |                      |
|---|--|----------------------|
| a) $\sin(x) \cdot (\cos(x) - 2) = 0$<br>mit $(0 \leq x < 2\pi)$ | b) $\sin^2(x) - 2\sin(x) = 0$<br>mit $(0 \leq x < 2\pi)$ | c) $x^3 - 4x = 0$    |
|   |  | d) $3x^3 - 6x^2 = 0$ |

**A5: Substitution:** Löse die Gleichungen - ohne CAS

- |                          |  |   |
|--------------------------|--|---|
| a) $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$ | c) $\sin(3x) = 1 (0 \leq x \leq 2\pi)$                     | e) $e^{2x} - e^x = 0$                                       |
| b) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$  | d) $\sin^2(2x) + 2\sin(2x) = -1$<br>$(0 \leq x \leq 2\pi)$ | f) $\cos^2(x) - 3\cos(x) + 2 = 0$<br>$(0 \leq x \leq 2\pi)$ |

**A6: Nullstellen von Funktionen:** Bestimme die Nullstellen der Funktionen

- |                                    |                           |                     |
|------------------------------------|---------------------------|---------------------|
| a) $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 4$ | b) $f(x) = 3x^2 - 2x + 2$ | c) $f(x) = x^4 - 1$ |
|------------------------------------|---------------------------|---------------------|

**A7: Schnittpunkte von Funktionen:** In welchen Punkten schneiden sich die Funktionen?

- |                            |  |
|----------------------------|--|
| a) $f(x) = x^2, g(x) = 2x$ | b) $f(x) = \frac{1}{2}x^4, g(x) = x^2 + 4$ |
|----------------------------|--|

**A8: Trigonometrie:**

- a) Beschreiben Sie in Worten, wie sich der Graph von  $g(x) = 3 \sin(3(x + 1)) - 3$  von  $\sin(x)$  unterscheidet.
- b) Gib die Amplitude, Verschiebung und Periode der folgenden Sinus-Funktionen an:
- $\sin(2(x - 2)) + 1$
  - $4 \sin\left(\frac{3x}{4\pi}\right)$
  - $-2 \sin(4x + 8) - 3\pi$
- c) In Abbildung 1 gegeben ist der Graph F einer verschobenen Sinusfunktion. Gib einen möglichen Funktionsterm  $f(x)$  an.

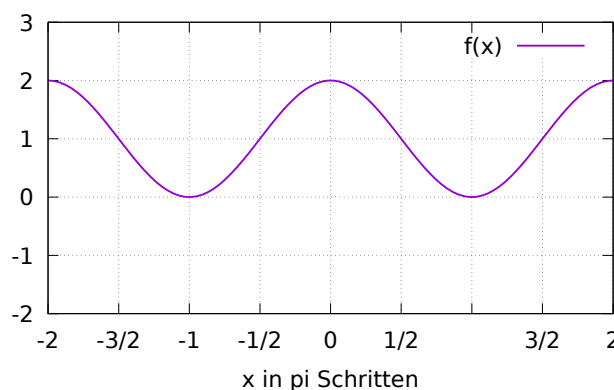


Abbildung 1: Sinus-Funktion

**A9: Ableitungen:** Berechne jeweils die erste Ableitung der Funktionen

- |                                    |                                  |   |
|------------------------------------|----------------------------------|---|
| a) $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 10$ | e) $k(x) = 2(3x^2 + x)^3$        | h) $n(x) = \sqrt{x} \sin(x^2)$                |
| b) $g(x) = x^2 e^x$                | f) $l(x) = \frac{4}{(2x + 1)^2}$ | i) $o(x) = \sqrt{\cos(x) \cdot \sqrt{x + 1}}$ |
| c) $h(x) = x^x$                    | g) $m(x) = 2x \sqrt{x^2 + 1}$    | j) $p(x) = \frac{2x + 3}{\sin(3x)}$           |
| d) $j(x) = \ln(e^{3x} \sin(2x))$   |                                  |   |

**A10: Monotonieuntersuchung:**

- a) Definiere, wann eine Funktion in einem Intervall als streng monoton steigend bezeichnet wird.
- b) Untersuche die gegebenen Funktionen auf Monotonie und gib Art und Lage der Extrempunkte an:

- |                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| (a) $f(x) = x^2 - 4x + 5$         | (c) $h(x) = 3x^4 + 8x^3 - 48x^2 + 3$                          |
| (b) $g(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 6$ | (d) $j(x) = \frac{2x^2}{2x - 1}$ (Achtung: gebrochenrational) |

**A11: Tangenten:**

- a) Gegeben ist die Funktion  $g$  mit  $g(x) = 2x^2 + 1$ . Bestimme die Gleichung der Tangente und der Normalen an den Graphen  $G$  von  $g$  im Punkt  $P(1|3)$ .
- b) Bestimme die Gleichung der Tangente und Normalen an den Graphen  $G$  von  $g$  mit der Steigung 1.
- c) Bestimme die Gleichungen der beiden Tangenten an den Graphen  $G$  von  $g$ , die durch den Punkt  $Q(3|17)$  gehen und gib die Berührungspunkte der Tangenten mit dem Graphen  $G$  von  $g$  an.