

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

А.В. Шапкарин И.Г. Кулло

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
ПО КУРСУ “ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ”
ЛИНЕЙНЫЕ НЕПРЕРЫВНЫЕ
ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

*Рекомендовано УМО “Ядерные физика и технологии”
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений*

Москва 2007

УДК 681.51(076.5)

ББК 32.965я7

Ш23

Шапкарин А.В., Кулло И.Г. Лабораторный практикум по курсу “Теория автоматического управления”. Линейные непрерывные динамические системы. М.: МИФИ, 2007. – 84с.

В лабораторном практикуме используется новая методика проведения занятий по курсу ТАУ в связи с переходом на техническую базу по цифровому моделированию.

Основные положения теории управления, связанные с временными и частотными методами исследования систем, проверяются на их статических и динамических моделях.

Практикум рассчитан на проведение восьми двухчасовых занятий в компьютерном классе с использованием системы моделирования *Simulink* последних версий *MATLAB* 6.5 и 7. В нем учтены опыт по моделированию динамических систем на аналоговых вычислительных комплексах, созданных преподавателями кафедры “Автоматика” под руководством доцента Алексакова Г.Н., и методические наработки Копылова Б.И. Применение современных цифровых методов моделирования на базе персональных компьютеров дает новые, более высокие возможности по исследованию систем автоматического управления.

Лабораторный практикум предназначен для студентов, обучающихся по специальности “Электроника и автоматика физических установок” и другим инженерным специальностям.

Пособие подготовлено в рамках Инновационной образовательной программы.

Рецензент Саманчук В.Н.

ISBN 978-5-7262-0818-3

© Московский инженерно-физический институт (государственный университет), 2007

СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ В СРЕДЕ <i>SIMULINK</i>	5
Запуск системы <i>Simulink</i>	5
Создание модели	7
Параметры моделирования.....	8
Перенос результатов моделирования в текстовый редактор.....	10
Типовые схемы моделирования	12
Лабораторная работа №1. ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СОЕДИНЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ БЕЗЫНЕРЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	17
Параллельное соединение	17
Последовательное соединение	17
Соединение с обратной связью	18
Формирование желаемой статической характеристики элемента	19
Статические характеристики генератора постоянного тока.....	21
Статические характеристики системы стабилизации напряжения генератора	23
Задание и порядок выполнения работы	24
Вопросы для подготовки к работе	27
Лабораторная работа №2. ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ПЕРВОГО ПОРЯДКА	28
Моделирование динамических систем первого порядка, их временные и частотные характеристики	28
Система стабилизации напряжения генератора с интегральным законом управления	35
Задание и порядок выполнения работы	37
Вопросы для подготовки к работе	39
Лабораторная работа № 3. ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА	40
Структурная модель в виде параллельного соединения.....	40
Структурная модель в виде последовательного соединения	42
Структурная модель системы с обратными связями по переменным состояния.....	44
Моделирование системы второго порядка с заданным расположением корней характеристического уравнения.....	47
Анализ свободного движения в системе второго порядка	50
Задание и порядок выполнения работы	54
Вопросы для подготовки к работе	55

Лабораторная работа № 4. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ, КАЧЕСТВА И ТОЧНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ	56
Анализ замкнутой системы, устойчивой в разомкнутом состоянии	57
Анализ статической замкнутой системы, неустойчивой в разомкнутом состоянии	63
Синтез астатической замкнутой системы, неустойчивой в разомкнутом состоянии	67
Задание и порядок выполнения работы	72
Вопросы для подготовки к работе	74
ТРЕБОВАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ ОТЧЕТОВ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ	75
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	76
ПРИЛОЖЕНИЕ. СОСТАВ БИБЛИОТЕКИ СТАНДАРТНЫХ БЛОКОВ СИСТЕМЫ <i>SIMULINK</i>	77

ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ В СРЕДЕ *SIMULINK*

Simulink – это инструмент для моделирования и анализа динамических систем, являющийся расширением системы инженерных и научных расчетов *MATLAB*.

Приведенные ниже сведения предназначены для начального знакомства с системой *Simulink* и даны в минимальном объеме, достаточном для выполнения лабораторных работ. Для более подробного изучения возможностей этой среды моделирования рекомендуем обратиться к специальной литературе [1, 2, 3].

Simulink основывается на принципе визуального программирования, в соответствии с которым пользователь создает модель системы в виде структурной схемы из библиотеки стандартных блоков. Таким образом, пользователю нет необходимости изучать язык программирования и численные методы. При моделировании система выполняет необходимые вычисления в соответствии с заданными настройками и выдает результаты в виде графиков или таблиц.

Запуск системы *Simulink*

Систему *Simulink* можно запустить из главного окна пакета *MATLAB* одним из следующих способов (см. рис. 1):

- нажать на соответствующую иконку на панели инструментов;
- напечатать команду *simulink* в командной строке и нажать клавишу *Enter*.

В результате одного из этих действий откроется окно – обозреватель библиотеки стандартных блоков (рис. 2).

Библиотека содержит следующие основные разделы:

- *Continuous* – линейные непрерывные блоки;
- *Discontinuities* – нелинейные блоки;
- *Discrete* – дискретные блоки;
- *Math operations* – блоки математических операций;
- *Signal routing* – блоки преобразования сигналов;
- *Sinks* – регистрирующие блоки (приемники сигналов);
- *Sources* – источники сигналов.

При выборе одного из разделов в правой части окна отображается его содержимое.

Более подробно содержание разделов библиотеки представлено в Приложении.

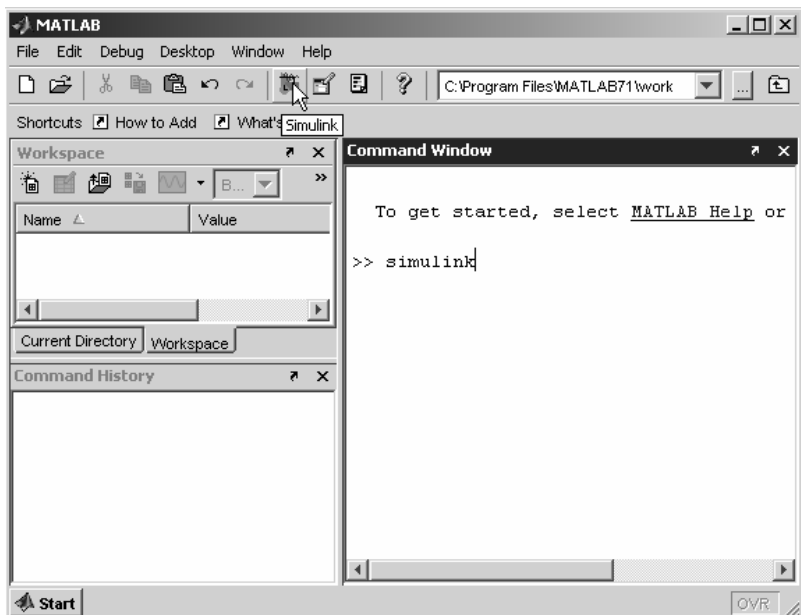


Рис. 1

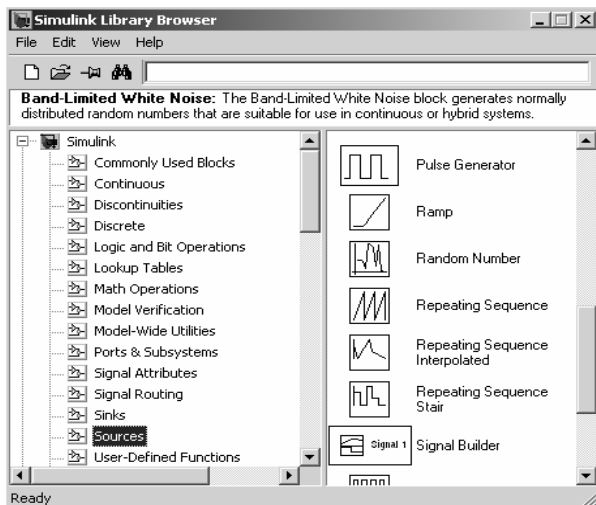


Рис. 2

Создание модели

Перед непосредственным созданием модели необходимо открыть новое окно с помощью команды меню обозревателя библиотек *File* → *New* → *Model*. Его также можно открыть нажатием на соответствующую иконку на панели инструментов.

С помощью мыши необходимые блоки легко перетаскиваются в рабочую область созданного окна. После того как все требуемые для модели блоки выбраны, необходимо выполнить их соединение путем проведения линии с помощью курсора мыши от выхода одного блока ко входу другого (рис. 3).

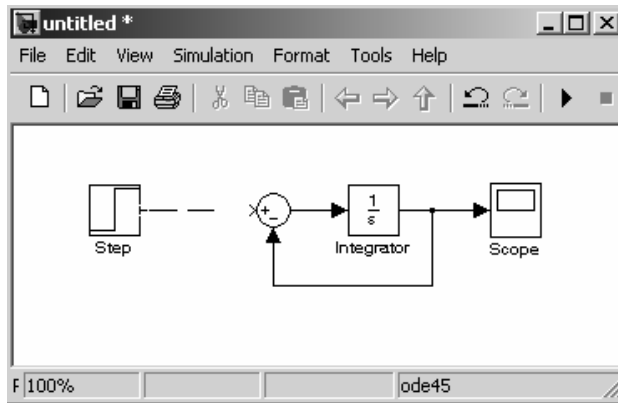


Рис. 3

Каждый из установленных в схему блоков имеет параметры “по умолчанию”, которые можно изменить через диалоговое окно, вызываемое двойным щелчком мыши по соответствующему блоку. Для некоторых блоков такие диалоговые окна представлены в Приложении.

Следует отметить, что в случае задания численного параметра того или иного блока в качестве десятичного разделителя необходимо использовать точку.

Запуск процесса моделирования осуществляется командой меню *Simulation* → *Start* либо нажатием на соответствующую иконку на панели инструментов (иконка с изображением черного треугольника).

Параметры моделирования

Для получения удовлетворительных результатов недостаточно собрать модель системы и задать требуемые параметры блоков, необходимо также настроить параметры самого хода вычислительного процесса.

Рассмотрим простой пример. Пусть требуется настроить на осциллографе пилообразный сигнал с амплитудой, равной двум условным единицам, и периодом в две секунды. Структурная схема и окно настройки параметров источника пилообразного сигнала представлены на рис. 4.

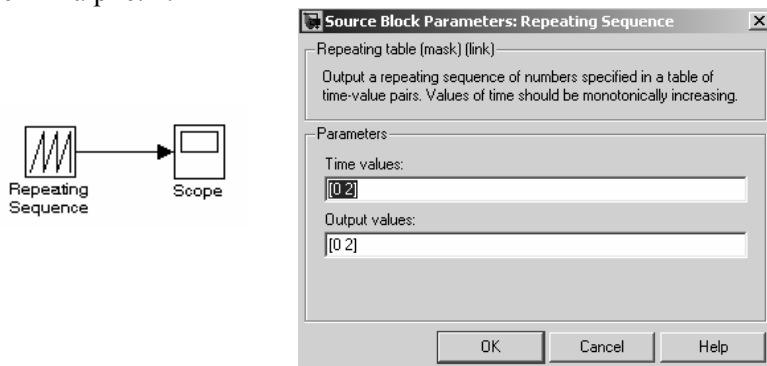


Рис. 4

В результате моделирования получаем график, изображенный на рис. 5.

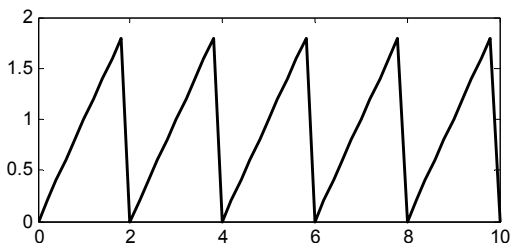


Рис. 5

Как видно из рисунка, амплитуда сигнала оказывается меньше заданной. Это связано с настройками модели “по умолчанию”, которые не являются удовлетворительными для нашего примера.

Доступ к параметрам моделирования осуществляется с помощью команды меню *Simulation* → *Configuration Parameters*. В результате откроется окно с настройками для создаваемой модели (рис. 6).

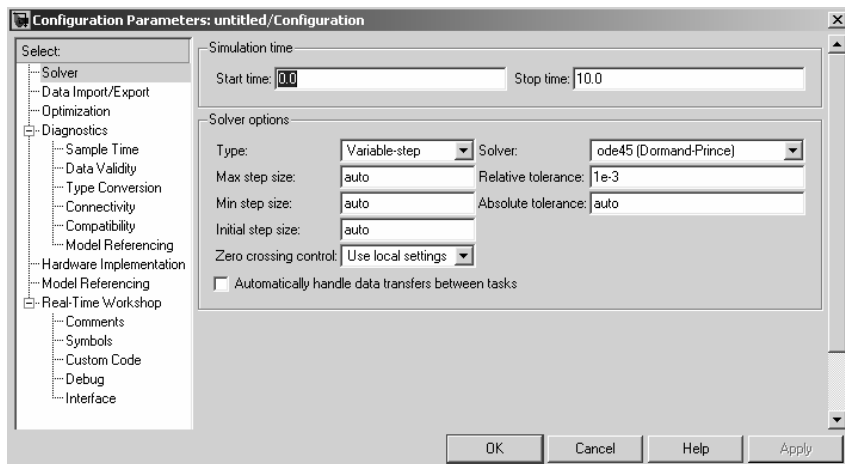


Рис. 6

Рассмотрим лишь настройки, расположенные на вкладке *Solver*. Верхние два поля устанавливают начальное и конечное время моделирования. По умолчанию установлены значения, равные 0 и 10 секундам соответственно. Ниже расположена группа полей, отвечающих за настройки решателя дифференциальных уравнений.

Обратим внимание на поля с названиями *Max step size*, *Min step size* и *Initial step size*. Соответственно, это максимальный, минимальный и начальный временные шаги (шаг интегрирования) в процессе вычислений. По умолчанию система *Simulink* выбирает значения этих шагов автоматически. Очевидно, для вышерассмотренного примера необходимо установить некоторое значение максимального шага, который не позволил бы системе выбирать временной шаг больше заданного. Зададим значение этого шага, равное 0.01. После чего повторим моделирование. В результате ви-

дим, что сигнал на осциллографе более приближен к заданной форме (рис. 7).

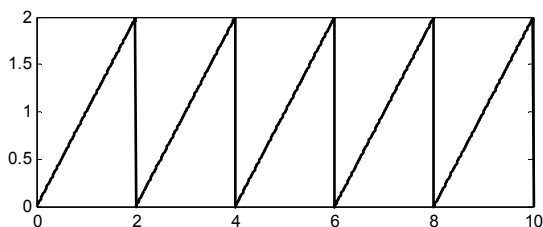


Рис. 7

Отметим также, что часто из-за большого значения шага интегрирования, выбираемого системой автоматически, на осциллографе наблюдаются ломаные кривые. В этом случае для получения более точных графических результатов рекомендуется уменьшать значение параметра *Max step size*.

Перенос результатов моделирования в текстовый редактор

Для отображения графических результатов моделирования в текстовом редакторе рекомендуется сначала надлежащим образом оформить их в среде *MATLAB*. Для этого необходимо передать результаты моделирования из среды *Simulink* в среду *MATLAB*.

Для передачи данных удобно использовать блок *To Workspace*, расположенный в разделе “Приемники сигналов” (*Sinks*) библиотеки стандартных блоков.

В качестве примера рассмотрим структурную схему на рис. 8.

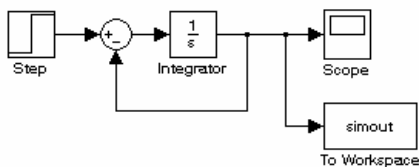


Рис. 8

Перед запуском процесса моделирования необходимо в настройках блока *To Workspace* (рис.9) задать тип передаваемых данных и имя, под которым эти данные будут переданы. По умолчанию

имя переменной – *simout*. Удобно использовать тип данных *Array*, что означает “массив”.

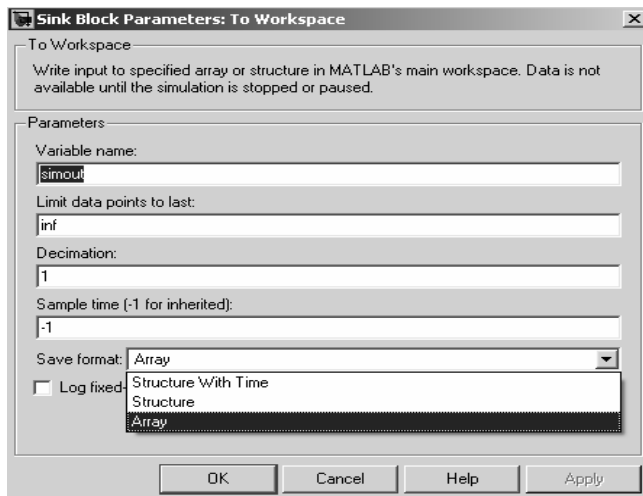


Рис. 9

После проведения моделирования, в рабочей области системы *MATLAB* появляются два массива: *simout* и *tout*. Соответственно, это вектор значений выходного сигнала и вектор значений времени. С помощью команды

```
plot(tout,simout)
```

будет построен график, подобный тому, что получен на осциллографе. Для переноса графика в текстовый редактор достаточно скопировать его с помощью команды меню *Edit* → *Copy Figure*.

Если же в настройках блока *To Workspace* установлен тип данных “Структура со временем” (*Structure With Time*), то для построения графика необходимо задать команду следующего вида:

```
plot(simout.time,simout.signals.values)
```

Отметим, что для передачи данных в среду *MATLAB* можно использовать и настройки осциллографа (см. Приложение).

Что касается самой структурной схемы модели, то она также легко переносится в редактор с помощью команды меню *Edit* → *Copy Model To Clipboard*.

Типовые схемы моделирования

Рассмотрим некоторые схемы, которые будут использованы в лабораторных работах.

1. Схема снятия статической характеристики нелинейного элемента.

Пусть требуется на экране осциллографа получить статическую характеристику типа “зона насыщения” с указанными на рис. 10, а параметрами. Для этого, используя стандартные блоки, собираем схему, как показано на рис. 10, б, и устанавливаем требуемые параметры в нелинейный блок.

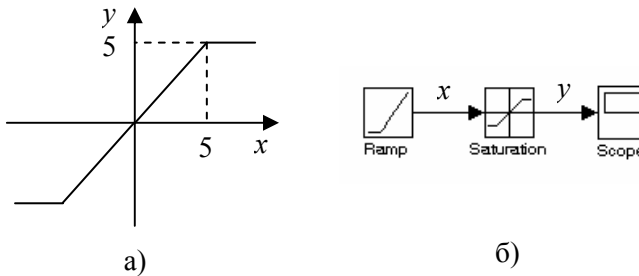


Рис. 10

Как видно из рисунка, в качестве развертки используется линейно возрастающий входной сигнал (*Ramp*). Окно с параметрами блока этого сигнала показано на рис. 11.

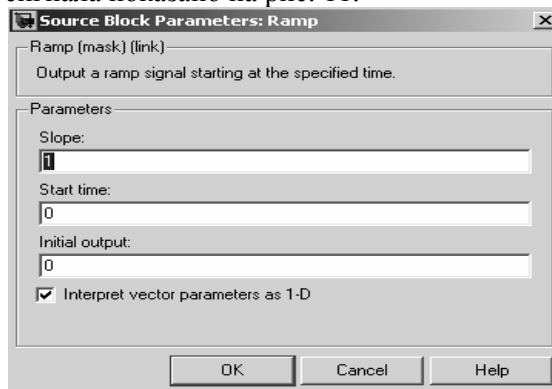


Рис. 11

Параметры *Slope*, *Start time* и *Initial output* означают, соответственно, наклон, начальное время и начальное значение сигнала.

На осциллографе наблюдается выходной сигнал, зависящий от времени $y(t)$, однако единичный наклон сигнала развертки (рис. 12) позволяет сделать ось времени эквивалентной оси x статической характеристики, изображенной на рис. 10, а. Таким образом, можно считать, что на экране осциллографа наблюдаем именно зависимость $y(x)$.

Диапазон значений входного сигнала следует выбирать так, чтобы статическая характеристика наблюдалась полностью, включая уровни насыщения. Установим значение параметра *Initial output*, равным -10.

Очевидно, что для получения на осциллографе симметричной статической характеристики в данном случае следует задать промежуток времени моделирования 20 секунд, причем начальное время моделирования должно совпасть с начальным временем и начальным значением входного сигнала. Таким образом, промежуток времени моделирования следует установить от -10 до 10.

Входной сигнал при таких настройках показан на рис. 12.

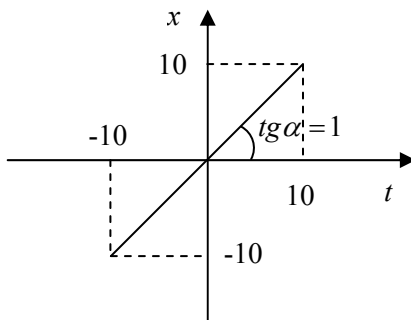


Рис. 12

2. Схема снятия временных характеристик

Под временными характеристиками понимается реакция системы на некоторые тестовые входные сигналы. В основном будем рассматривать переходную характеристику, то есть реакцию на ступенчатое входное воздействие.

Пусть требуется получить реакцию устойчивого апериодического звена с постоянной времени $T = 1$ на ступенчатое входное воз-

действие при различных значениях коэффициента усиления. Схема моделирования представлена на рис. 13, а.

Отметим, что коэффициент усиления можно задать как вектор различных значений, что позволит за один цикл моделирования получить семейство переходных характеристик (рис. 13, б).

Вектор значений при этом задается в квадратных скобках (рис. 14).

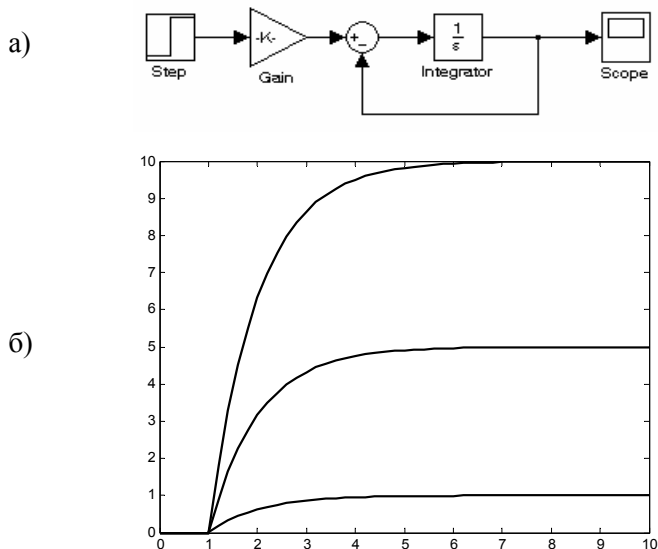


Рис. 13

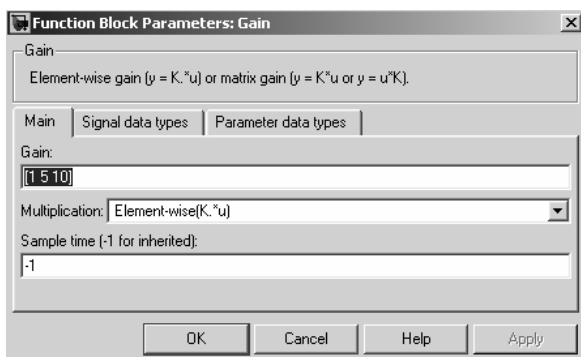


Рис. 14

3. Схема снятия частотных характеристик

При снятии частотных характеристик на вход системы подается синусоидальный сигнал, а на осциллограф, как правило, для сравнения выводятся входной и выходной сигналы.

В качестве исследуемой системы снова рассмотрим аperiodическое звено с постоянной времени $T = 1$. Схема для получения частотных характеристик представлена на рис. 15, а.

Элемент схемы *Mux* (Мультиплексор) объединяет ряд скалярных переменных в один векторный, что позволяет на осциллографе наблюдать сразу несколько сигналов (рис. 15, б).

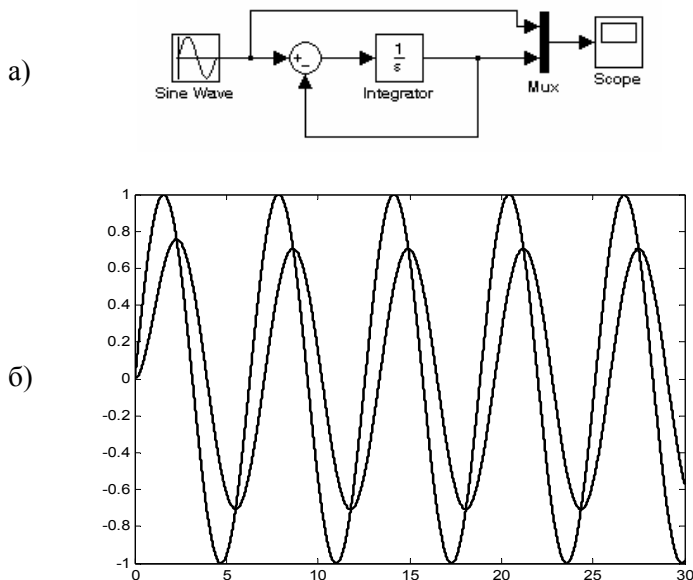


Рис. 15

Обращаем внимание, что частотные характеристики исследуются только в установившемся режиме. Из рис. 15, б как раз видно, что требуется некоторое время, прежде чем сигнал на выходе перейдет в установившийся режим.

4. Схема снятия семейства фазовых траекторий

Метод фазовых траекторий (фазовой плоскости) применяется для исследования динамических систем второго порядка. При этом

рассматривается автономная система, то есть внешние воздействия на нее отсутствуют, а движение системы происходит от начальных условий. Более подробно метод фазовой плоскости рассмотрен в лабораторной работе №3.

Типовая схема для исследования системы этим методом приведена на рис. 16.

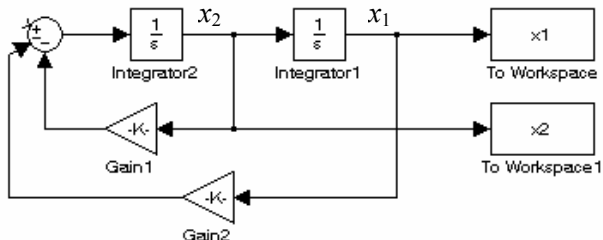


Рис. 16

Для получения фазовой траектории можно использовать блок *XY Graph*, входящий в раздел *Sinks*, однако гораздо удобнее строить фазовые траектории в среде *MATLAB* исходя из данных, переданных из системы *Simulink* с помощью блоков *To Workspace*. В настройках этих блоков рекомендуется устанавливать тип данных *Array*.

Начальные условия x_{10} и x_{20} задаются в интегрирующих блоках через окно настроек параметров в поле *Initial condition*. Следует отметить, что получить семейство фазовых траекторий можно, задав значение начального условия векторно.

После проведения моделирования фазовая траектория (семейство фазовых траекторий) как зависимость координаты x_2 от x_1 строится с помощью следующей функции, заданной в командной строке среды *MATLAB*:

`plot(x1,x2),`

где x_1 и x_2 – заданные пользователем имена переменных в соответствующих блоках *To Workspace*.

Лабораторная работа №1

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СОЕДИНЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ БЕЗЫНЕРЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Цель работы – научиться теоретически и экспериментально определять статические характеристики соединений элементов систем автоматического управления.

В работе предлагается детально изучить методы моделирования нелинейных статических характеристик. Примеры их получения опираются на использование основных типов соединений: параллельного, последовательного, а также с отрицательной и положительной обратной связью.

Параллельное соединение

Из определения параллельного соединения следует, что входной сигнал u подается на входы двух или более элементов, а выходные сигналы y_1 и y_2 суммируются, как показано на рис. 1.1.

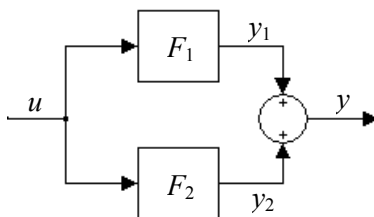


Рис. 1.1

Для отыскания статической характеристики этого соединения достаточно сложить аналитически или графически статические характеристики отдельных элементов:

$$y = F_1(u) + F_2(u).$$

Последовательное соединение

При последовательном соединении двух или более элементов входом последующего элемента является выход предыдущего, вхо-

дом соединения будет вход первого элемента, а выходом соединения – выход последнего элемента (рис. 1.2).

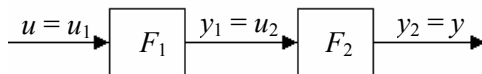


Рис. 1.2

Статическая характеристика последовательного соединения определяется через нелинейные статические характеристики

$$y_1 = F_1(u_1) \text{ и } y_2 = F_2(u_2)$$

как сложная функция

$$y = F_2(F_1(u)).$$

Помимо аналитического способа отыскания статической характеристики соединения существует и графический метод, связанный с поворотом осей координат статических характеристик элементов.

Соединение с обратной связью

Структурная схема соединения с обратной связью представлена на рис. 1.3, где нелинейный элемент F_1 находится в прямом канале передачи сигнала, а нелинейный элемент F_2 в обратной связи.

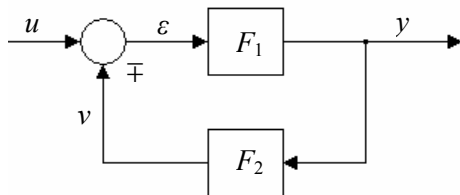


Рис. 1.3

Математическое описание этой схемы имеет вид:

$$y = F_1(\varepsilon),$$

$$v = F_2(y),$$

а сигнал ошибки $\varepsilon = u - v$ для отрицательной обратной связи (ООС) и $\varepsilon = u + v$ для положительной обратной связи (ПОС).

Исключая из уравнений внутренние переменные, получаем зависимость

$$y = F_1(u \mp F_2(y)),$$

которая не позволяет в явном виде выразить статическую характеристику соединения с ОС.

Однако задача может быть решена графоаналитическим способом, когда по отдельно найденным точкам результирующая статическая характеристика воспроизводится полностью. Для этого надо в одной системе координат построить график (1) $y = F_1(\varepsilon)$ и график (2) обратной функции $y = F_2^{-1}(v)$, представленные на рис. 1.4.

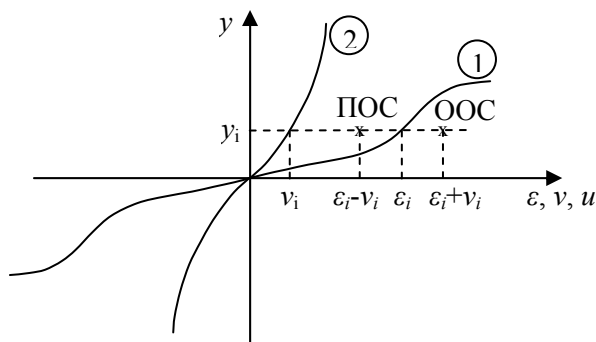


Рис. 1.4

Затем задается значение выходного сигнала y_i и определяется, какое значение входа u_i ему соответствует. Для ООС $u_i = \varepsilon_i + v_i$, а в случае ПОС $u_i = \varepsilon_i - v_i$. Задавая несколько значений y_i , находим вид статической характеристики соединения с обратной связью.

Формирование желаемой статической характеристики элемента

Предполагается, что элемент имеет неудовлетворительную статическую характеристику, что обусловлено, например, наличием широкой зоны нечувствительности и малой области линейности, а также низким уровнем ограничения выходного сигнала.

Требуется улучшить статическую характеристику за счет использования дополнительных линейных элементов с помощью рассмотренных структурных схем соединений.

На рис. 1.5, а и б представлены, соответственно, исходная $y = F_{\text{н}}(u)$ и желаемая $y = F_{\text{ж}}(u)$ симметричные статические характеристики.

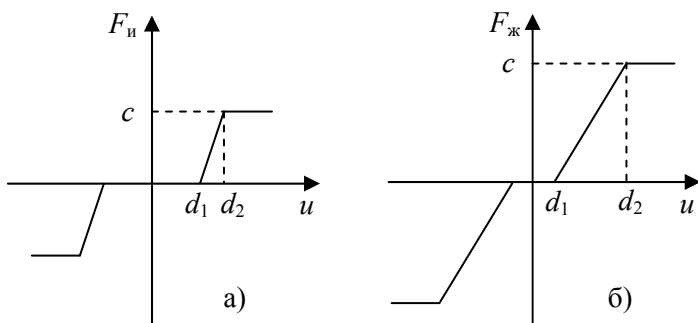


Рис. 1.5

Решение поставленной задачи реализуется введением трех усилительных звеньев в структурную схему с обратной связью, как показано на рис. 1.6.

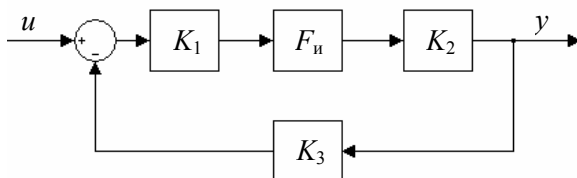


Рис. 1.6

Коэффициент усиления K_1 , находящийся перед нелинейностью, влияет на масштаб статической характеристики по оси абсцисс и сжимает ее при $K_1 > 1$, что позволяет уменьшить зону нечувствительности d_1 . Коэффициент усиления K_2 , находящийся на выходе нелинейного элемента, влияет на масштаб статической характеристики по оси ординат и растягивает ее при $K_2 > 1$, что увеличивает уровень ограничения выходного сигнала. Коэффициент усиления K_3 в обратной связи обеспечивает нужную область линейности или требуемый коэффициент усиления на линейном участке.

Следует отметить, что при моделировании нелинейных систем потребуются умение формировать заданную статическую характеристику из имеющихся в библиотеке *Simulink* стандартных нелинейных блоков. Так, например, статическая характеристика, приведенная на рис. 1.5, а, отсутствует в библиотеке, но может быть

получена в результате последовательного соединения имеющих характеристики типа “зона нечувствительности” и “зона насыщения”, представленных, соответственно, на рис. 1.7, а и б.

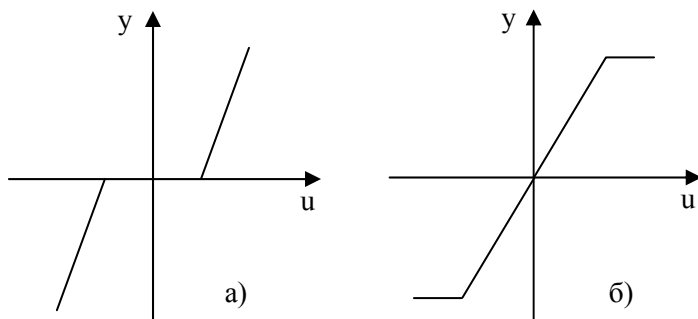


Рис. 1.7

Статические характеристики генератора постоянного тока

Рассмотрим генератор постоянного тока, якорь которого вращается с постоянной угловой скоростью с помощью вспомогательного двигателя. Управляющий сигнал в виде напряжения U_B подается на обмотку возбуждения генератора, а выходным сигналом является напряжение U_H , снимаемое со щеток генератора и поступающее на нагрузку R_H .

Построим линейную математическую модель генератора, пренебрегая такими явлениями в магнитных материалах, как гистерезис и насыщение.

В режиме холостого хода ЭДС, вырабатываемая генератором, присутствует на выходе и пропорциональна напряжению в обмотке возбуждения

$$E_r = K_r U_B,$$

где K_r – коэффициент усиления генератора, зависящий от многих параметров.

При подключенной нагрузке протекает ток нагрузки I_H , который одновременно является и током якорной обмотки. Этот ток вызывает падение напряжения на активном сопротивлении якорной обмотки $R_{я}$, из-за чего напряжение на нагрузке становится меньше ЭДС генератора:

$$U_H = E_r - I_H R_{я} = K_r U_B - I_H R_{я}.$$

В соответствии с полученным выражением строится статическая модель генератора, представленная на рис. 1.8.

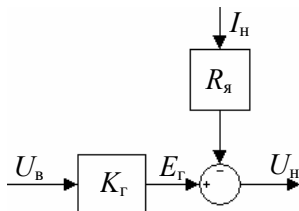


Рис. 1.8

Семейства регулировочных и нагрузочных статических характеристик приведены, соответственно, на рис. 1.9, а и б.

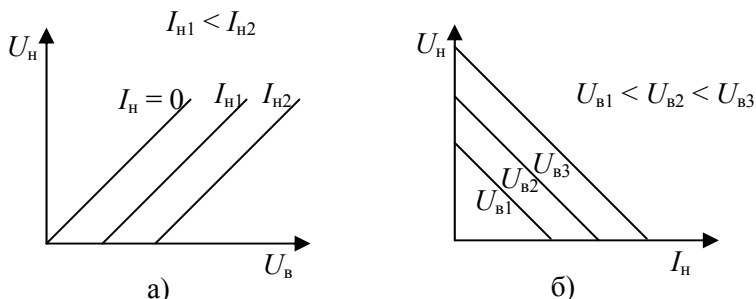


Рис. 1.9

С помощью структурной модели (рис. 1.8) семейство регулировочных характеристик наблюдаем на осциллографе, подключенном к выходу U_H , подавая линейно изменяющийся сигнал на вход U_B , а на вход I_H – векторное задание константы. Семейство нагрузочных характеристик получаем при подаче линейно изменяющегося сигнала на вход I_H , а на вход U_B задаем константы.

Наклон регулировочных характеристик определяется величиной $K_Г$, а отрицательный наклон нагрузочных характеристик зависит от $R_я$. Очевидно, что желательно иметь генератор с малым сопротивлением якорной обмотки, обеспечивающим более пологую нагрузочную характеристику.

Статические характеристики системы стабилизации напряжения генератора

Для того чтобы компенсировать уменьшение напряжения на нагрузке с ростом тока нагрузки, необходимо увеличить напряжение, подаваемое на обмотку возбуждения генератора. Это может быть реализовано автоматически за счет построения замкнутой системы с отрицательной обратной связью, как показано на рис. 1.10.

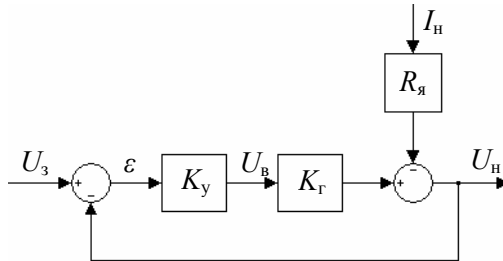


Рис. 1.10

В структурной схеме появился дополнительный усилитель с коэффициентом усиления K_y , на входе которого осуществляется сравнение входного заданного напряжения U_3 с напряжением на нагрузке. Данная структурная схема соответствует системе стабилизации с пропорциональным законом управления

$$U_B = K_y(U_3 - U_H)$$

и возмущающим воздействием в виде тока нагрузки I_H .

В замкнутой системе напряжение на нагрузке зависит от входных сигналов следующим образом:

$$U_H = \frac{K_y K_\Gamma}{1 + K_y K_\Gamma} \cdot U_3 - \frac{R_\text{я}}{1 + K_y K_\Gamma} \cdot I_H,$$

где первое слагаемое определяет регулировочную характеристику, а второе слагаемое задает нагрузочную характеристику.

Выбирая большое значение коэффициента усиления K_y , получаем практически единичный наклон регулировочной характеристики (рис. 1.11, а), а наклон нагрузочной характеристики значительно уменьшается (рис. 1.11, б).

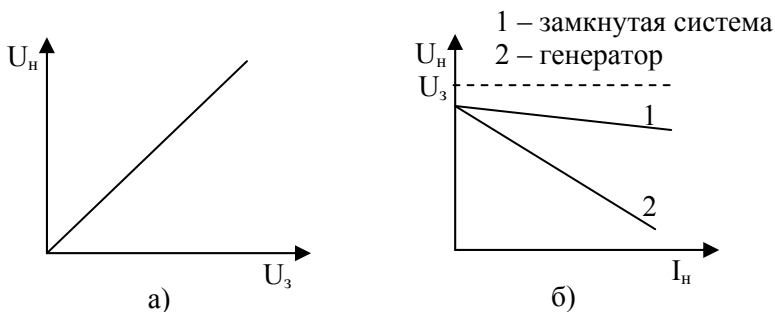


Рис. 1.11

Уменьшение наклона нагрузочной характеристики для замкнутой системы означает, что имеем существенную, хотя и не полную, компенсацию падения напряжения на нагрузке из-за возросшего тока нагрузки.

Задание и порядок выполнения работы

1. Исследование параллельного соединения.

Для экспериментального изучения статических характеристик параллельного соединения предлагается использовать структурную схему на рис. 1.12, где в одной ветви соединения находится нелинейность типа “зона нечувствительности”, а в другой – усилительный элемент с коэффициентом усиления K .

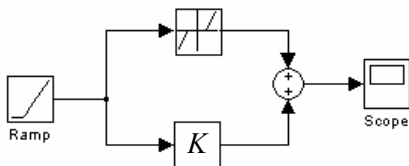


Рис. 1.12

На вход схемы подаем линейно-изменяющийся сигнал с генератора, а выход подключаем к осциллографу, что позволяет автоматизировать процесс получения статических характеристик на экране осциллографа. Подобным образом будем наблюдать статические характеристики и для других структурных схем в данной лаборатор-

ной работе. Однако такая методика применима лишь к безынерционным элементам.

Для параллельного соединения на рис. 1.12 получить семейство статических характеристик в зависимости от параметра K и сравнить их с теоретическими.

2. Исследование последовательного соединения.

Для изучения свойств последовательного соединения будем использовать нелинейный блок типа “зона насыщения” и линейный элемент с коэффициентом усиления K .

Предварительно необходимо реализовать нелинейность с заданными параметрами c и d и убедиться в правильности ее вида на осциллографе. Собрать схему последовательного соединения, располагая вначале усилительный элемент, а за ним нелинейность, как показано на рис. 13, а.

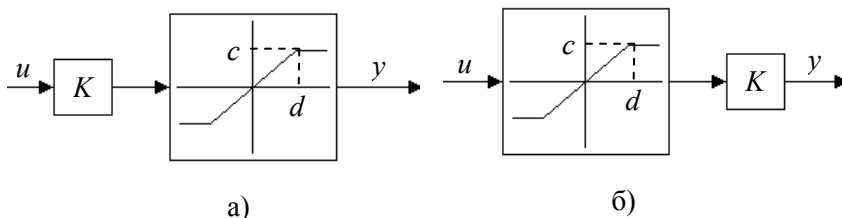


Рис. 1.13

Получить семейство статических характеристик, варьируя коэффициент усиления K и сравнить их с теоретическими.

Выполнить аналогичную работу для последовательного соединения, когда элементы меняются местами (рис. 1.13, б).

Анализируя семейства статических характеристик в двух схемах последовательного соединения сделать выводы.

3. Исследование соединения с обратной связью.

Влияние обратной связи на статические характеристики изучим с помощью структурной схемы на рис. 1.14, где в прямом канале расположен нелинейный элемент “зона насыщения” с заданными параметрами, а в обратной связи усилительный элемент с варьируемым коэффициентом усиления K .

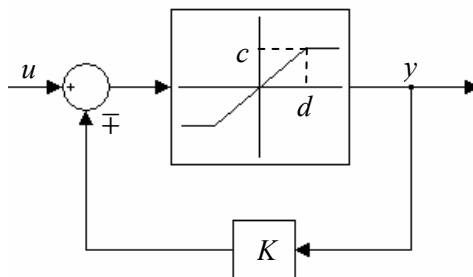


Рис. 1.14

Получить семейство статических характеристик соединения с отрицательной обратной связью и сравнить их с теоретическими. Аналогично изучить влияние положительной обратной связи, сделать выводы.

Следует отметить, что в случае возникновения гистерезиса получить статическую характеристику с помощью программы *Simulink* не удастся из-за неопределенности, появляющейся при моделировании.

Далее выполнить моделирование по той же схеме на рис. 1.14, но в обратную связь поместить нелинейный элемент, отражающий включение в нее диода сначала в прямом, а затем и в обратном направлении. Для коэффициента усиления достаточно задать одно значение. Полученные статические характеристики соединения с обратной связью подтвердить в отчете графоаналитическим методом построения.

4. Улучшение статической характеристики с помощью линейных преобразований.

В соответствии с полученным заданием реализовать исходную нелинейную статическую характеристику с помощью стандартных нелинейных блоков и получить ее вид на экране осциллографа. Представить схему реализации исходной статической характеристики в виде подсистемы и поместить ее в структурную схему на рис. 1.6.

Рассчитать значения коэффициентов усиления K_1 , K_2 и K_3 , обеспечивающих получение в замкнутой системе заданной желаемой статической характеристики. Убедиться в правильности расчета, на-

блюдая статическую характеристику на модели. Результаты исследования представить в отчете.

5. Исследование статических характеристик системы стабилизации напряжения генератора.

Вначале получить семейства регулировочных и нагрузочных статических характеристик собственно генератора с помощью модели на рис. 1.8 для заданных значений R_a и K_T .

Затем построить модель замкнутой системы, как показано на рис. 1.10, вводя варьируемый коэффициент усиления $K_y > 1$. Получить регулировочные и нагрузочные характеристики стабилизации для различных значений K_y , сделать выводы.

Вопросы для подготовки к работе

1. Дайте определение статической характеристики.
2. Дайте определение управляющего и возмущающего воздействия.
3. Дайте определение регулировочной и нагрузочной характеристик генератора постоянного тока.
4. Как экспериментально получить статическую характеристику какого-либо элемента?
5. Как автоматизировать процесс получения статической характеристики?
6. Как графически построить статическую характеристику для параллельного соединения двух элементов?
7. Как графически построить статическую характеристику для последовательного соединения двух элементов?
8. Как графически получить статическую характеристику соединения двух элементов в контур с отрицательной или положительной обратной связью?

Лабораторная работа №2

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Цель работы – научиться строить математические модели динамических систем первого порядка, а также получать их теоретические и экспериментальные временные и частотные характеристики.

Моделирование динамических систем первого порядка, их временные и частотные характеристики

Линейная система первого порядка описывается передаточной функцией вида

$$W(s) = \frac{b_0 s + b_1}{s + a},$$

где a, b_0, b_1 – действительные числа.

В том случае, если эти числа имеют положительные значения, получаем минимально-фазовые динамические звенья, а если хотя бы одно из них отрицательное, передаточная функция будет неминимально-фазовой.

Рассмотрим апериодическое устойчивое звено с передаточной функцией $W(s) = \frac{K}{Ts + 1}$, где K – коэффициент усиления, T – постоянная времени. Структурная схема его моделирования показана на рис. 2.1.

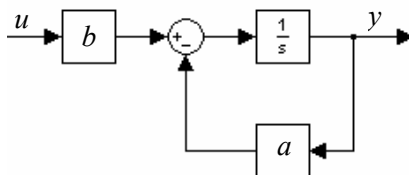


Рис. 2.1

Коэффициенты a и b связаны с параметрами передаточной функции следующим образом:

$$K = \frac{b}{a}, \quad T = \frac{1}{a} \text{ [в секундах]}.$$

В некоторых случаях удобнее будет использовать преобразованную схему (рис. 2.2).

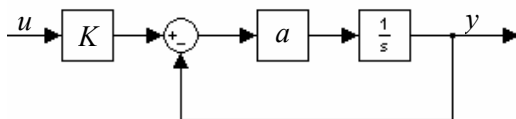


Рис. 2.2

Семейство переходных характеристик для различных значений коэффициента a представлено на рис. 2.3.

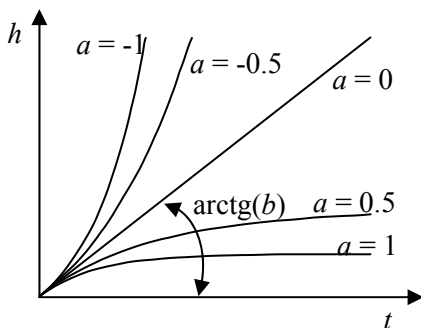


Рис. 2.3

Для устойчивого аperiodического звена $a > 0$, и решение имеет вид

$$h(t) = \frac{b}{a} (1 - e^{-at}).$$

Когда $a = 0$ получаем интегрирующее звено $\frac{b}{s}$ с переходной характеристикой $h(t) = bt$.

В случае $a < 0$ обратная связь будет положительной, и получаем неустойчивое аperiodическое звено с решением

$$h(t) = \left| \frac{b}{a} \right| (e^{|a|t} - 1).$$

Из приведенного семейства на рис. 2.3 видно, что все графики выходят из начала координат с одинаковой производной, равной b .

Частотные характеристики исследуются при подаче гармонического входного воздействия $u(t) = A_0 \sin \omega t$ путем сравнения амплитуды и фазы установившегося выходного гармонического сигнала $y(t) = A(\omega)(\sin \omega t + \theta(\omega))$ с входным.

Отсюда получаем амплитудную или логарифмическую амплитудную частотные характеристики, соответственно,

$$H(\omega) = \frac{A(\omega)}{A_0} \text{ и } L(\omega) = 20 \lg H(\omega),$$

а также фазовую частотную характеристику $\theta(\omega)$.

Для того чтобы определить, каким образом происходит процесс установления гармонического сигнала на выходе, необходимо найти решение $y(t)$, представляющее собой обратное преобразование Лапласа от изображения выходного сигнала

$$y(t) = L^{-1} \left\{ \frac{A_0 \omega}{s^2 + \omega^2} \cdot W(s) \right\}.$$

Это решение для аperiodического устойчивого звена имеет вид

$$y(t) = \frac{A_0 K T \omega}{T^2 \omega^2 + 1} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A_0 K}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \sin(\omega t - \arctg T \omega).$$

Таким образом, время установления определяется затуханием экспоненты и составляет $\sim 3T$, как показано на рис. 2.4.

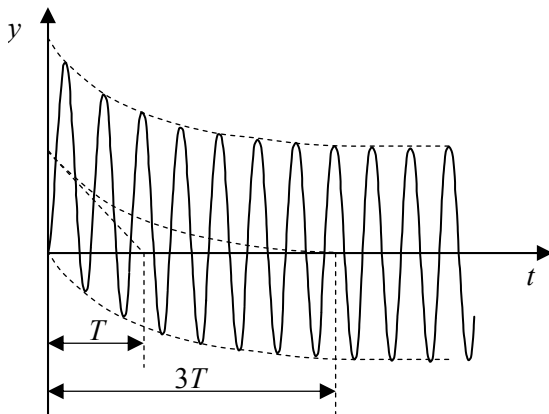


Рис. 2.4

Из последнего выражения следует, что амплитуда выходной синусоиды равна $\frac{A_0 K}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}}$ и $H(\omega) = \frac{K}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}}$, а сдвиг по фазе $\theta(\omega) = -\arctg T\omega$, что полностью совпадает с теорией. Графики логарифмических амплитудной и фазовой частотных характеристик (ЛАФЧХ) представлены на рис. 2.5.

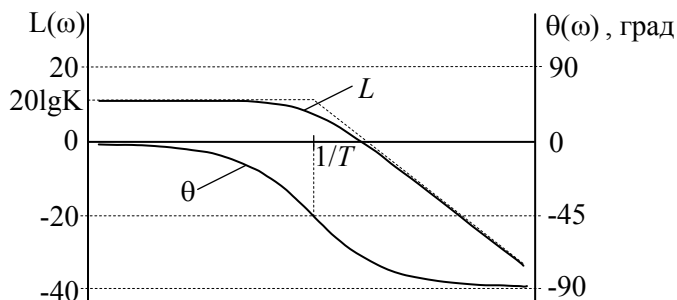


Рис. 2.5

Сравнение входной и выходной синусоид на частоте $\omega = \frac{1}{T}$ в установившемся режиме показано на рис. 2.6.

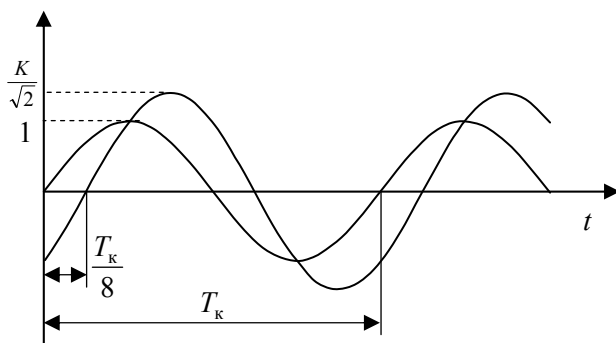


Рис. 2.6

Сдвиг по фазе составляет -45° , а амплитуда на выходе равна $\frac{K}{\sqrt{2}}$.

Как видно из рис. 2.5, в области низких частот ($\omega < \frac{0.1}{T}$) амплитуда выходной синусоиды равна коэффициенту усиления K и сдвиг по фазе практически отсутствует, тогда как на высоких частотах ($\omega > \frac{10}{T}$) амплитуда выходного сигнала во много раз меньше входной, а сдвиг по фазе приближается к -90° .

В работе предстоит изучить временные и частотные характеристики модели с передаточной функцией $W(s) = \frac{K(T_1 s + 1)}{T_2 s + 1}$, структурная схема которой дана на рис. 2.7.

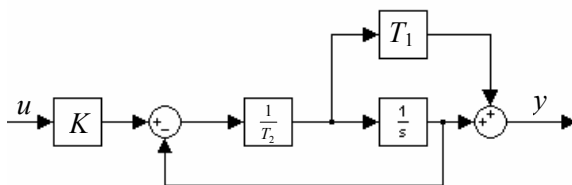


Рис. 2.7

Аналитическое выражение переходной характеристики имеет вид

$$h(t) = \frac{KT_1}{T_2} + K \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{T_2}} \right),$$

а графики, соответствующие различным соотношениям T_1 и T_2 , представлены на рис. 2.8.

Как видно из этих графиков, реакция на ступеньку меняется скачком в нуле, что говорит о наличии прямой передачи сигнала, а этого и следовало ожидать, поскольку порядки числителя и знаменателя передаточной функции одинаковые. В случае а) после скачка идет нарастание сигнала по экспоненте $e^{-\frac{t}{T_2}}$ до уровня K , поскольку

$T_1 < T_2$, а в случае б) спад до уровня K по той же экспоненте, так как $T_1 > T_2$.

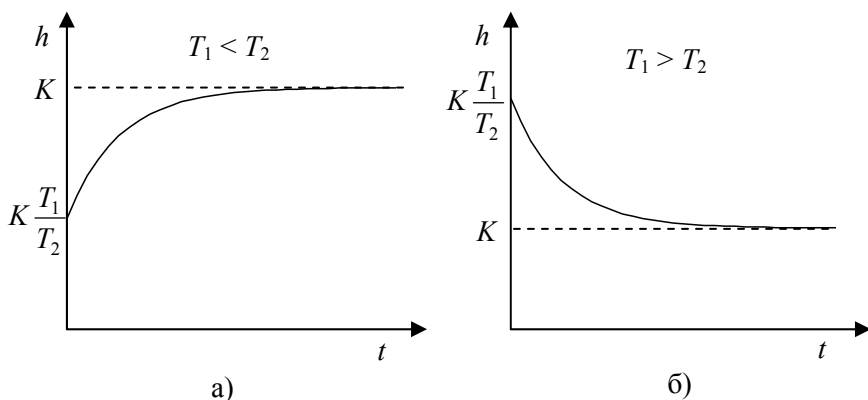


Рис. 2.8

Графики ЛАФЧХ для модели на рис. 2.7 получаются путем сложения ЛАФЧХ апериодического устойчивого звена и минимально-фазового дифференцирующего 1-го порядка, входящих в состав передаточной функции.

Результат представлен на рис. 2.9.

Годографы систем 1-го порядка проходят по окружности и для рассматриваемых случаев, соответственно, показаны на рис. 2.10.

Аналогично можно провести исследование неминимально-фазовых систем первого порядка

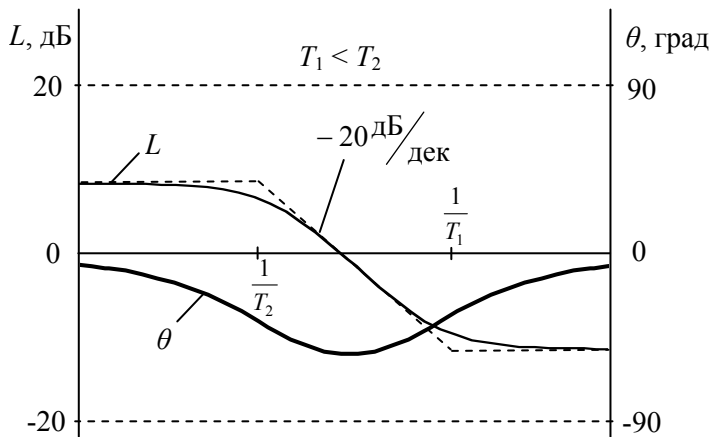
$$W(s) = \frac{K(T_1 s - 1)}{T_2 s + 1} \quad \text{или} \quad W(s) = \frac{K(1 - T_1 s)}{T_2 s + 1},$$

а также и систем с неустойчивым апериодическим звеном

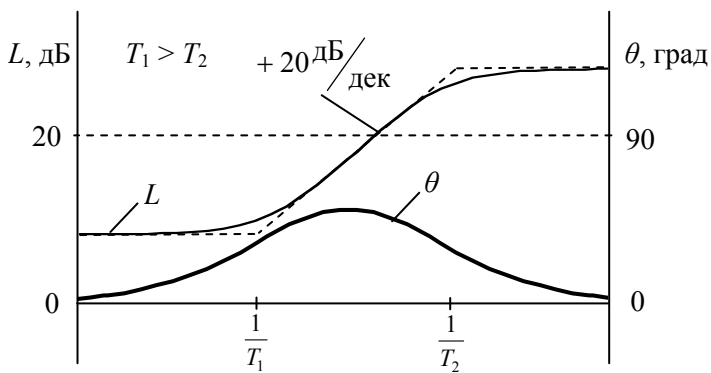
$$W(s) = \frac{K(\pm T_1 s \pm 1)}{T_2 s - 1}.$$

При моделировании таких систем рекомендуется использовать структурную схему, приведенную на рис. 2.7, изменяя лишь нужным образом знаки суммирования в сумматорах. Однако следует отметить, что если при получении на модели переходных характеристик для этих систем не возникает проблем, то экспериментальное определение частотных характеристик систем с неустойчивым динамическим звеном вызывает трудности.

ческим звеном непосредственным способом не представляется возможным. Метод снятия частотных характеристик неустойчивого объекта рассмотрен далее в лабораторной работе № 4.



а)



б)

Рис. 2.9

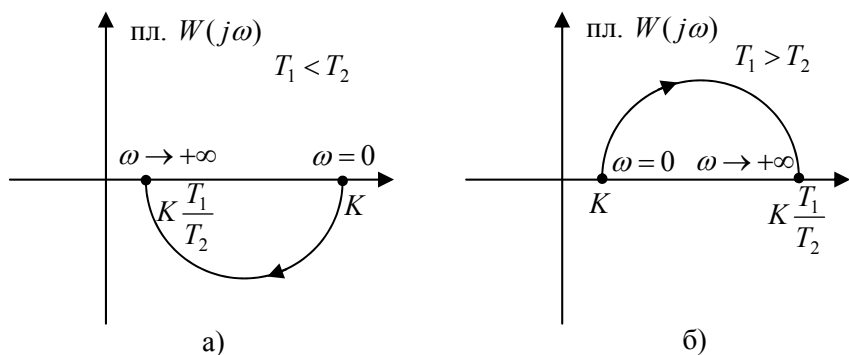


Рис. 2.10

Система стабилизации напряжения генератора с интегральным законом управления

В лабораторной работе № 1 было показано, что для пропорционального закона управления в системе стабилизации напряжения генератора происходит уменьшение наклона нагрузочной характеристики, но ошибка из-за тока нагрузки, тем не менее, присутствует. Устранить эту ошибку позволяет интегральный закон управления (рис. 2.11, а), при котором статическая нагрузочная характеристика становится горизонтальной (рис. 2.11, б), что означает независимость напряжения нагрузки U_n от тока нагрузки I_n .

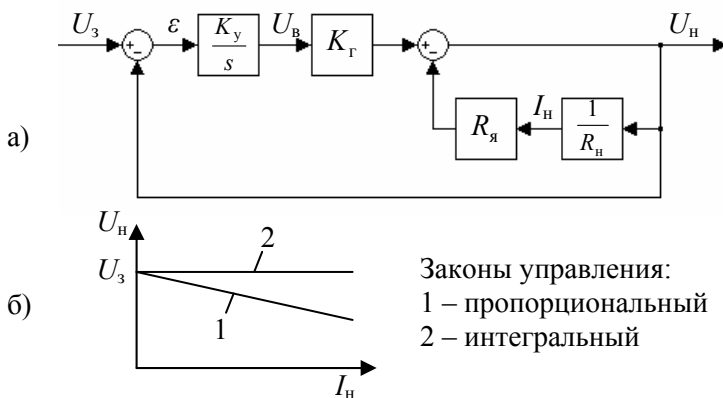


Рис. 2.11

На рисунке приняты следующие обозначения:

U_3 – заданное напряжение; U_b – напряжение обмотки возбуждения; ε – сигнал ошибки; K_y – коэффициент усиления; K_r – коэффициент генератора; $R_{я}$ – сопротивление обмотки якоря; R_n – сопротивление нагрузки.

С введением интегрального закона управления структурная модель системы становится динамической 1-го порядка, что уже не позволит наблюдать статические характеристики на экране осциллографа при подаче линейно изменяющегося сигнала на вход. В этом случае их можно получить по двум точкам, задавая ступенчатый входной сигнал разной величины и определяя установившееся значение выходного сигнала.

Система, в которой установившаяся ошибка равна нулю при подаче на ее вход ступенчатого воздействия, называется астатической.

Для доказательства этого положения достаточно найти выражение передаточной функции замкнутой системы, изображенной на рис. 2.11, а:

$$\Phi(s) = \frac{U_n(s)}{U_3(s)} = \frac{1}{Ts + 1},$$

где $T = \frac{R_n + R_{я}}{K_y K_r R_n}$.

Получили устойчивое апериодическое звено с единичным коэффициентом усиления и постоянной времени, зависящей от сопротивления нагрузки.

В режиме холостого хода ($R_n \rightarrow \infty$) постоянная времени имеет наименьшее значение $T = \frac{1}{K_y K_r}$, а с ростом нагрузки, т. е. с уменьшением R_n , постоянная времени увеличивается, однако установившееся значение U_n не зависит от нагрузки и остается равным заданному значению U_3 , что и показано с помощью семейства переходных характеристик на рис. 2.12.

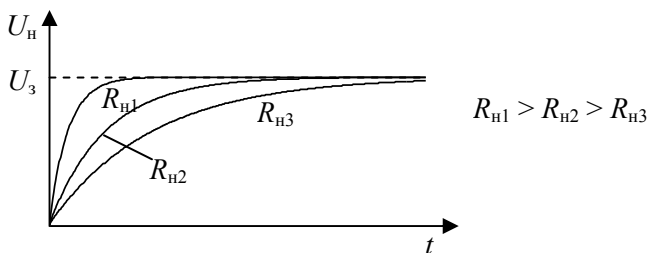


Рис. 2.12

Очевидно, что при достаточно большом коэффициенте усиления K_y , система будет быстро обрабатывать возмущающее воздействие в виде изменяющейся нагрузки и большую часть времени поддерживать на нагрузке заданное напряжение.

Задание и порядок выполнения работы

1. Собрать схему моделирования, представленную на рис. 2.1.

а). Подать на вход этой схемы единичное ступенчатое воздействие и получить семейство переходных характеристик для различных значений коэффициента a .

б). Выбрать одно из значений коэффициента “ a ”, соответствующее устойчивому апериодическому звену и получить три точки амплитудной и фазовой частотных характеристик в области низких, средних и высоких частот. Для этого на вход подается гармоническое воздействие, соответственно, на частотах $\omega = 0.1a$, $\omega = a$ и $\omega = 10a$.

в). Сравнить результаты измерений с теоретическими положениями.

2. Провести идентификацию апериодического звена.

а). Идентификация по переходной характеристике.

Преподаватель задает установившееся значение переходной характеристики $h_{уст}$ и точку пересечения касательной к ней в нуле с установившимся значением.

По этим данным определяются параметры в схеме моделирования на рис. 2.1 и воспроизводится заданная переходная характеристика совместно с линией установившегося значения и касательной в нуле.

б). Идентификация по частотной характеристике.

Рассматривается случай, когда установившиеся гармонические колебания сигнала на выходе схемы отстают от входного сигнала на $1/8$ часть периода колебаний T_k , как показано на рис. 2.6.

Преподаватель задает значения амплитуды входного и выходного сигналов $A_{вх}$ и $A_{вых}$, а также период T_k , с помощью которых рассчитываются параметры схемы на рис. 2.1 для получения требуемых процессов в модели, наблюдаемых на осциллографе.

3. Исследование фазопережающей цепочки.

В структурной схеме на рис. 2.7 установить заданные параметры $T_1 < T_2$ и K .

а). Получить переходную характеристику.

б). Определить на модели амплитудную и фазовую частотные характеристики по трем точкам: для низкочастотной области

$\omega \leq \frac{0.1}{T_2}$, в области средних частот, где фазопаздывание будет значительным

$\frac{1}{T_2} < \omega < \frac{1}{T_1}$, и для высоких частот $\omega \geq \frac{10}{T_1}$.

В отчете представить осциллограммы, по которым производились измерения амплитудной и фазовой частотных характеристик в указанных точках, а также построенные по ним полные ЛАФЧХ.

4. Исследование фазопаздывающей цепочки.

В этом случае устанавливаются параметры $T_1 > T_2$ и K , а изучение проводится аналогично предыдущему заданию, т. е. выполняется п. 3, а) и б), с той лишь разницей, что область низких частот будет

$\omega \leq \frac{0.1}{T_1}$, область средних частот $\frac{1}{T_1} < \omega < \frac{1}{T_2}$, а область высоких

частот $\omega \geq \frac{10}{T_2}$.

Также необходимо представить экспериментальные данные и построенные ЛАФЧХ.

5. Анализ неминимально-фазовой системы.

В соответствии с заданной структурой и параметрами неминимально-фазовой системы реализовать ее модель с помощью схемы на рис. 2.7. Методика исследования такая же, как в заданиях 3 и 4.

6. Смоделировать систему стабилизации напряжения генератора с интегральным законом управления, установив заданные параметры K_y , K_r , R_y .

Получить семейство переходных характеристик на выходе системы как реакцию на ступенчатое входное воздействие U_3 для нескольких значений R_n .

Убедиться, что увеличение коэффициента усиления интегратора K_y повышает быстродействие системы.

Вопросы для подготовки к работе

1. Дайте определение передаточной функции.
2. Какова связь передаточной функции с дифференциальным уравнением системы.
3. Дайте определения переходной и импульсной переходной характеристик.
4. Как отыскивается переходная и импульсная переходная характеристики по передаточной функции?
5. Как связаны передаточная функция разомкнутой и замкнутой системы?
6. Запишите выражения и постройте графики переходных характеристик для апериодического устойчивого звена, интегрирующего звена и апериодического неустойчивого звена.
7. Дайте определения амплитудной и фазовой частотных характеристик.
8. Как получить амплитудную и фазовую частотные характеристики по выражению передаточной функции?
9. Дайте определение амплитудно-фазовой частотной характеристики, как ее построить?
10. С какой целью вводятся логарифмические частотные характеристики?
11. Изобразите вид ЛАФЧХ динамических звеньев первого порядка.
12. Как определяются частотные характеристики при последовательном соединении динамических звеньев?

Литература: [4, с. 301-310], [6, с. 423-450], [7, с. 113-118].

Лабораторная работа № 3

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Цель работы – освоить различные методы моделирования динамических систем, изучить поведение систем второго порядка во временной и частотной областях, а также на фазовой плоскости.

Как известно, линейная динамическая система может быть представлена с помощью различных эквивалентных структурных математических моделей в зависимости от применяемого метода. Так например, структурную модель можно получить непосредственно по дифференциальным уравнениям описания системы в пространстве переменных состояния, но можно воспользоваться и методами, основанными на различном представлении передаточной функции системы. К ним относятся метод разбиения передаточной функции на простые множители, метод разбиения передаточной функции на простые дроби, метод приведения к канонической форме и метод, известный в литературе под названием “аналогового моделирования”.

Последние два метода используют передаточную функцию в виде отношения полиномов в числителе и знаменателе, что позволяет без дополнительных расчетов изобразить структурную математическую модель.

Некоторые из приведенных методов используются в данной работе. Ответ на вопрос, какому из представлений передаточной функции отдать предпочтение, зависит от решаемой задачи.

Структурная модель в виде параллельного соединения

В качестве примера рассмотрим систему второго порядка с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}.$$

Для отыскания аналитического выражения переходной характеристики передаточную функцию следует разбить на элементарные дроби:

$$W(s) = \frac{KT_1}{T_1 - T_2} \cdot \frac{1}{T_1 s + 1} + \frac{KT_2}{T_2 - T_1} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1},$$

где коэффициенты перед дробями являются вычетами передаточной функции, вычисленными в соответствующих полюсах. Получаем представление передаточной функции в виде параллельного соединения двух аperiодических звеньев, как показано на рис. 3.1.

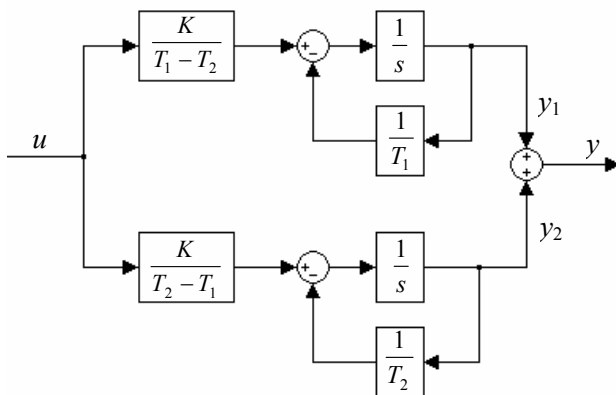


Рис. 3.1

Реакция на ступенчатое входное воздействие системы представляет собой сумму реакций аperiодических звеньев, находящихся в параллельных ветвях соединения:

$$h(t) = \frac{KT_1}{T_1 - T_2} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) + \frac{KT_2}{T_2 - T_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_2}} \right).$$

Упрощая последнее выражение, получим

$$h(t) = K \left[1 - \left(\frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t}{T_2}} \right) \right].$$

На рис. 3.2 представлены графики переходных процессов в параллельных ветвях и их сумма для случая $T_1 > T_2$.

Из рисунка видно, что суммарный график $h(t)$ имеет точку перегиба и представляет собой монотонно возрастающую функцию от нуля до установившегося значения, равного коэффициенту усиления K . Отметим, что в начальный момент времени не только выходной

сигнал равен нулю, но и его первая производная по времени также равна нулю, поскольку наклоны касательных в нуле к переходным характеристикам в ветвях параллельного соединения одинаковые по величине и противоположные по знаку. Это соответствует принятому соглашению о нулевых начальных условиях по умолчанию.

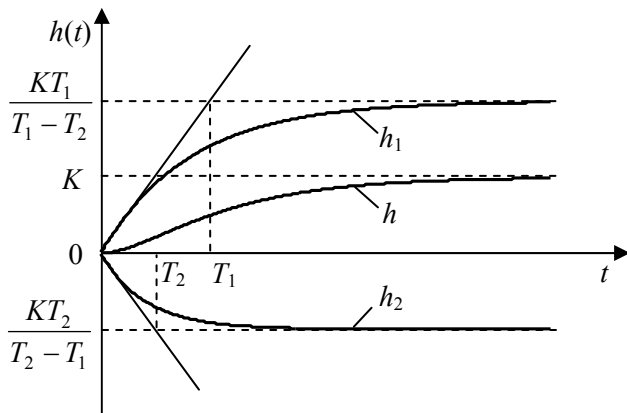


Рис. 3.2

Структурная модель в виде последовательного соединения

Для получения логарифмических частотных характеристик удобно использовать метод разбиения передаточной функции на простые множители, что означает представление ее в виде произведения типовых динамических звеньев. Именно в виде произведения двух апериодических звеньев и задана передаточная функция системы в рассматриваемом примере. Таким образом, структурная модель принимает вид последовательного соединения двух апериодических звеньев на рис. 3.3, причем не имеет значения порядок их соединения.

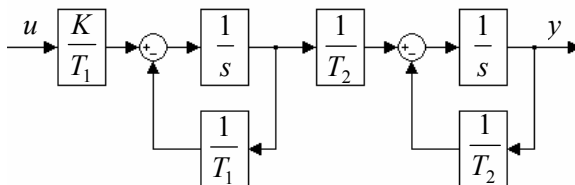


Рис. 3.3

Логарифмические амплитудную и фазовую частотные характеристики последовательного соединения получают путем суммирования соответственно амплитуд и фаз всех элементов соединения.

Результирующие ЛАФЧХ и годограф передаточной функции для рассматриваемого примера приведены на рис. 3.4, а и б.

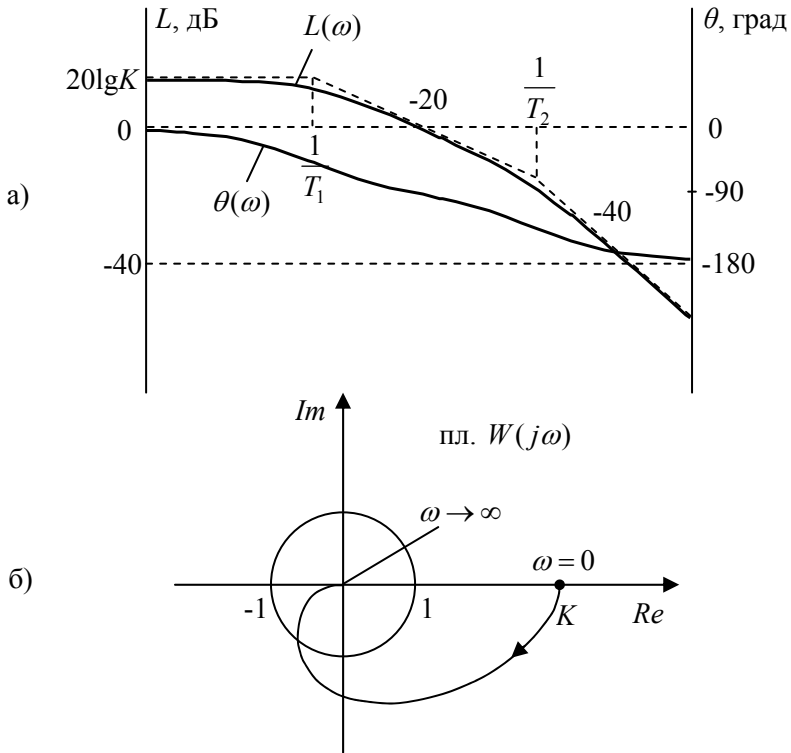


Рис. 3.4

В области низких частот $\omega \leq \frac{0.1}{T_1}$ сдвиг по фазе между выходной и входной синусоидами практически отсутствует, а отношение амплитуды выходной синусоиды к амплитуде входной равно коэффициенту усиления K . В области высоких частот $\omega \geq \frac{10}{T_2}$ синусоиды

находятся почти в противофазе, а амплитуда на выходе во много раз меньше амплитуды входного сигнала.

Годограф передаточной функции $W(j\omega)$ на рис. 3.4, б также показывает изменения амплитуды и фазы с ростом частоты от нуля до бесконечности.

Структурная модель системы с обратными связями по переменным состояния

Такой способ представления структурной математической модели известен как метод приведения к канонической форме.

Для системы второго порядка структурная схема показана на рис. 3.5, где координаты вектора состояния x_1 и x_2 выбраны в качестве выходных сигналов интеграторов.

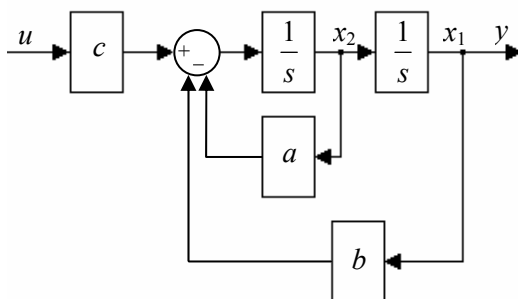


Рис. 3.5

Замыкая дважды контуры с обратными связями, находим выражение передаточной функции

$$W(s) = \frac{c}{s^2 + as + b}.$$

Разделив числитель и знаменатель этого выражения на коэффициент b , приведем передаточную функцию к виду колебательного устойчивого динамического звена

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1},$$

где коэффициент усиления $K = \frac{c}{b}$, постоянная времени $T = \frac{1}{\sqrt{b}}$, а

безразмерный коэффициент затухания $\xi = \frac{a}{\sqrt{b}}$. Корни характеристического уравнения колебательного устойчивого звена являются комплексно-сопряженными с отрицательной действительной частью, а это будет лишь в случае $0 < \xi < 1$.

Аналитическое выражение переходной характеристики колебательного устойчивого звена имеет вид

$$h(t) = K \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T}t} \cdot \sin \left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t + \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right) \right],$$

где действительная часть корня $-\frac{\xi}{T}$ определяет затухание колебаний, а мнимая часть $\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$ частоту колебаний.

На рис. 3.6 представлен график этого переходного процесса, на котором показаны установившееся значение $h_{уст}$, два первых максимальных значения h_{m1} и h_{m2} , разделенные по времени на период колебания T_k .

Указанные значения будут использованы в работе для идентификации параметров модели колебательного звена.

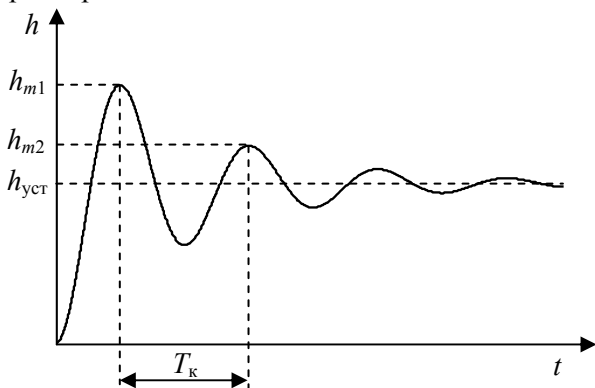


Рис. 3.6

Амплитудная и фазовая частотные характеристики определяются выражениями

$$H(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}};$$

$$\theta(\omega) = \begin{cases} -\operatorname{arctg} \frac{2\xi T \omega}{1 - T^2 \omega^2}; & 0 \leq \omega \leq \frac{1}{T} \\ -\pi - \operatorname{arctg} \frac{2\xi T \omega}{1 - T^2 \omega^2}; & \omega > \frac{1}{T} \end{cases},$$

по которым строятся логарифмическая амплитудная $L(\omega) = 20 \lg H(\omega)$ и фазовая частотные характеристики, приведенные на рис. 3.7.

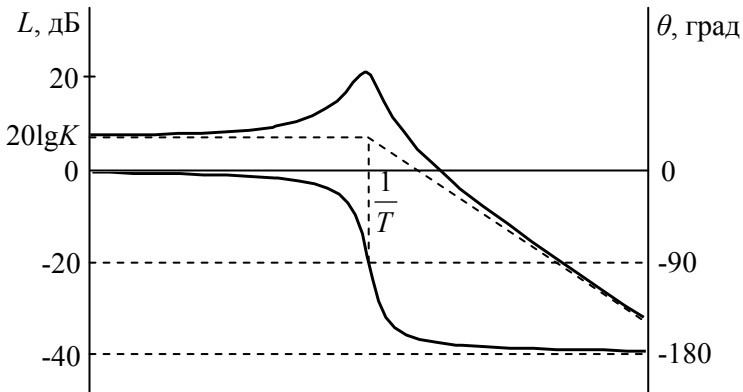


Рис. 3.7

Из формул следует, что в точке сопряжения асимптот при $\omega = \frac{1}{T}$ фаза $\theta\left(\frac{1}{T}\right) = -90^\circ$, а амплитудная характеристика $H\left(\frac{1}{T}\right) = \frac{K}{2\xi}$. Подъем амплитудной характеристики будет тем больше, чем меньше коэффициент затухания, причем максимум нахо-

дится не на этой частоте и не на собственной частоте $\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$, а в третьей точке $\omega = \frac{\sqrt{1-2\xi^2}}{T}$.

На рис. 3.8, а и б представлены осциллограммы, которые будем наблюдать при снятии частотных характеристик на частотах $\omega \leq \frac{0.1}{T}$ и $\omega = \frac{1}{T}$ соответственно.

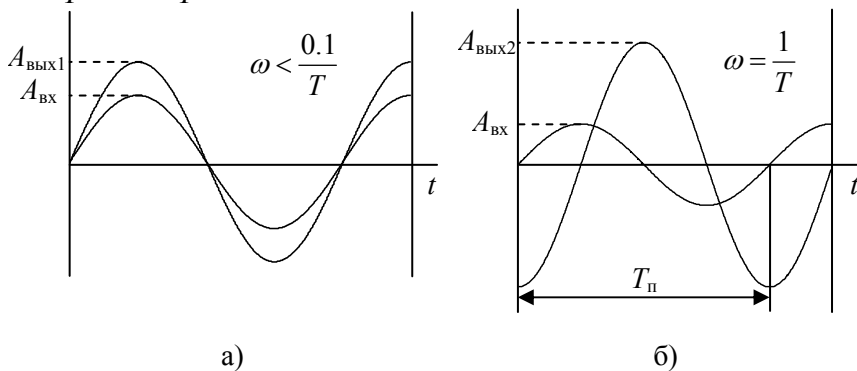


Рис. 3.8

Отрезок времени для наблюдения T_{Π} выбираем из области, где выходная синусоида практически установилась. С помощью такого эксперимента также можно идентифицировать параметры модели колебательного звена по значениям амплитуды входного $A_{\text{ВХ}}$ и выходного $A_{\text{ВЫХ}}$ сигналов.

Моделирование системы второго порядка с заданным расположением корней характеристического уравнения

Структурная схема на рис. 3.5 позволяет реализовать не только колебательное звено, но и передаточные функции второго порядка с любым возможным расположением корней характеристического уравнения. Варианты расположения корней на комплексной плоскости s , представленные на рис. 3.9, можем получить, задавая различные значения по величине и знакам коэффициентов a и b структурной модели. Параметр c входит в состав коэффициента уси-

ления передаточной функции и на корни характеристического уравнения не влияет.

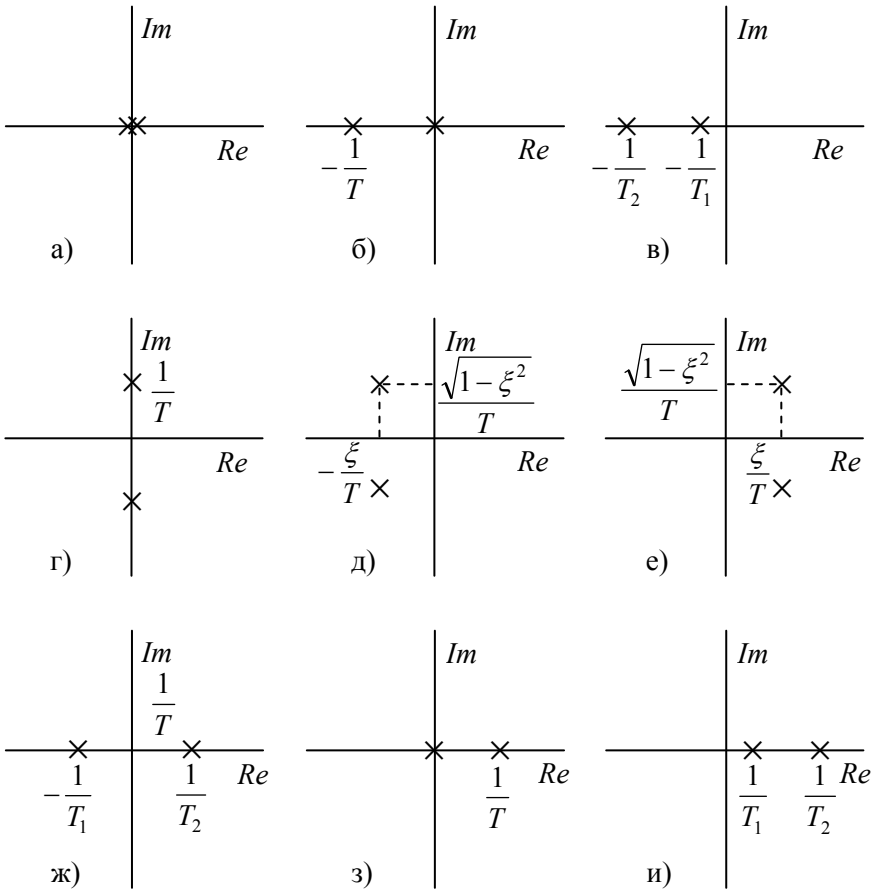


Рис. 3.9

Условия, при которых корни располагаются, как показано на рис. 3.9, а также соответствующие выражения передаточных функций приведены в таблице 1.

Таблица 3.1

Рисунок 3.9	Параметры модели	Передаточная функция $W(s)$
а)	$a = b = 0$	$\frac{K}{s^2}$
б)	$a > 0, b = 0$	$\frac{K}{s(Ts + 1)}$
в)	$a > 0, b > 0$ $a > 2\sqrt{b}$	$\frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$
г)	$a = 0, b > 0$	$\frac{K}{T^2s^2 + 1}$
д)	$a > 0, b > 0$ $a < 2\sqrt{b}$	$\frac{K}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1}$
е)	$a < 0, b > 0$ $ a < 2\sqrt{b}$	$\frac{K}{T^2s^2 - 2\xi Ts + 1}$
ж)	$a \geq 0, b < 0$ $a < 0$	$\frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s - 1)}$
з)	$a < 0, b = 0$	$\frac{K}{s(Ts - 1)}$
и)	$a < 0, b > 0$ $ a > 2\sqrt{b}$	$\frac{K}{(T_1s - 1)(T_2s - 1)}$

Отметим, что для случая в) получаем третий способ моделирования передаточной функции из двух апериодических звеньев, реализованных вначале с помощью последовательного и параллельного соединения. С точки зрения помехозащищенности и стабильности схема на рис. 3.5 обладает преимуществами по сравнению с двумя предыдущими, поскольку за счет обратных связей в ней происходит

компенсация влияния возмущающих воздействий и изменений параметров элементов.

Информация о переходных и частотных характеристиках в двух случаях расположения корней в) и д) представлена в работе, а для остальных вариантов ее предстоит получить самостоятельно.

Анализ свободного движения в системе второго порядка

Для системы второго порядка n -мерное пространство переменных состояния сводится к так называемой фазовой плоскости, где по оси абсцисс откладывается первая координата вектора состояния x_1 , в качестве которой выбираем выходной сигнал, а по оси ординат вторая координата x_2 в виде ее скорости изменения $\dot{x}_2 = x_1$.

Общее решение уравнений состояния задает на фазовой плоскости фазовую траекторию, параметром вдоль которой является время. Направление движения по фазовой траектории строго определено, поскольку если скорость $\dot{x}_2 > 0$, то выход x_1 может только увеличиваться, и, наоборот, при $\dot{x}_2 < 0$ x_1 уменьшается.

Анализируя устойчивость положения равновесия линейной системы в нуле, следует рассмотреть на фазовой плоскости лишь свободную составляющую движения, отбросив вынужденную составляющую. При моделировании это означает, что входное воздействие на структурную схему отсутствует $u = 0$, а движение в системе происходит из-за ненулевых начальных условий x_{10} и x_{20} , заданных на интеграторах.

Для наблюдения с помощью осциллографа фазовых траекторий отключают его развертку, а на входы X и Y подают, соответственно, координаты вектора состояния x_1 и x_2 , как показано на рис. 3.10.

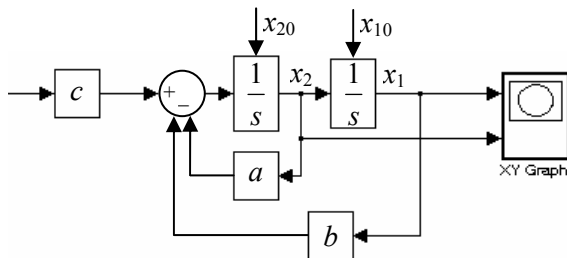


Рис. 3.10

Получим аналитические выражения траекторий движения на фазовой плоскости для первых четырех случаев расположения корней характеристического уравнения. В случае а) (см. табл. 3.1) корни $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, когда параметры $a = b = 0$. Уравнения состояния принимают вид

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t),$$

$$\dot{x}_2(t) = 0.$$

Отсюда уравнение фазовой траектории будет

$$x_2(t) = x_{20},$$

а первая координата изменяется по закону

$$x_1(t) = x_{20}t + x_{10}.$$

Семейство фазовых траекторий в виде горизонтальных прямых для различных начальных условий показано на рис. 3.11, а.

Из рисунка видно, что фазовые траектории неограниченно удаляются от положения равновесия с течением времени, а это означает его неустойчивость.

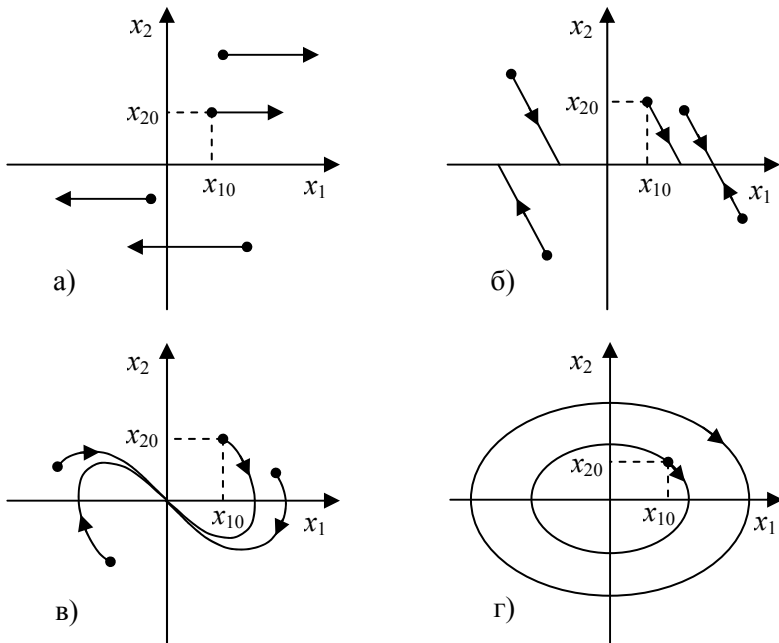


Рис. 3.11

Случай б) (см. табл. 3.1) определяется корнями $\lambda_1 = 0$ и $\lambda_2 = -\frac{1}{T} = -a$ при значениях параметров $a > 0$, $b = 0$. Уравнения состояния имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -ax_2(t).\end{aligned}$$

Делим второе дифференциальное уравнение на первое

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -a.$$

В результате интегрирования получаем уравнения фазовой траектории

$$x_2(t) = -ax_1(t) + C,$$

где C – константа интегрирования, зависящая от начальных условий:

$$C = ax_{10} + x_{20}.$$

Семейство фазовых траекторий в виде прямых линий с отрицательным наклоном представлено на рис. 3.11, б. При достижении горизонтальной оси $x_2 = 0$ движение прекращается в ограниченной области положения равновесия, что означает его устойчивость. Решение уравнений состояния дает временные функции изменения координат

$$\begin{aligned}x_1(t) &= \frac{x_{20}}{a}(1 - e^{-at}) + x_{10}, \\ x_2(t) &= x_{20}e^{-at}.\end{aligned}$$

Для случая в) (см. табл. 3.1) корни $\lambda_1 = -\frac{1}{T_2}$, $\lambda_2 = -\frac{1}{T_1}$ при условии, что $a > 0$, $b > 0$ и $a > 2\sqrt{b}$. Связь между параметрами структурной модели и корнями характеристического уравнения определяется выражениями

$$\begin{aligned}-\frac{1}{T_2} &= \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4b}}{2} < 0, \\ -\frac{1}{T_1} &= \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4b}}{2} < 0.\end{aligned}$$

Уравнения состояния

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -bx_1(t) - ax_2(t)\end{aligned}$$

не позволяют получить уравнение фазовой траектории в явном виде, поскольку при интегрировании не удастся разделить переменные. В таком случае используют параметрическое задание фазовой траектории в соответствии с найденным решением для координат вектора состояния

$$\begin{aligned}x_1(t) &= \frac{T_1(x_{10} + T_2 x_{20})}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2(x_{10} + T_1 x_{20})}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t}{T_2}}, \\ x_2(t) &= \frac{x_{10} + T_2 x_{20}}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{x_{10} + T_1 x_{20}}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}}.\end{aligned}$$

Семейство фазовых траекторий показано на рис. 3.11, в, из которого видно, что все траектории заканчиваются в нуле, а это означает асимптотическую устойчивость положения равновесия, получившего название “устойчивый узел”.

Рассмотрим случай г), где $\lambda_{1,2} = \pm j \frac{1}{T} = \pm j \sqrt{b}$ при условии $a = 0$, $b > 0$.

Уравнения состояния принимают вид

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -bx_1(t).\end{aligned}$$

Отношение второго уравнения к первому дает выражение

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -b \frac{x_1(t)}{x_2(t)},$$

которое легко интегрируется.

В результате получаем фазовую траекторию в виде эллипса

$$\frac{x_2^2(t)}{2} + \frac{bx_1^2(t)}{2} = C,$$

где константа интегрирования C определяется начальными условиями

$$C = \frac{bx_{10}^2 + x_{20}^2}{2}.$$

На рис. 3.11, г представлено семейство фазовых траекторий, которое характеризует положение равновесия как устойчивое, поскольку движение происходит по замкнутой кривой в ограниченной области вокруг начала координат, зависящей от начальных условий.

Решение во временной области дает периодические функции изменения координат вектора состояния

$$x_1(t) = \sqrt{x_{10}^2 + \frac{x_{20}^2}{b}} \cdot \cos\left(\sqrt{b}t - \arctg \frac{x_{20}}{\sqrt{b}x_{10}}\right),$$

$$x_2(t) = -\sqrt{bx_{10}^2 + x_{20}^2} \cdot \sin\left(\sqrt{b}t - \arctg \frac{x_{20}}{\sqrt{b}x_{10}}\right).$$

Отметим, что амплитуда и фаза колебаний зависят от начальных условий, тогда как частота остается неизменной.

Аналогичную работу по отысканию решения уравнений состояния на фазовой плоскости и во временной области следует выполнить самостоятельно для оставшихся пяти случаев расположения корней характеристического уравнения.

Задание и порядок выполнения работы

1. Собрать структурные модели, представленные на рис. 3.1 и рис. 3.3, в соответствии с заданными преподавателем значениями параметров K , T_1 и T_2 . Убедиться в эквивалентности этих схем, получив с их помощью переходные и частотные характеристики. Для частотной характеристики достаточно снять три точки в области низких, средних и высоких частот. Результаты представить в виде осциллограмм и построенных ЛАФЧХ.

2. Идентификация колебательного звена по переходной характеристике. Рассчитать параметры структурной модели на рис 3.5 через заданные значения $h_{уст}$, h_{m1} , h_{m2} и T_k рис. 3.6. Получить требуемый переходный процесс.

3. Идентификация колебательного звена по частотной характеристике. Рассчитать параметры структурной модели на рис. 3.5 с помощью заданных значений $A_{вх}$, $A_{вых1}$, $A_{вых2}$ и $T_{п}$ на рис. 3.8, а, б. Получить требуемые осциллограммы на модели.

4. Для передаточных функций в таблице 3.1 найти аналитические выражения переходных характеристик и подтвердить их моделированием.

5. Для передаточных функций в таблице 1 построить ЛАФЧХ и годографы $W(j\omega)$.

6. Найти аналитические решения уравнений состояния и определить фазовые траектории в оставшихся пяти случаях распределения корней характеристического уравнения, представленных на рис. 3.9.

7. При помощи моделирования получить семейства фазовых траекторий свободного движения в системе, соответствующие различным случаям распределения корней характеристического уравнения.

Вопросы для подготовки к работе

1. С какой целью структурную математическую модель представляют в виде параллельного соединения типовых динамических звеньев?

2. Почему передаточную функцию системы удобно представить в виде произведения типовых динамических звеньев?

3. Какими преимуществами обладает структурная математическая модель с обратными связями по переменным состояния?

4. О чем свидетельствует наличие прямой передачи сигнала в структурной математической модели по отношению к выражению передаточной функции?

5. Как будет выглядеть структурная модель системы второго порядка с дифференцирующим звеном второго порядка?

6. Как зависит переходная характеристика колебательного звена от действительной и мнимой частей корня характеристического уравнения?

7. Изобразите годограф передаточной функции колебательного звена.

8. Напишите неминимально-фазовые передаточные функции системы второго порядка.

9. Дайте определение свободного и вынужденного движения в системе.

10. Дайте определение устойчивого положения равновесия линейной системы.

11. Дайте определения фазовой плоскости, фазовой траектории и фазового портрета.

Литература: [4, с. 310-327], [7, с. 118-132, 581-584].

Лабораторная работа № 4

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ, КАЧЕСТВА И ТОЧНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Цель работы – научиться экспериментально определять запасы устойчивости в соответствии с критерием Найквиста и получать их связь с показателями качества и точностью регулирования, используя метод корневого годографа.

Определение устойчивости линейной системы связано с характером свободного движения по траектории в пространстве переменных состояния относительно положения равновесия в нуле. В том случае, если траектории с течением времени стремятся к нулю, то положение равновесия и, следовательно, линейная система называются асимптотически устойчивыми.

Когда траектория все время остается в некоторой ограниченной области положения равновесия, то оно и система называются устойчивыми.

Если же с течением времени траектории удаляются от начала координат, то положение равновесия и система называются неустойчивыми.

Примеры свободного движения на фазовой плоскости в системе второго порядка были рассмотрены в предыдущей работе и соответствующим образом характеризуют устойчивость системы. Для линейной системы это движение тесно связано с расположением корней характеристического уравнения на комплексной плоскости.

Если все корни характеристического уравнения расположены в левой полуплоскости ($\operatorname{Re} \lambda_i < 0$), то система будет асимптотически устойчивой. Когда есть хотя бы один корень, находящийся в правой полуплоскости ($\operatorname{Re} \lambda_i > 0$), система станет неустойчивой. В том случае, если среди корней, расположенных в левой полуплоскости, есть находящиеся на мнимой оси ($\operatorname{Re} \lambda_i \leq 0$), то система оказывается на границе области устойчивости и свободное движение в ней может быть как устойчивым, так и неустойчивым.

Однако при исследовании устойчивости линейных систем не обязательно решать уравнения состояния или отыскивать корни ха-

рактистического уравнения, а можно воспользоваться частотным критерием устойчивости Найквиста, которому и уделяется внимание в данной работе. Этот критерий позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по ее частотным характеристикам в разомкнутом состоянии.

Существуют две формулировки критерия Найквиста:

1) для системы, устойчивой в разомкнутом состоянии, замкнутая система будет тоже устойчивой, если годограф передаточной функции разомкнутой системы $W(j\omega)$ не охватывает точку -1 на комплексной плоскости при изменении частоты $0 \leq \omega < \infty$;

2) для системы, неустойчивой в разомкнутом состоянии, замкнутая система будет устойчивой, если годограф передаточной функции разомкнутой системы $W(j\omega)$ охватывает точку -1 на комплексной плоскости в положительном направлении $\frac{m_p}{2}$ раз при изменении частоты $0 \leq \omega < \infty$, где m_p – число корней характеристического уравнения разомкнутой системы в правой полуплоскости.

По годографу или соответствующим ЛАФЧХ разомкнутой системы вводится количественная мера устойчивости в виде запасов устойчивости по фазе и модулю. Запас по фазе γ_c определяют на частоте среза ω_c системы, когда амплитуды входного и выходного сигналов равны, а запас по модулю H_m на частоте ω_π , где фазовая частотная характеристика равна $\pm 180^\circ$.

Приняты нормативные значения запасов устойчивости, с помощью которых образуется запретная зона на комплексной плоскости вокруг критической точки -1 , куда не должен попадать годограф передаточной функции разомкнутой системы.

Анализ замкнутой системы, устойчивой в разомкнутом состоянии

В качестве примера рассмотрим систему, представленную на рис. 4.1.

Передаточная функция разомкнутой системы состоит из трех устойчивых апериодических звеньев, содержащих две заданные постоянные времени $T_1 > T_2$ и варьируемый коэффициент усиления K . В работе требуется с помощью моделирования исследовать устой-

чивость замкнутой системы, экспериментально определяя запасы устойчивости по фазе и модулю в зависимости от коэффициента усиления.

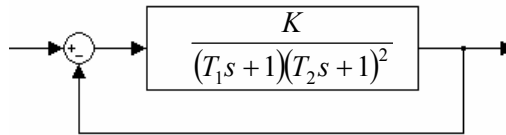
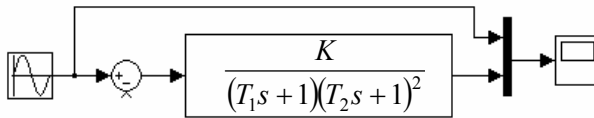


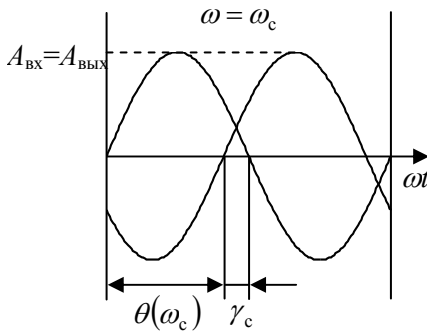
Рис. 4.1

Каждому фиксированному значению K из области устойчивости будут соответствовать запасы устойчивости по фазе и модулю, связанные с показателями качества замкнутой системы, и точность отработки входного ступенчатого сигнала.

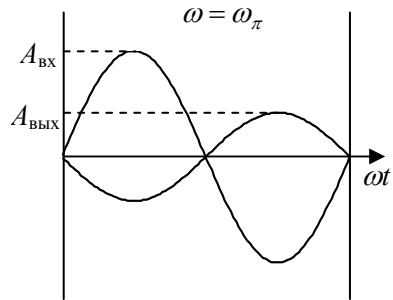
На рис. 4.2, а показана схема проведения эксперимента по определению запасов устойчивости, а на рис. 4.2, б, в осциллограммы, по которым измеряют запасы устойчивости по фазе и модулю.



а)



б)



в)

Рис. 4.2

Из рис. 4.2, б следует, что запас по фазе вычисляют как $\gamma_c = \pi - \theta(\omega_c)$, а с помощью рис. 4.2, в находим запас по модулю

$H_m = 1 - \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}}$ или логарифмический запас устойчивости по модулю

$$L_m = -20 \lg \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}}.$$

Соответствующие запасы устойчивости показаны на годографе передаточной функции разомкнутой системы и ее ЛАФЧХ, представленных на рис. 4.3, а, б.

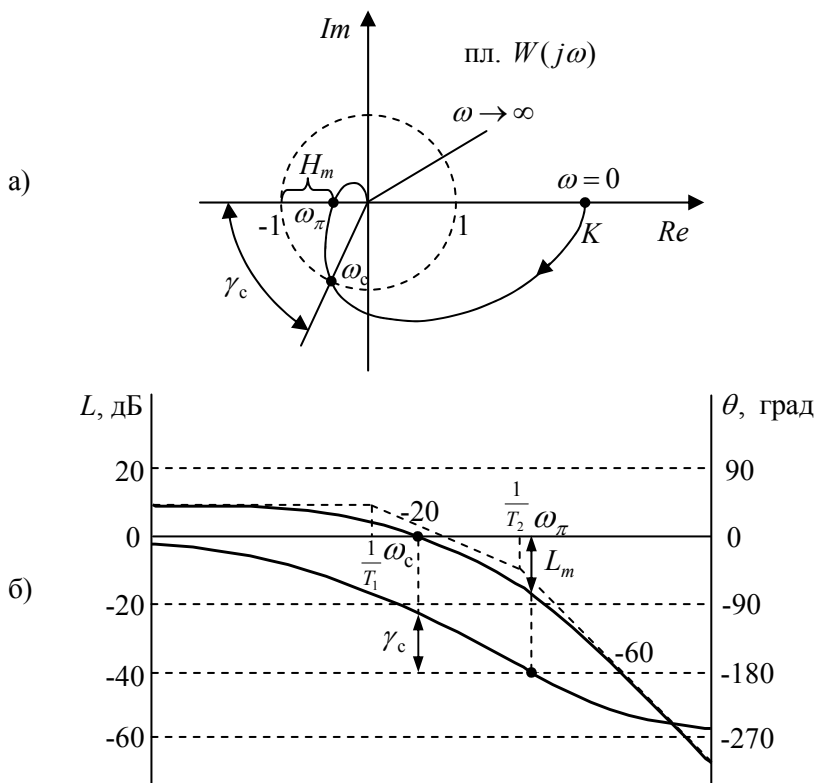


Рис. 4.3

Из рисунков видно, что с ростом коэффициента усиления K увеличивается частота среза и запасы устойчивости уменьшаются.

Для предельного значения коэффициента усиления $K_{пр}$ запасы устойчивости становятся нулевыми, а это означает, что система оказывается на границе области устойчивости, поскольку годограф $W(j\omega)$ проходит через точку -1 на частоте $\omega_c = \omega_\pi$.

Дальнейшее увеличение коэффициента усиления $K > K_{пр}$ приводит к неустойчивости замкнутой системы, так как годограф $W(j\omega)$ будет охватывать точку -1.

Установим связь запасов устойчивости с показателями качества регулирования при изменении коэффициента усиления K разомкнутой системы с помощью метода корневого годографа. Траектории корней характеристического уравнения замкнутой системы при изменении $0 \leq K < \infty$ показаны на рис. 4.4.

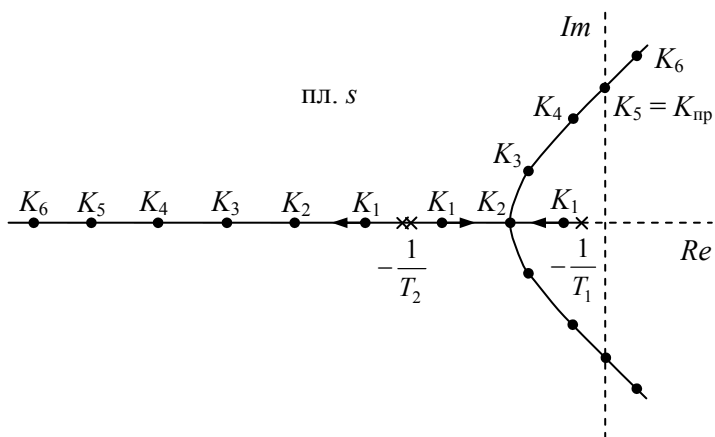


Рис. 4.4

На траекториях отмечены различные расположения корней для шести возрастающих значений коэффициента усиления. При изменении коэффициента усиления от 0 до значения K_2 , когда два корня становятся кратными, имеем монотонно возрастающую переходную характеристику без перерегулирования $\sigma_{max} = 0$. Время регулирования t_p в этом случае уменьшается, достигая наименьшего значения в точке, соответствующей K_2 , поскольку доминирующий корень удаляется от мнимой оси.

Однако оптимальной по быстродействию, но уже при наличии перерегулирования $\sigma_{max} > 0$, система будет, когда корни образуют

комплексно-сопряженную пару, расположенную вблизи отметки K_3 . Строгое математическое определение этого значения K_3 связано с минимизацией функционала $\min \int_0^t \varepsilon^2(t) dt$ по коэффициенту усиления, где $\varepsilon(t)$ – ошибка в системе.

С дальнейшим ростом коэффициента усиления $K_3 < K < K_{пр}$ доминирующая комплексно-сопряженная пара корней приближается к мнимой оси с увеличением мнимой составляющей, что приводит к ухудшению показателей качества. Так, время регулирования на этом участке меняется от оптимального до $t_p \rightarrow \infty$, а перерегулирование растет до 100 %.

Отметим, что третий корень характеристического уравнения движется из точки $-\frac{1}{T_2}$ влево по действительной оси и существенного влияния на показатели качества не оказывает.

Результаты исследования запасов устойчивости и показателей качества системы в зависимости от коэффициента усиления K иллюстрируются на рис. 4.5, а, б, в, г, д.

Анализ точности линейной системы проводят с помощью разложения в степенной ряд передаточной функции ошибки

$$\Phi_\varepsilon(s) = \frac{1}{1 + W(s)} :$$

$$\Phi_\varepsilon(s) = c_0 + \frac{c_1}{1!} s + \frac{c_2}{2!} s^2 + \dots + \frac{c_n}{n!} s^n + \dots,$$

$$\text{где } C_i = \frac{d^i}{ds^i} \Phi_\varepsilon(s) \Big|_{s=0}.$$

Этот ряд является сходящимся при $s < 1$, что во временной области означает $t > t_p$. Переходя к сигналам во временной области, получим выражение установившейся ошибки

$$\varepsilon(t) = C_0 u(t) + \frac{C_1}{1!} \frac{du}{dt} + \frac{C_2}{2!} \frac{d^2 u}{dt^2} + \dots + \frac{C_n}{n!} \frac{d^n u}{dt^n} + \dots$$

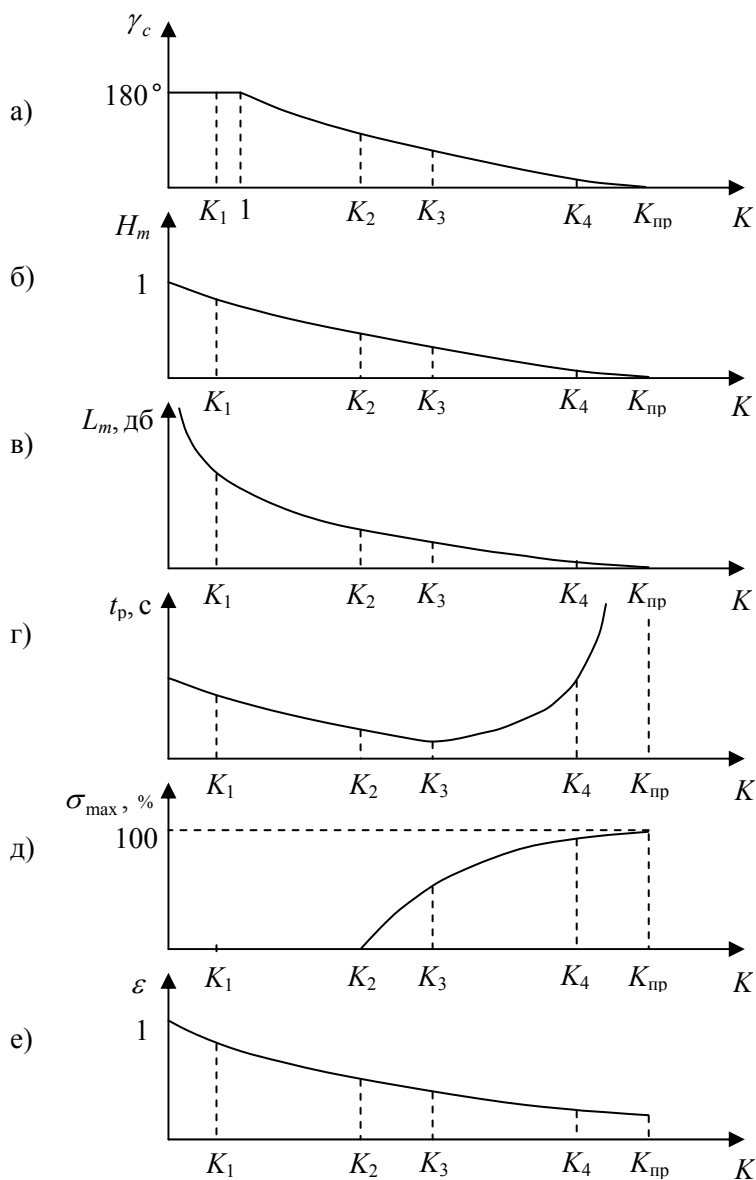


Рис. 4.5

При исследовании точности обработки ступенчатого входного сигнала $u(t) = 1(t)$ нужно найти всего лишь первый коэффициент разложения в ряд C_0 , который для статической системы равен $\frac{1}{1+K}$.

Таким образом, получаем установившуюся ошибку в системе на ступенчатое входное воздействие

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{1+K} \cdot 1(t).$$

С точки зрения обеспечения высокой точности необходимо увеличивать коэффициент усиления разомкнутой системы, однако требования к запасам устойчивости и показателям качества ограничивают его значение, заставляя находить компромиссный вариант. На рис. 4.5, е представлен график изменения статической ошибки, который совместно с другими графиками на этом рисунке, позволяет выбрать наилучшее значение коэффициента усиления исходя из требований, предъявляемых к системе.

Анализ статической замкнутой системы, неустойчивой в разомкнутом состоянии

Пусть объект управления описывается неустойчивым апериодическим звеном. Необходимо за счет введения отрицательной обратной связи по выходному сигналу, как показано на рис. 4.6, обеспечить устойчивое функционирование системы.

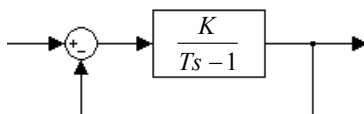


Рис. 4.6

По критерию Найквиста замкнутая система будет устойчивой, когда годограф разомкнутой системы сделает половину оборота в положительном направлении вокруг точки -1 при изменении частоты от 0 до ∞ , поскольку в правой полуплоскости находится один полюс передаточной функции разомкнутой системы.

Годограф, представленный на рис. 4.7 а, является половиной окружности, начинающейся при $\omega = 0$ в точке $-K$ и заканчивающейся при $\omega \rightarrow \infty$ в нуле. Условие устойчивости выполняется незави-

симо от величины постоянной времени T , если коэффициент усиления разомкнутой системы $K > 1$.

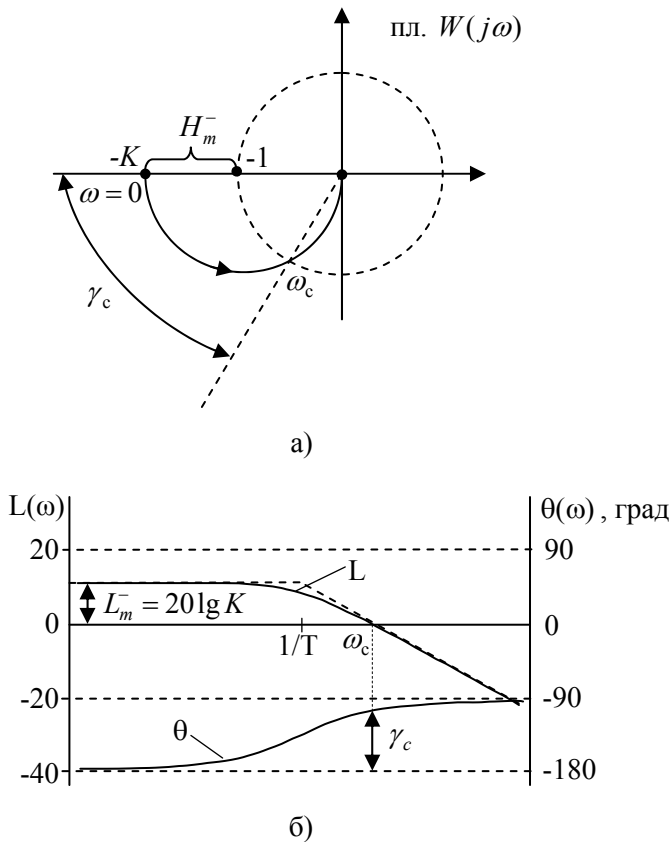


Рис. 4.7

На рис. 4.7, а отмечены запасы устойчивости по фазе γ_c и модулю H_m^- . Запас устойчивости по фазе определяем так же, как и раньше, на частоте среза системы ω_c , а запас устойчивости по модулю для данного примера на нулевой частоте, где фаза равна -180° , по формуле $H_m^- = \frac{A_{\text{Вых}}}{A_{\text{Вх}}} - 1$.

Логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы в виде неустойчивого апериодического звена, приведены на рис. 4.7, б, с помощью которых показаны соответствующие запас устойчивости по фазе γ_c и логарифмический запас устойчивости по модулю $L_m^- = 20 \lg K$.

Экспериментальное определение запасов устойчивости непосредственным способом в соответствии со схемой на рис. 4.2, а не представляется возможным, так как разомкнутая система является неустойчивой, однако измерить запасы устойчивости на модели удастся, подавая гармоническое воздействие на вход устойчивой замкнутой системы. Схема проведения эксперимента представлена на рис. 4.8, а.

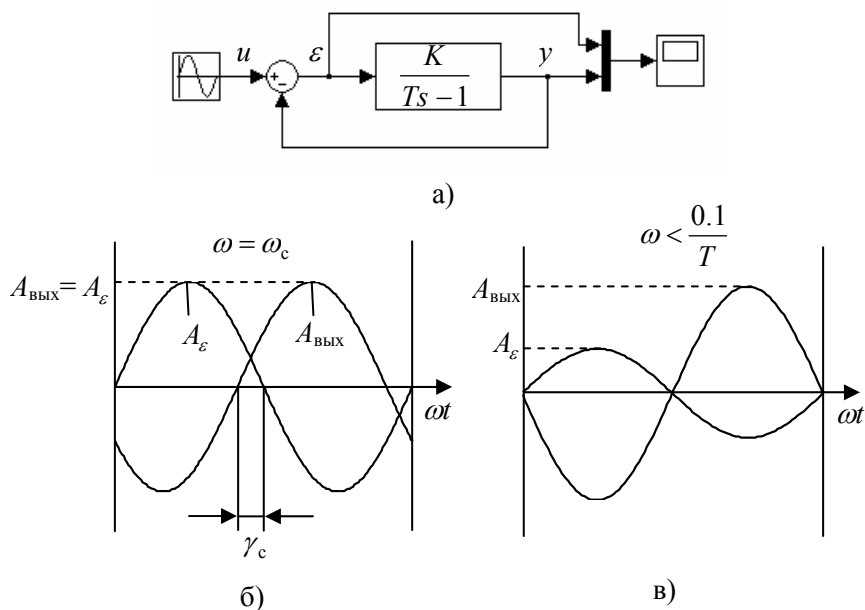


Рис. 4.8

По истечении времени переходного процесса в любой точке системы устанавливаются гармонические колебания с заданной частотой входного синусоидального сигнала генератора. Поскольку запасы устойчивости определяются по передаточной функции разомкнутой системы, то сравнивать выходной гармонический сиг-

нал $y(t)$ надо не с входным сигналом $u(t)$, а с сигналом ошибки $\varepsilon(t)$, подавая их на осциллограф.

Некоторые неудобства возникают из-за того, что амплитуда сигнала ошибки зависит от частоты, но они легко преодолеваются.

Картина, которую необходимо получить на экране осциллографа при измерении запаса устойчивости по фазе γ_c на частоте среза системы ω_c , представлена на рис. 4.8, б. Для определения запаса устойчивости по модулю H_m^- или L_m^- нужно получить две синусоиды в противофазе, как показано на рис. 4.8, в, на низкой частоте $\omega < \frac{0.1}{T}$.

Корневой годограф на рис. 4.9 подтверждает полученные результаты исследования устойчивости системы частотным методом, поскольку только для значений коэффициента усиления $K > 1$ единственный корень характеристического уравнения переходит из правой в левую полуплоскость переменной s .

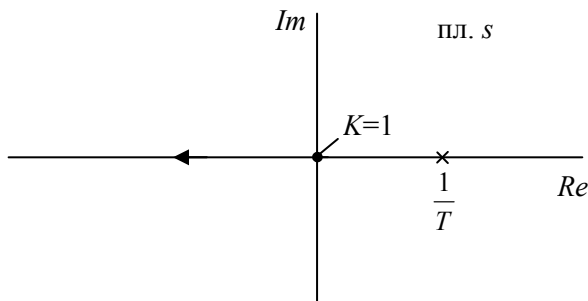


Рис. 4.9

Передаточная функция замкнутой системы для $K > 1$ является устойчивым апериодическим звеном $\Phi(s) = \frac{K_3}{T_3 s + 1}$ с коэффициентом

усиления $K_3 = \frac{K}{K-1}$ и постоянной времени $T_3 = \frac{T}{K-1}$.

По переходной характеристике, представленной на рис. 4.10, определяем показатели качества и точность системы.

При любом значении коэффициента усиления из области устойчивости переходный процесс по экспоненте стремится к установив-

шему значению $\frac{K}{K-1}$ без перерегулирования, образуя статическую ошибку $\varepsilon = -\frac{1}{K-1}$. Время переходного процесса и статическая ошибка в системе с ростом коэффициента усиления разомкнутой системы уменьшаются.

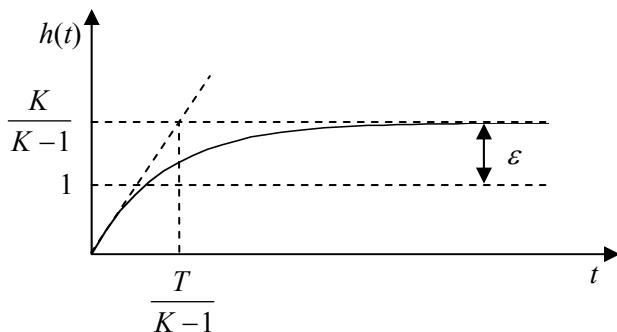


Рис. 4.10

Синтез астатической замкнутой системы, неустойчивой в разомкнутом состоянии

В том случае, когда необходимо устранить статическую ошибку в системе, последовательное корректирующее устройство должно содержать интегратор, как показано на рис. 4.11. Однако при этом система оказывается неустойчивой, что подтверждается годографом передаточной функции разомкнутой системы и корневым годографом, представленными соответственно на рис. 4.12, а, б.

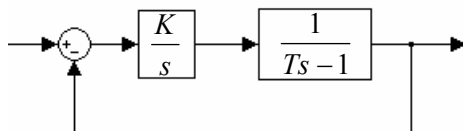


Рис. 4.11

По корневому годографу видим, что для любого $K > 0$ оба корня находятся в правой полуплоскости, а это означает неустойчивость системы. Тот же результат дает и критерий устойчивости Найквиста, так как при любом $K > 0$ годограф разомкнутой системы делает по-

ловину оборота в отрицательном направлении вокруг точки -1 при изменении частоты $0 \leq \omega < \infty$.

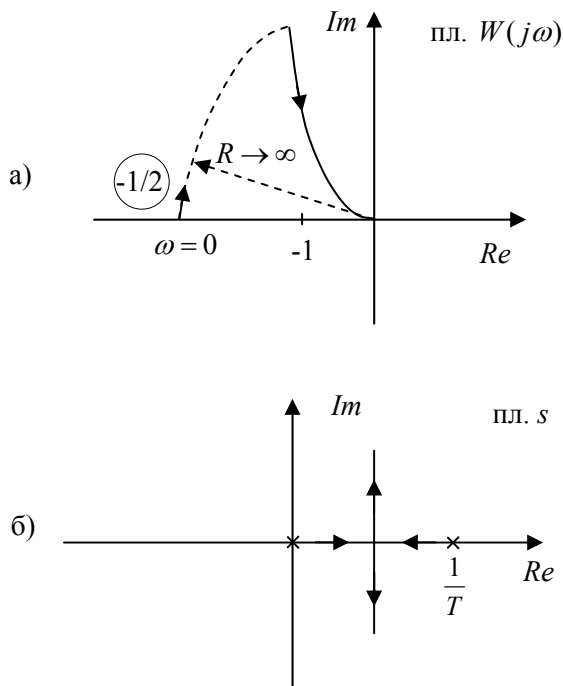


Рис. 4.12

Для достижения устойчивости необходимо видоизменить коррекцию, сохраняя астатизм в системе, чтобы заставить годограф разомкнутой системы сделать один положительный переход отрицательной части действительной оси, на интервале от -1 до $-\infty$. Этого можно добиться с помощью типовых динамических звеньев, увеличивающих фазу в области средних частот. Наиболее подходящим для данного примера будет минимально-фазовое дифференцирующее звено первого порядка, которое вносим последовательно в состав корректирующего устройства. Таким образом, передаточная функция корректирующего устройства принимает вид

$$W_k(s) = \frac{K(T_d s + 1)}{s},$$

где появляется новый параметр T_d – постоянная времени дифференцирующего звена.

В структурной математической модели системы на рис. 4.13 реализация передаточной функции корректирующего устройства выглядит как усиленное в K раз параллельное соединение интегратора с прямой передачей сигнала через коэффициент T_d , что означает использование в системе пропорционально-интегрального закона управления.

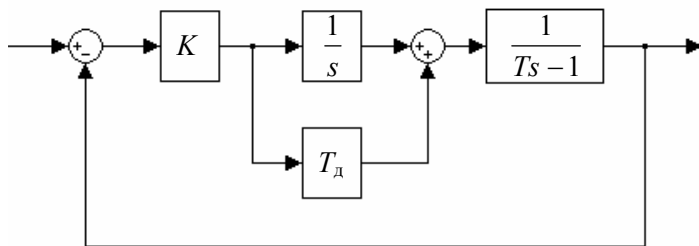


Рис. 4.13

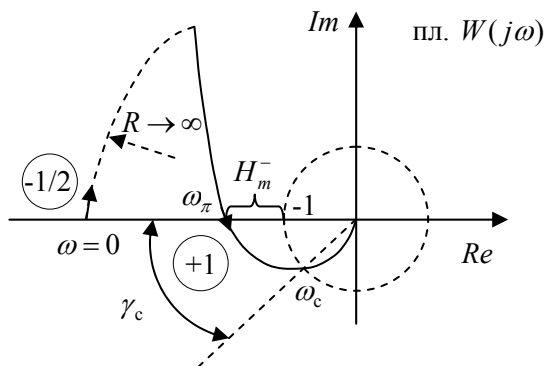
Постоянную времени T_d выберем больше значения T , что позволит добиться более высоких результатов синтеза системы.

На рис. 4.14, а представлен годограф разомкнутой системы с выбранным законом управления для значения коэффициента усиления K , находящегося в области устойчивости. За счет введения коррекции получили нужную половину оборота в положительном направлении годографа разомкнутой системы вокруг точки -1 и можем отметить запасы устойчивости по фазе γ_c и модулю H_m^- .

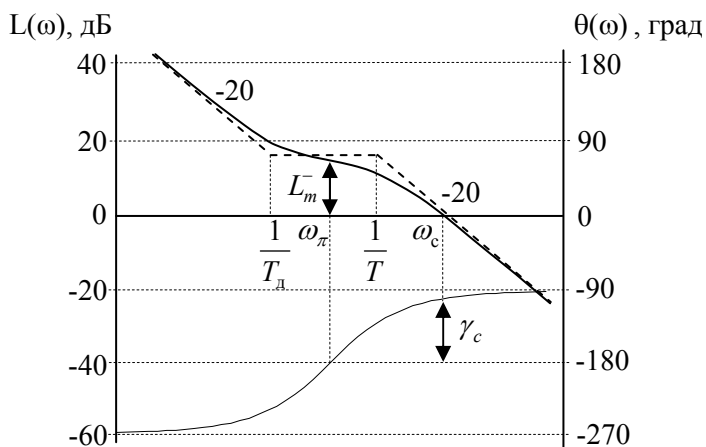
Соответствующие ЛАФЧХ разомкнутой системы приведены на рис. 4.14, б, где также показаны запас устойчивости по фазе и логарифмический запас устойчивости по модулю L_m^- .

Для этого примера также существует предельное значение коэффициента усиления $K_{пр}$, соответствующее нулевым запасам устойчивости при $\omega_c = \omega_\pi$, когда годограф проходит через точку -1. Из рисунков следует, что замкнутая система становится неустойчивой при $K < K_{пр}$, а с ростом коэффициента усиления $K > K_{пр}$ запасы устойчивости возрастают.

Показатели качества регулирования оценим по корневому годографу, представленному на рис. 4.15.



а)



б)

Рис. 4.14

При изменении коэффициента усиления от 0 до $K_{пр}$ корни располагаются в правой полуплоскости, а для $K > K_{пр}$ они переходят в левую полуплоскость, что согласуется с исследованием устойчивости по критерию Найквиста.

В соответствии с расположением корней для семи значений коэффициента усиления K на рис. 4.16 представлены переходные процессы на выходе системы.

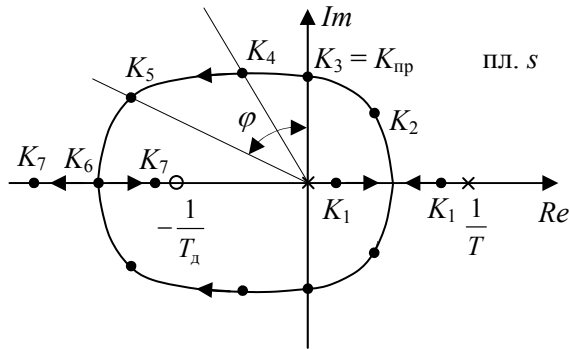


Рис. 4.15

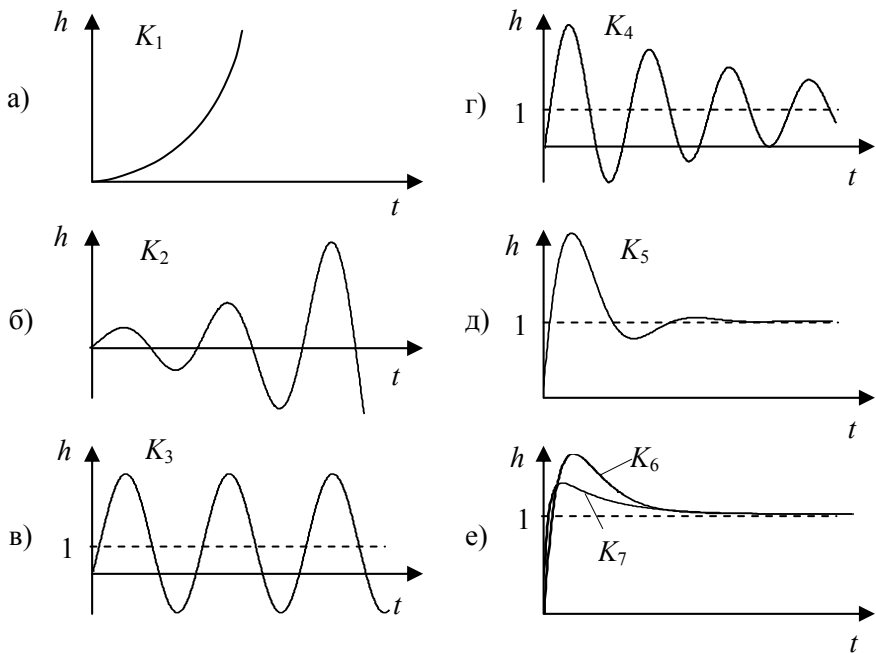


Рис. 4.16

В случае а) передаточная функция замкнутой системы содержит два неустойчивых апериодических звена, из-за которых переходная характеристика неограниченно монотонно возрастает, тогда как в случае б) неустойчивость носит колебательный характер из-за пары комплексно-сопряженных корней с положительной действительной частью. Случай в) соответствует предельному значению коэффициента усиления $K_3 = K_{пр}$, когда система находится на границе области устойчивости и в ней возникают периодические колебания.

На рис. 4.16, г и д представлены устойчивые колебательные процессы, сильно отличающиеся качеством регулирования. Так, для $K = K_4$ корни располагаются близко к мнимой оси и имеют небольшой коэффициент затухания, определяемый как $\xi = \sin \varphi$, что порождает долго незатухающий процесс.

А в случае $K = K_5$ корни находятся на значительном расстоянии от мнимой оси и коэффициент затухания при этом увеличивается, что приводит к быстрому переходному процессу с малым числом колебаний.

Для коэффициента усиления K_6 корни становятся кратными действительными и с дальнейшим увеличением K один корень стремится к бесконечности по отрицательной части действительной оси, а другой движется к нулю в точке $-\frac{1}{T_d}$. В переходных процессах,

показанных на рис. 4.16, е для значений коэффициентов усиления K_6 и K_7 отсутствует колебательная составляющая, но перерегулирование возникает из-за доминирующего нуля передаточной функции.

Анализ по корневому годографу показывает, что с увеличением коэффициента усиления показатели качества возрастают, а статическая ошибка во всех устойчивых переходных процессах равна нулю.

Задание и порядок выполнения работы

1. Собрать структурную схему системы из устойчивых апериодических звеньев, представленных на рис. 4.1, установив заданные значения T_1 и T_2 . Определить граничное значение области устойчивости $K_{пр}$ теоретически из условия $H(\omega_{\pi}) = 1$ или экспериментально, добившись в разомкнутой системе на рис. 4.2 а при вариации коэффициента усиления равенства амплитуд входного и выходного гармонического сигналов, находящихся в противофазе. В отчете

представить теоретические ЛАФЧХ разомкнутой системы и корневой годограф.

2. По переходным характеристикам схемы на рис. 4.1 определить значение K_2 , соответствующее самому быстрому без перерегулирования переходному процессу в системе. Также найти значение коэффициента усиления K_3 оптимальной по быстродействию системы при наличии перерегулирования. Получить переходные процессы еще для трех значений коэффициента усиления $K_1 < K_2$, $K_3 < K_4 < K_{пр}$ и $K_6 > K_{пр}$. Информацию об измеренных показателях качества и точности для устойчивой системы представить в виде точек на графиках подобно рис. 4.5, г, д, е.

3. Для выбранных значений коэффициента усиления от K_1 до $K_{пр}$ выполнить измерения запасов устойчивости по разомкнутой системе, как показано на рис. 4.2. Результаты измерений представить в виде графиков, приведенных на рис. 4.5, а, б, в. С помощью полученных графиков сделать выводы о зависимости показателей качества и точности регулирования от запасов устойчивости в системе.

4. Собрать схему проведения эксперимента по измерению запасов устойчивости для системы, неустойчивой в разомкнутом состоянии, как показано на рис. 4.8, а. Установить заданное значение постоянной времени T и для коэффициента усиления $K > 1$ найти запасы устойчивости по фазе γ_c и модулю H_m^- и L_m^- .

5. При тех же значениях параметров K и T получить переходную характеристику, по которой определить показатели качества и точности системы.

6. Построить структурную модель системы, неустойчивой в разомкнутом состоянии с пропорционально-интегральным законом управления, представленную на рис. 4.13. Для заданных значений параметров структурной модели построить ЛАФЧХ разомкнутой системы и корневой годограф. По ЛАФЧХ определить значение $K_{пр}$, когда запасы устойчивости по фазе и модулю становятся нулевыми. С помощью корневого годографа найти значение $K_{пр}$ из условия нахождения корней характеристического уравнения на мнимой оси.

7. С помощью структурной модели получить переходные характеристики в системе, соответствующие семи выбранным значениям коэффициента усиления K , подобно отмеченным на корневом годографе, представленном на рис. 4.15. По устойчивым переходным

характеристикам определить показатели качества и точность регулирования.

8. Экспериментально определить запасы устойчивости системы по фазе и модулю, когда корни характеристического уравнения становятся кратными в левой полуплоскости, и сравнить их с теоретическими значениями γ_c и L_m^- , полученными с помощью построения ЛАФЧХ для коэффициента усиления K_6 .

Вопросы для подготовки к работе

1. Дайте определение устойчивости динамической системы.
2. Как по дифференциальному уравнению системы определить ее устойчивость?
3. В чем сущность прямого метода анализа устойчивости?
4. Сформулируйте критерий устойчивости Найквиста для систем, устойчивых в разомкнутом состоянии.
5. При выполнении каких условий по критерию Найквиста неустойчивая разомкнутая система становится устойчивой в замкнутом состоянии?
6. Дайте определения запасов устойчивости по фазе и модулю.
7. Как с помощью построения ЛАФЧХ исследовать устойчивость по критерию Найквиста?
8. Назовите основные показатели качества и способы их определения.
9. Дайте определение корневого годографа.
10. Перечислите правила построения корневого годографа.
11. Как определить точки пересечения ветвей корневого годографа с мнимой осью и соответствующий коэффициент усиления?
12. Как по корневому годографу проводится оценка показателей качества регулирования?
13. С помощью каких математических выражений анализируют динамическую точность системы?
14. Сформулируйте понятие статической и астатической системы.
15. Какой вкладывается смысл в термин “установившаяся динамическая ошибка”?

Литература: [4, с. 349-356, 395-399], [6, с. 308-312, 349-370, 490-499], [7, с. 199-225, 260-299].

ТРЕБОВАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ ОТЧЕТОВ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

Отчет по работе следует оформлять в текстовом редакторе с использованием схем проведения экспериментов, структурных математических моделей и результатов моделирования, полученных в среде MATLAB/Simulink.

Каждый отчет должен иметь титульный лист с указанием названия лабораторной работы, фамилии и номера группы студента.

В вводной части помимо цели работы необходимо дать развернутые ответы на полученные от преподавателя вопросы для подготовки к работе из приведенного списка.

Структура отчета должна соответствовать заданию и порядку выполнения лабораторной работы, тематическим разделам которой следует дать названия.

В работе должны быть представлены соответствующие схемы проведения экспериментов, например схема получения статических характеристик, схема снятия временных характеристик и т. д.

Для каждого пункта задания необходимо привести структурные математические модели объекта с исходными данными и результаты теоретического и экспериментального исследования с пояснениями.

Полученные в работе осциллограммы и другие графические материалы следует представлять в отчете с обязательным указанием наименования осей координат и правильным выбором их масштаба, что позволяло бы в полной мере почерпнуть полезную информацию.

Завершается отчет заключением, которое должно содержать выводы о проделанной работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дэбни Дж., Харман Т. Simulink 4. Секреты мастерства. М.: Изд-во: Бином. Лаборатория знаний, 2003.
2. Черных И.В. Simulink: среда создания инженерных приложений. М.: Диалог-МИФИ, 2003.
3. <http://matlab.exponenta.ru/>
4. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем: Учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1978.
5. Теория автоматического управления / Под ред. А.А. Воронова. Ч.1. М.: Высшая школа, 1986.
6. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления / Пер. с англ. Копылова Б.И. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002.
7. Филлипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью. М.: Лаборатория Базовых Знаний / Пер. с англ. Б.И. Копылова, 2001.

СОСТАВ БИБЛИОТЕКИ СТАНДАРТНЫХ БЛОКОВ СИСТЕМЫ *SIMULINK*

В приложении приводится краткая информация по основным блокам, входящих в состав библиотеки *Simulink*, необходимым для выполнения лабораторных работ.

1. *Continuous* – линейные непрерывные блоки.

1.1. *Integrator* – интегрирующий блок.

Выполняет интегрирование входного сигнала.

Параметры блока (рис. П.1):

- *Initial condition source* – источник начального значения выходного сигнала. Источник может быть внутренним (*Internal*) или внешним (*External*).

- *Initial condition* – начальное условие (начальное значение выходного сигнала). Параметр доступен, если выбран внутренний источник начального значения.

- *Limit output* – позволяет ограничить сигнал на выходе.

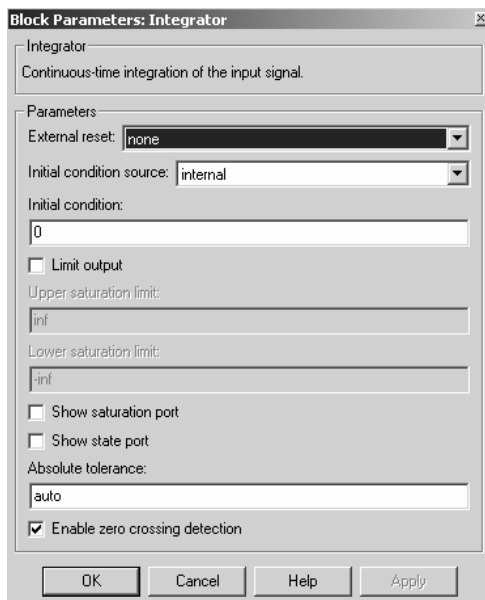


Рис. П.1

1.2. *Transfer Fcn* – блок передаточной функции.

Задает передаточную функцию в виде отношения полиномов.

Параметры блока (рис. П.2):

- *Numerator* – вектор коэффициентов полинома числителя.

- *Denominator* – вектор коэффициентов полинома знаменателя.

Примечание. Входной сигнал этого блока должен быть скалярным.

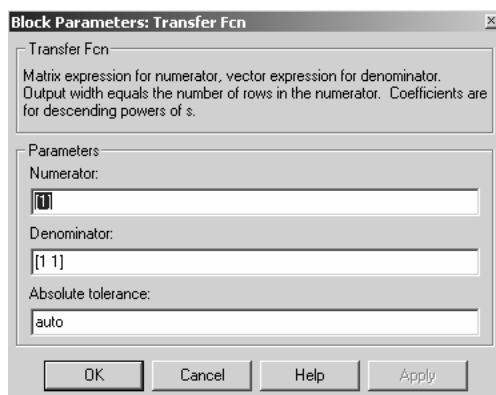
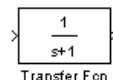


Рис. П.2

1.3. *Zero-Pole* – блок передаточной функции.

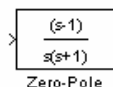
Задает передаточную функцию в виде нулей и полюсов.

Параметры блока:

- *Zeros* – вектор нулей передаточной функции.

- *Poles* – вектор полюсов передаточной функции.

- *Gain* – скалярный или векторный коэффициент передаточной функции.



2. *Discontinuities* – нелинейные блоки.

2.1. *Dead Zone* – блок типа “зона нечувствительности”

Реализует нелинейную зависимость типа “зона нечувствительности” между выходным и входным сигналами.

Параметры блока:

- *Start of dead zone* – начало зоны нечувствительности.

- *End of dead zone* – конец зоны нечувствительности.



2.2. *Relay* – релейный блок.

Реализует нелинейную характеристику релейного типа.

Параметры блока:

- *Switch on point* – порог включения реле.

- *Switch off point* – порог выключения реле.

- *Output when on* – величина выходного сигнала при включенном реле.

- *Output when off* – величина выходного сигнала при выключенном реле.



2.3. *Saturation* – блок типа “зона насыщения”.

Реализует ограничение величины выходного сигнала.

Параметры блока:

- *Upper limit* – верхний предел.

- *Lower limit* – нижний предел.



3. *Math Operations* – блоки математических операций.

3.1. *Gain* – коэффициент усиления.

Реализует умножение сигнала на постоянный коэффициент.

Параметры блока:

- *Gain* – значение коэффициента усиления. Может быть скалярным или векторным.



3.2. *Product* – блок умножения.

Реализует умножение сигналов.

Параметры блока:

- *Number of inputs* – количество входов.



3.3. *Sum* – блок суммирования.

Вычисляет сумму сигналов.

Параметры блока:

- *Icon shape* – форма блока (окружность, прямоугольник).



- *List of signs* – список знаков “+”, “-” и разделитель знаков “|”.

4. *Signal Routing* – блоки преобразования сигналов.

4.1. *Mux* – мультиплексор

Преобразует входные скалярные сигналы в один векторный.

Параметры блока:

- *Number of inputs* – количество входов.
- *Display option* – вид блока.



4.2. *Demux* – демультиплексор

Преобразует входной векторный сигнал в выходные скалярные.

Параметры блока:

- *Number of inputs* – количество выходов.
- *Display option* – вид блока.



5. *Sources* – источники сигналов.

5.1. *Constant* – источник постоянного сигнала.

Задаёт сигнал с постоянным значением.

Параметры блока:

- *Constant value* – значение уровня сигнала. Может быть как скалярным, так и векторным.



5.2. *Ramp* – источник линейно изменяющегося сигнала.

Формирует сигнал вида $y = at + b$.

Параметры блока:

- *Slope* – скорость изменения выходного сигнала (наклон).
- *Start time* – время начала действия сигнала.
- *Initial output* – начальное значение сигнала.



5.3. *Repeating Sequence* – источник кусочно-линейного периодического сигнала.

Формирует периодический сигнал с линейной интерполяцией в точках, заданных парами “время-значение”.



Параметры блока:

- *Time values* – вектор значений времени.
- *Output values* – вектор значений сигнала.

С помощью этого блока удобно создавать пилообразный сигнал.

5.4. *Signal generator* – генератор сигналов.

Формирует периодический сигнал различных типов: синусоидальный, прямоугольный, пилообразный, случайный.

Параметры блока (рис. П.3):

- *Wave form* – вид сигнала.
- *Amplitude* – амплитуда сигнала.
- *Frequency* – частота сигнала.
- *Units* – единица измерения частоты (рад/с, Гц).

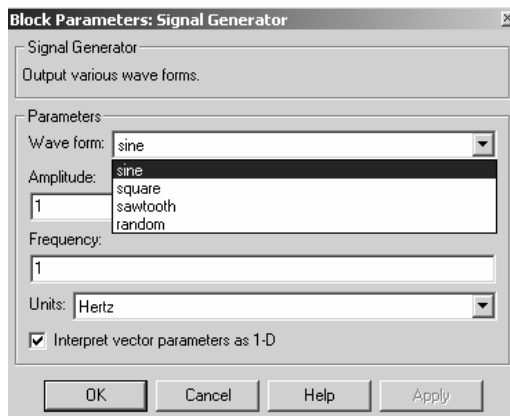


Рис. П.3

5.5. *Sine Wave* – источник синусоидального сигнала.

Формирует синусоидальный сигнал с заданными параметрами.

Параметры блока:

- *Amplitude* – амплитуда сигнала.
- *Bias* – постоянная составляющая сигнала.
- *Frequency* – частота сигнала.
- *Phase (rad)* – начальная фаза в радианах.

5.6. *Step* – источник ступенчатого сигнала

Формирует ступенчатый сигнал.

Параметры блока:

- *Step time* – время наступления перепада сигнала.
- *Initial value* – начальное значение сигнала.
- *Final value* – конечное значение сигнала.



6. *Sinks* – приемники сигналов.

6.1. *Scope* – осциллограф.

Строит графики сигналов как функции времени.

Экран осциллографа открывается двойным щелчком мыши на изображении блока осциллографа.



Настройка осциллографа выполняется с помощью панели инструментов (рис. П.4).

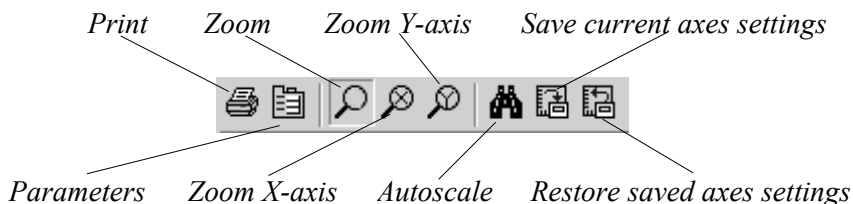


Рис. П.4

Print – печать окна осциллографа;

Parameters – вызов окна настроек параметров осциллографа, которое имеет две вкладки (рис. П.5);

Zoom – увеличение масштаба;

Zoom X-axis – увеличение масштаба по оси X;

Zoom Y-axis – увеличение масштаба по оси Y;

Autoscale – автоматическая установка масштаба;

Save current axes settings – сохранение текущих настроек окна;

Restore saved axes settings – установка ранее сохраненных настроек окна.

Параметры блока (см. рис. П.5):

- *Number of axes* – количество осей (входов) осциллографа. Число входов блока соответствует значению этого параметра.

- *Limit data points to last* – максимальное количество отображаемых точек графика. Если в процессе моделирования число точек оказывается выше максимально заданного, то начальный участок графика обрезается. Иногда приходится снимать флажок с этого параметра, чтобы увидеть весь график, особенно если установлен малый шаг интегрирования.

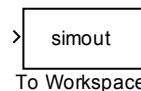
- *Save data to workspace* – сохранение результатов в рабочей области среды *MATLAB*. При выборе этого параметра станут доступными еще два параметра:

Variable name – имя сохраняемой переменной;

Format – тип сохраняемых данных.

6.2. *To Workspace* – блок передачи данных в рабочую область **MATLAB**.

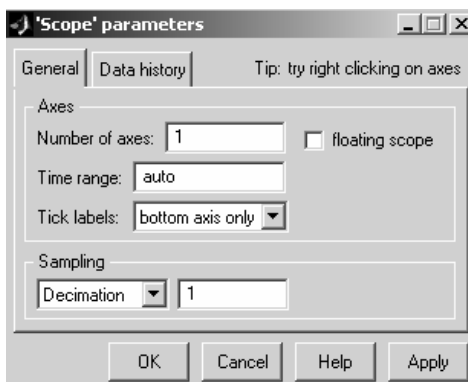
Передает данные в рабочую область системы **MATLAB**.



Параметры блока:

- *Variable name* – имя сохраняемой переменной.
- *Save format* – формат сохранения данных.

a)



б)

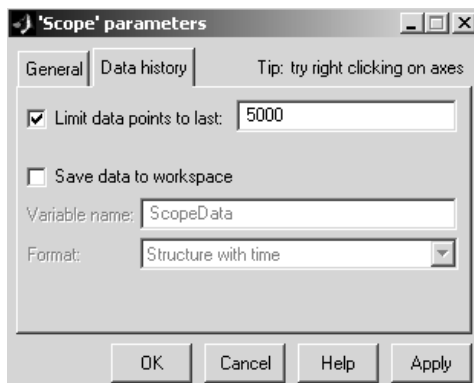


Рис. П.5

Алексей Владимирович Шапкарин
Иван Геннадьевич Кулло

Лабораторный практикум
по курсу “Теория автоматического управления”
Линейные непрерывные динамические системы

Редактор Н.Н. Антонова

Подписано в печать 31.10.2007.

Формат 60×84 1/16

Печ. л. 5,25

Уч.-изд. л. 5,25

Изд. № 3/45

Тираж 150 экз.

Заказ №

Московский инженерно-физический институт
(государственный университет).
115409, Москва, Каширское шоссе, 31
Типография издательства “Тривант”
г. Троицк Московской области