

Metodo di fit per il diodo:

La differenza di potenziale ΔV in funzione della corrente I che scorre all'interno del diodo può essere espressa attraverso la legge 2. Potremo, dunque, essere tentati ad adottare tale formula ai fini di un fit numerico. Tuttavia tale operazione provocherebbe il fallimento del fit a causa dei valori negativi/nulli che debitamente si riscontreranno all'interno del logaritmo. E' stato dunque necessario adottare un algoritmo alternativo, basato sul metodo di Newton. Esso ci consentirà di ricostruire numericamente la funzione inversa della legge 2.

Illustriamo in breve il metodo di Newton. Sia data una funzione $f(x)$ continua e derivabile entro un intervallo di definizione connesso (con $f'(x)$ limitata e diversa da 0 per ciascuna x appartenente al dominio) ed una v tale che $f(v) = 0$. Sviluppando al prim'ordine f in un intorno di v , otterremo:

$$f(x) = f(v) + f'(v) \cdot (x-v) + \frac{1}{2}f''(X) \cdot (x-v)^2 = 0$$

ove X è un numero reale compreso fra v ed x . Nel caso in cui il $(x-v)^2$ risultasse prossimo a zero:

$$x \simeq v - \frac{f(v)}{f'(v)}$$

L'unica limitazione nell'adottare tale scrittura è che necessitiamo di v molto vicino a x incognito. Tuttavia, nel caso in cui la funzione f risultasse sufficientemente maneggevole, potremo partire da un valore generico del dominio e riscontrare con buona approssimazione la radice in un tempo finito relativamente breve. Per effettuare ciò, è necessaria la serie ricorsiva:

$$x[0] = a$$

$$x[N+1] = x[N] - \frac{f(x[N])}{f'(x[N])}$$

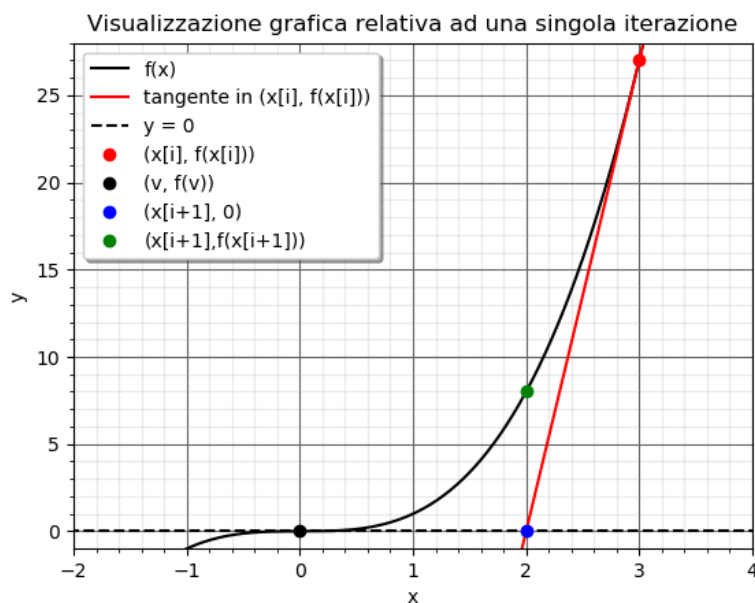
ove a è un generico valore appartenente al dominio di definizione. In pratica, per ogni iterazione tale serie valuta $f(x[i])$, cerca la retta tangente in tale punto alla funzione:

$$y = f(x[i]) + f'(x[i]) \cdot (x - x[i])$$

Dopodiché cerca il punto x per il quale $y = 0$:

$$x = x[i+1] = x[i] - \frac{f(x[i])}{f'(x[i])}$$

E viene conseguentemente valutato il valore $f(x[i+1])$ ed il procedimento viene ripetuto per un dato numero di iterazioni.



Esempio grafico di un'iterazione della serie ricorsiva relativo a $f(x) = x^3$

Se la funzione è monotona e la serie converge ad un valore, tale sarà v , essendo l'unico punto fisso della serie:

$$a = a - f(a)/f'(a) \rightarrow (f(a)=0 \wedge v=a)$$

essendo v l'unico punto in cui si annulla la funzione per definizione.

Ritornando al diodo, esso può essere interpretato quale un diodo ideale ed una resistenza in serie, collegati ad un generatore di differenza di potenziale. Quindi, per la legge delle maglie:

$$\Delta V_{\text{ingresso}} = \Delta V_{\text{diodo}} + \Delta V_{\text{resistenza}} = \Delta V_{\text{diodo}} + R \cdot I$$

ove I è la corrente che scorre all'interno del diodo in quel determinato istante. Notoriamente, tale scrittura si può porre nella seguente forma ai fini di definire la retta di carico del diodo:

$$\Delta V_{\text{diodo}}(I) = \Delta V_{\text{ingresso}} - R \cdot I$$

Il punto di intersezione di tale retta con l'equazione di Shockley per il diodo rappresenta il punto di lavoro (v , i) del diodo:

$$i = I_0 \cdot \left(e^{\frac{\Delta V_{\text{ingresso}} - R \cdot i}{\eta V_t}} - 1 \right) = I_0 \cdot \left(e^{\frac{v}{\eta V_t}} - 1 \right) = \frac{\Delta V_{\text{ingresso}} - v}{R}$$

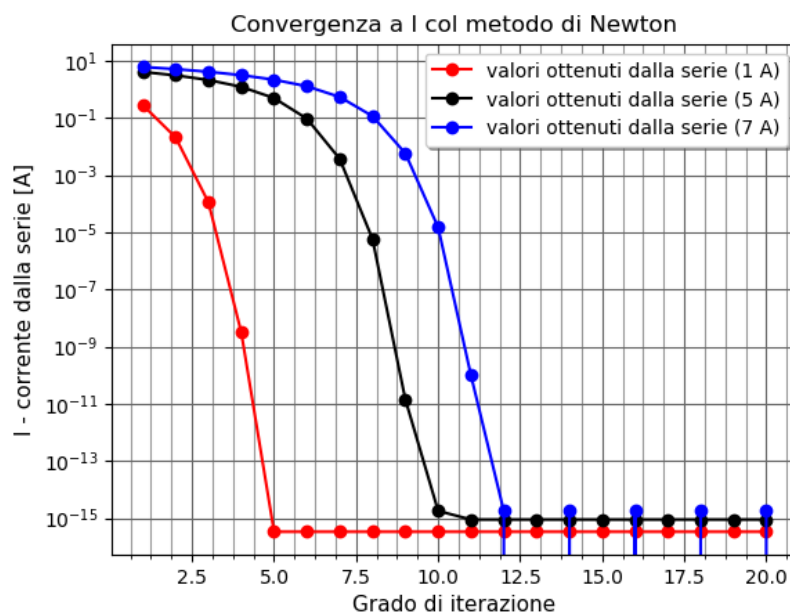
Tale i dovrà necessariamente corrispondere alla corrente di lavoro in virtù dell'equazione di Shockley. Dunque definendo la funzione $g(x)$ come segue:

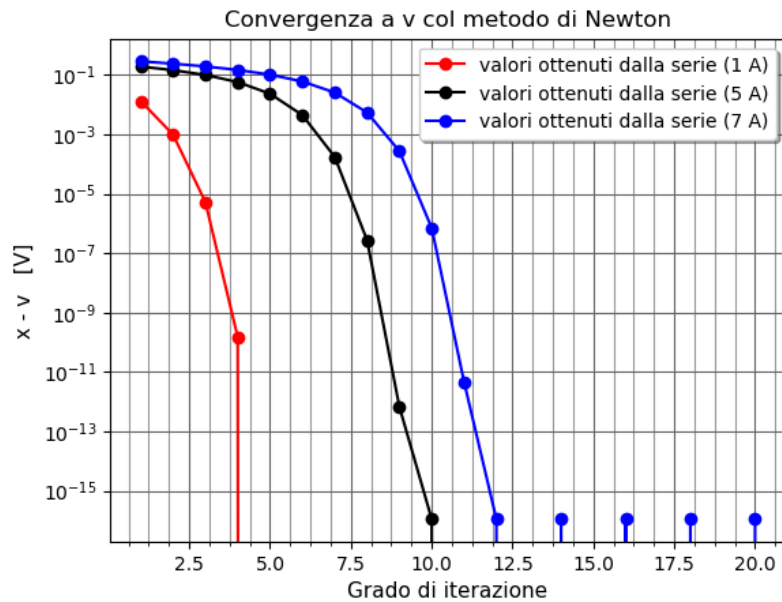
$$g(x) = I_0 \cdot e^{\frac{x}{\eta V_t}} - \frac{\Delta V_{\text{ingresso}} - x}{R}$$

è possibile adottare il metodo di Newton al fine di riscontrare la radice v ed individuare così la corrente di lavoro.

E' possibile, quindi, effettuare un fit della corrente in funzione della tensione ai capi del diodo reale attraverso una legge che per un determinato valore della tensione ($\Delta V_{\text{ingresso}}$) ed un dato numero di iterazioni (ne sono sufficienti poche nel nostro caso ai fini di ottenere un'approssimazione adeguata), riesce ad individuare la radice v nelle modalità previamente descritte. Attraverso la stessa, sarà quindi possibile individuare la corrente di lavoro del diodo per la suddetta V .

E' immediato comprendere che fare un fit con questa legge risulta essere equivalente a fare un fit con la legge 2, con minori complicazioni computazionali. Verifichiamo graficamente che per dei generici valori della corrente i due metodi danno risultati sostanzialmente equivalenti (adottiamo i parametri stimati dal fit). I grafici relativi alla convergenza di v e di I anche a seguito di sole 20 iterazioni:





Tali grafici evidenziano che, come era da aspettarsi, la legge adottata per il fit risulta essere l'inversa numerica della legge 2. La serie, inoltre, risulta convergere molto rapidamente ai valori attesi e quindi sono effettivamente sufficienti 20 iterazioni per una buona precisione. All'interno della funzione di fit, è stato infine introdotto un offset quale parametro libero per ovviare errori di zero dovuti agli assorbimenti di ADC in Teensy 3.2.