

Inhalt des Übungsblatts:

- Gleichungen (S. 7)
- Monotonie, Achsenschnittpunkte (S. 13), Trigonometrie (S. 16)
- Ableiten (S. 23)
- Tangenten, Normalen (S. 22)

A1: Gleichungen: Löse die Gleichungen für $x \in \mathbb{R}$

- | | |
|------------------------|--|
| a) $3x + 5 = 23$ | e) $4(9x - 11) - 12(3x - 4) = 4$ |
| b) $8x - 12 = 28$ | f) $\frac{x+2}{3} + \frac{x-1}{15} = \frac{2x+3}{5}$ |
| c) $7x + 3 = 5x + 12$ | g) $(x-5)^2 = (x-3)(x+3)$ |
| d) $17 - 4x = 1 - 12x$ | |

A2: Mitternachtsformel: Löse die Gleichungen für $x \in \mathbb{R}$ mithilfe der Mitternachtsformel

- | | | |
|-------------------------|--------------------|-----------------------------|
| a) $x^2 - 10x + 24 = 0$ | c) $x^2 - 9x = 22$ | e) $\frac{x(x-10)}{2} = 12$ |
| b) $x^2 + 6x - 16 = 0$ | d) $x^2 = 3x + 18$ | |

A3: Wurzeln: Vereinfache so weit möglich

- | | | |
|--|-------------------------------|---------------------------------------|
| a) $4\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$ | c) $\sqrt{192x^5}$ | e) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{300}$ |
| b) $\sqrt{180}$ | d) $\sqrt{\frac{80x^2}{147}}$ | f) $\sqrt{27} - \sqrt{25} - \sqrt{3}$ |

A4: Satz vom Nullprodukt: Löse die Gleichungen für $x \in \mathbb{R}$ mit dem Satz vom Nullprodukt

- | | | |
|---|--|----------------------|
| a) $\sin(x) \cdot (\cos(x) - 2) = 0$
mit $(0 \leq x < 2\pi)$ | b) $\sin^2(x) - 2\sin(x) = 0$
mit $(0 \leq x < 2\pi)$ | c) $x^3 - 4x = 0$ |
| | | d) $3x^3 - 6x^2 = 0$ |

A5: Substitution: Löse die Gleichungen - ohne CAS

- | | | |
|--------------------------|--|---|
| a) $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$ | c) $\sin(3x) = 1 (0 \leq x \leq 2\pi)$ | e) $e^{2x} - e^x = 0$ |
| b) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ | d) $\sin^2(2x) + 2\sin(2x) = -1$
$(0 \leq x \leq 2\pi)$ | f) $\cos^2(x) - 3\cos(x) + 2 = 0$
$(0 \leq x \leq 2\pi)$ |

A6: Nullstellen von Funktionen: Bestimme die Nullstellen der Funktionen

- | | | |
|------------------------------------|---------------------------|---------------------|
| a) $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 4$ | b) $f(x) = 3x^2 - 2x + 2$ | c) $f(x) = x^4 - 1$ |
|------------------------------------|---------------------------|---------------------|

A7: Schnittpunkte von Funktionen: In welchen Punkten schneiden sich die Funktionen?

- | | |
|----------------------------|--|
| a) $f(x) = x^2, g(x) = 2x$ | b) $f(x) = \frac{1}{2}x^4, g(x) = x^2 + 4$ |
|----------------------------|--|

A8: Trigonometrie:

- a) Beschreiben Sie in Worten, wie sich der Graph von $g(x) = 3 \sin(3(x + 1)) - 3$ von $\sin(x)$ unterscheidet.
- b) Gib die Amplitude, Verschiebung und Periode der folgenden Sinus-Funktionen an:
- $\sin(2(x - 2)) + 1$
 - $4 \sin\left(\frac{3x}{4\pi}\right)$
 - $-2 \sin(4x + 8) - 3\pi$
- c) In Abbildung 1 gegeben ist der Graph F einer verschobenen Sinusfunktion. Gib einen möglichen Funktionsterm $f(x)$ an.

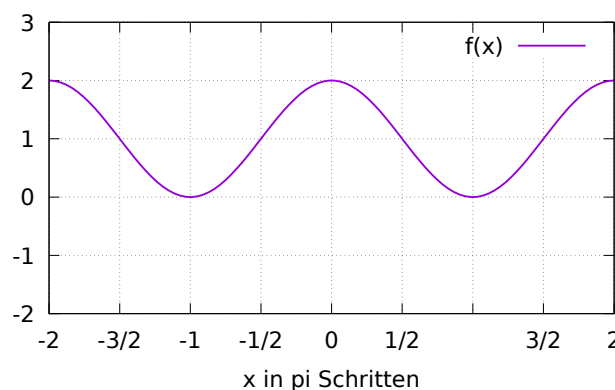


Abbildung 1: Sinus-Funktion

A9: Ableitungen: Berechne jeweils die erste Ableitung der Funktionen

- | | | |
|------------------------------------|----------------------------------|---|
| a) $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 10$ | e) $k(x) = 2(3x^2 + x)^3$ | h) $n(x) = \sqrt{x} \sin(x^2)$ |
| b) $g(x) = x^2 e^x$ | f) $l(x) = \frac{4}{(2x + 1)^2}$ | i) $o(x) = \sqrt{\cos(x) \cdot \sqrt{x + 1}}$ |
| c) $h(x) = x^x$ | g) $m(x) = 2x \sqrt{x^2 + 1}$ | j) $p(x) = \frac{2x + 3}{\sin(3x)}$ |
| d) $j(x) = \ln(e^{3x} \sin(2x))$ | | |

A10: Monotonieuntersuchung:

- a) Definiere, wann eine Funktion in einem Intervall als streng monoton steigend bezeichnet wird.
- b) Untersuche die gegebenen Funktionen auf Monotonie und gib Art und Lage der Extrempunkte an:

- | | |
|-----------------------------------|---|
| (a) $f(x) = x^2 - 4x + 5$ | (c) $h(x) = 3x^4 + 8x^3 - 48x^2 + 3$ |
| (b) $g(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 6$ | (d) $j(x) = \frac{2x^2}{2x - 1}$ (Achtung: gebrochenrational) |

A11: Tangenten:

- a) Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = 2x^2 + 1$. Bestimme die Gleichung der Tangente und der Normalen an den Graphen G von g im Punkt $P(1|3)$.
- b) Bestimme die Gleichung der Tangente und Normalen an den Graphen G von g mit der Steigung 1.
- c) Bestimme die Gleichungen der beiden Tangenten an den Graphen G von g , die durch den Punkt $Q(3|17)$ gehen und gib die Berührungspunkte der Tangenten mit dem Graphen G von g an.