# Жесткие системы ОДУ

# Вариант 13.4

Экогенетическая модель

Рассмотрим пример системы уравнений, которая описывает изменения численности популяций двух видов и эволюцию некого генетического признака $\alpha$. Система ОДУ имеет вид:

$$\dot{x} = x(1 - 0.5x - \frac{2}{7\alpha^2}y),$$
$$\dot{y} = y(2\alpha - 3.5\alpha^2 x - 0.5y),$$
$$\dot{\alpha} = \varepsilon(2 - 7\alpha x).$$

Параметры задачи таковы: $\varepsilon \leq 0.01$, $0 < x(0) < 1$, $y(0) = 1.7$, $\alpha(0) = 1$, конечное время интегрирования $T_k = 3000$. Наличие малого параметра в третьем уравнении системы показывает, что генетический признак меняется медленнее, чем численность популяций. Решение системы — релаксационные колебания.

Для численного решения используются ФДН-методы:

$k = 2$: $\frac{3}{2}y_{n+1} - 2y_n + \frac{1}{2}y_{n-1} = hf_{n+1}$,

$k = 3$: $\frac{11}{6}y_{n+1} - 3y_n + \frac{3}{2}y_{n-1} - \frac{1}{3}y_{n-2} = hf_{n+1}$,

$k = 4$: $\frac{25}{12}y_{n+1} - 4y_n + 3y_{n-1} - \frac{4}{3}y_{n-2} + \frac{1}{4}y_{n-3} = hf_{n+1}$,

причем значения в недостающих точках доопределяются с помощью метода Рунге-Кутты (таблица 2).

Сравнить полученные численные результаты с результатами вычислений по однократно диагональным неявным методам Рунге-Кутты с двумя стадиями (второго порядка аппроксимации, асимптотически устойчивому, таблица 1 и третьего порядка аппроксимации, Таблица 2)

Таблица 1.

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ | $0$ |
| $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ | $-\sqrt{2}$ | $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ |
| | $1/2$ | $1/2$ |

Таблица 2.

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{3+\sqrt{3}}{6}$ | $\frac{3+\sqrt{3}}{6}$ | $0$ |
| $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ | $\frac{3-2\sqrt{3}}{6}$ | $\frac{3+\sqrt{3}}{6}$ |
| | $1/2$ | $1/2$ |

Построить функции устойчивости всех используемых численных методов