НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Факультет прикладної математики
Кафедра прикладної математики

Лабораторна робота №4
із дисципліни «Чисельні методи»
Варіант №17

Виконав:
студент групи КМ-02
Савченко С.В

Керівник:
доцент Андрусенко О. М.

Київ – 2022

ЗМІСТ

МЕТА РОБОТИ 3
ОПИС МЕТОДУ 3
ОСНОВНА ЧАСТИНА 5

МЕТА РОБОТИ

Ознайомлення з наближеним розв’язанням задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем

ОПИС МЕТОДУ

Загальні положення

Розглянемо чисельний розв’язок задачі Коші:

$$y' = f(x, y), y(x_0) = y_0. \quad (1)$$

Потрібно визначити наближені значення $y_i = y(x_i), (i = \overline{1, n})$ в точках $x_i = x_0 + i \cdot h$, де $h = x_i - x_{i-1} = const$ – крок сітки.

Метод Ейлера

Класичний метод Ейлера заснований на запису (1) у формі кінцевих різниць:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f(x, y), \qquad \Delta y = y(x + h) - y(x), \Delta x = h.$$

Тоді наближені значення $y_i = y(x_i)$ обчислюються послідовно за формулами:

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i) \ \ (i = \overline{0, n}).$$

Це і є класична формула метода Ейлера.

Метод Рунге-Кутта

Методи Ейлера можна розглядати як частинні випадки методів Рунге-Кутта.

Згідно цього методу розв’язок задачі Коші (1) можна представити у вигляді:

$$
\begin{cases}
y_{i+1} = y_i + \dfrac{1}{6}\left(k_1^i + 2k_2^i + 2k_3^i + \ k_4^i\right); \\
k_1^i = f(x_i, y_i) \cdot h; \\
k_2^i = f\left(x_i + \dfrac{h}{2}, y_i + \dfrac{k_1^i}{2}\right) \cdot h; \\
k_3^i = f\left(x_i + \dfrac{h}{2}, y_i + \dfrac{k_2^i}{2}\right) \cdot h; \\
k_4^i = f\left(x_i + \dfrac{h}{2}, y_i + k_3^i\right) \cdot h;
\end{cases}
$$

Це розрахункові формули Рунге-Кутта *четвертого* порядку.

ОСНОВНА ЧАСТИНА

Згідно з варіантом №17 задача Коші (1) має вигляд:

$$y' = \frac{(0.4x + 0.3y)(1 - xy)}{-x - 0.2y}, x_0 = 0, x_n = 1, h = 0.1 \;\; y(0) = 1.05$$

$$n = 10$$

Метод Ейлера

$$y_1 = y_0 + h \cdot f(x_0, y_0) = 0.9; \quad \text{при } x_1 = x_0 + h = 0.1;$$

$$y_2 = y_1 + h \cdot f(x_1, y_1) = 0.799; \quad \text{при } x_2 = x_0 + 2h = 0.2;$$

$$y_3 = y_2 + h \cdot f(x_2, y_2) = 0.725; \quad \text{при } x_3 = x_0 + 3h = 0.3;$$

$$y_4 = y_3 + h \cdot f(x_3, y_3) = 0.665; \quad \text{при } x_4 = x_0 + 4h = 0.4;$$

$$y_5 = y_4 + h \cdot f(x_4, y_4) = 0.616; \quad \text{при } x_5 = x_0 + 5h = 0.5;$$

$$y_6 = y_5 + h \cdot f(x_5, y_5) = 0.573; \quad \text{при } x_6 = x_0 + 6h = 0.6;$$

$$y_7 = y_6 + h \cdot f(x_6, y_6) = 0.535; \quad \text{при } x_7 = x_0 + 7h = 0.7;$$

$$y_8 = y_7 + h \cdot f(x_7, y_7) = 0.501; \quad \text{при } x_8 = x_0 + 8h = 0.8;$$

$$y_9 = y_8 + h \cdot f(x_8, y_8) = 0.47; \quad \text{при } x_9 = x_0 + 9h = 0.9;$$

$$y_{10} = y_9 + h \cdot f(x_9, y_9) = 0.441; \quad \text{при } x_{10} = x_0 + 10h = 1.$$

Метод Рунге-Кутта

$y_0 = 1.05;\quad k_0^1 = -0.15;\ k_0^2 = -0.121;\ k_0^3 = -0.121;\ k_0^4 = -0.121;$

$y_1 = 0.924;\quad k_1^1 = -0.101;\ k_1^2 = -0.086;\ k_1^3 = -0.086;\ k_1^4 = -0.086;$

$y_2 = 0.835;\quad k_2^1 = -0.075;\ k_2^2 = -0.066;\ k_2^3 = -0.066;\ k_2^4 = -0.066;$

$y_3 = 0.768;\quad k_3^1 = -0.059;\ k_3^2 = -0.054;\ k_3^3 = -0.054;\ k_3^4 = -0.054;$

$y_4 = 0.713;\quad k_4^1 = -0.049;\ k_4^2 = -0.045;\ k_4^3 = -0.045;\ k_4^4 = -0.045;$

$y_5 = 0.667;\quad k_5^1 = -0.042;\ k_5^2 = -0.039;\ k_5^3 = -0.039;\ k_5^4 = -0.04;$

$y_6 = 0.627;\quad k_6^1 = -0.037;\ k_6^2 = -0.035;\ k_6^3 = -0.035;\ k_6^4 = -0.035;$

$y_7 = 0.592;\quad k_7^1 = -0.033;\ k_7^2 = -0.031;\ k_7^3 = -0.031;\ k_7^4 = -0.031;$

$y_8 = 0.56;\quad k_8^1 = -0.03;\ k_8^2 = -0.028;\ k_8^3 = -0.028;\ k_8^4 = -0.029;$

$y_9 = 0.532;\quad k_9^1 = -0.027;\ k_9^2 = -0.026;\ k_9^3 = -0.026;\ k_9^4 = -0.026;$

$$y_{10} = 0.506.$$