

Домашнее задание №2
по математической статистике
группа: ИУ7-65Б
Мирзоян Сергей

Задача №1.

Дано:

Для исследования стабильности температуры в термостате с кварцевым генератором были проведены две серии замеров температуры (в $^{\circ}\text{C}$) с интервалом в 15 часов:

$$\vec{X} = (17.85, 17.98, 18.01, 18.2, 17.9, 18.0)$$

$$\vec{Y} = (18.01, 17.98, 18.05, 17.9, 18.0)$$

Считая распределение контролируемого признака нормальным со средним квадратичным отклонением $\sigma = 0.1^{\circ}\text{C}$, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о неизменности температуры в термостате.

Решение:

По условию

$$X \sim N(m_1, \sigma_1^2)$$

$$Y \sim N(m_2, \sigma_2^2)$$

$$\text{, где } \sigma_1 = \sigma_2 = 0.1,$$

$m_1 = M_X, m_2 = M_Y$ —
— неизвестны

Введем гипотезу:

$$H_0 = \{\text{температура не изменилась}\} = \{m_1 = m_2\}$$

Выборочные средние: $\bar{X} = 17.99$

$$\bar{Y} = 17.988$$

Конкурирующая гипотеза:

$$H_1 = \{\text{температура уменьшилась}\} = \{m_1 > m_2\}$$

$$T(\bar{X}, \bar{Y}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}, \text{ где } n_1, n_2 - \text{размеры выборок}$$

$T(\bar{X}, \bar{Y}) \sim N(0, 1)$ - при истинной гипотезе H_0 .

Критическое множество:

$$W = \{(\bar{X}, \bar{Y}) : T(\bar{X}, \bar{Y}) \geq u_{1-\alpha}\},$$

где $u_{1-\alpha}$ - квантиль нормального распределения уровня $1-\alpha = 0.95$.

$$T(\bar{X}, \bar{Y}) = \frac{17.99 - 17.988}{\sqrt{\frac{0.01}{6} + \frac{0.01}{5}}} = \frac{0.002}{0.06} \approx 0.04 \quad (\text{при } u_{0.95} = 1.65)$$

$0.04 \neq 1.65 \Rightarrow (\bar{X}, \bar{Y}) \notin W \Rightarrow$ принимаем H_0 ,
отвергаем H_1 .

Ответ: Температура в термостате не
изменилась.