

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. ПЕТРА ВЕЛИКОГО

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ
КАФЕДРА "ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА"

ОТЧЁТ
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
"МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА"

ВЫПОЛНИЛ СТУДЕНТ:
ШАРАПОВ СЕРГЕЙ АНДРЕЕВИЧ
ГРУППА: 3630102/70401

ПРОВЕРИЛ:
К.Ф.-М.Н., ДОЦЕНТ
БАЖЕНОВ АЛЕКСАНДР НИКОЛАЕВИЧ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2020 год

Содержание

1. Список таблиц	3
2. Постановка задачи	4
3. Теория.....	4
4. Реализация.....	4
5. Результаты	5
6. Выводы	5
7. Литература	5
8. Приложения	5

1 Список таблиц

1	Доверительные интервалы для параметров нормального распределения .	5
2	Доверительные интервалы для параметров произвольного распределения. Асимптотический подход	5

2 Постановка задачи

Для двух выборок 20 и 100 элементов, сгенерированных согласно нормальному закону $N(x, 0, 1)$, для параметров масштаба и положения построить асимптотически нормальные интервальные оценки на основе точечных оценок метода максимального правдоподобия и классические интервальные оценки на основе статистик χ^2 и Стьюдента. В качестве параметра надёжности взять $\gamma = 0.95$.

3 Теория

Доверительным интервалом или интервальной оценкой числовой характеристики или параметра распределения θ с доверительной вероятностью γ называется интервал со случайными границами (θ_1, θ_2) , содержащий параметр θ с вероятностью γ .

Функция распределения Стьюдента:

$$T = \sqrt{n-1} \frac{\bar{x} - \mu}{\delta} \quad (1)$$

Функция плотности распределения χ^2 :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0 \end{cases} \quad (2)$$

Интервальные оценки для нормального распределения математического ожидания:

$$P = \left(\bar{x} - \frac{\sigma t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}{\sqrt{n-1}} < \mu < \bar{x} + \frac{\sigma t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}{\sqrt{n-1}} \right) = \gamma, \quad (3)$$

где $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ – квантиль распределения Стьюдента порядка $1 - \frac{\alpha}{2}$. стандартного отклонения:

$$P = \left(\frac{\sigma \sqrt{n}}{\sqrt{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}} < \sigma < \frac{\sigma \sqrt{n}}{\sqrt{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}} \right) = \gamma, \quad (4)$$

где $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$, $\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2$ – квантили распределения Стьюдента порядков $1 - \frac{\alpha}{2}$ и $\frac{\alpha}{2}$ соответственно.

Асимптотическая интервальная оценка для произвольного распределения при большой выборке

математического ожидания:

$$P = \left(\bar{x} - \frac{\sigma u_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \frac{\sigma u_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \right) = \gamma, \quad (5)$$

стандартного отклонения:

$$P = (s(1+U)^{-1/2} < \sigma < s(1-U)^{-1/2}) = \gamma, \quad (6)$$

где $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ – квантиль нормального распределения $N(x, 0, 1)$ порядка $1 - \frac{\alpha}{2}$, $U = u_{1-\alpha/2} \sqrt{(e+2)/n}$, $e = m_4/s^4 - 3$

4 Реализация

Работы была выполнена на языке *Python3.8.2* Для генерации выборок и обработки функции распределения использовалась библиотека *scipy.stats*.

5 Результаты

Таблица 1: Доверительные интервалы для параметров нормального распределения

	m	σ
$n = 20$	$[-0.7367, -0.0098]$	$[0.5906, 1.1343]$
$n = 100$	$[-0.0307, 0.356]$	$[0.8555, 1.1319]$

Таблица 2: Доверительные интервалы для параметров произвольного распределения. Асимптотический подход

	m	σ
$n = 20$	$[-0.705, -0.0415]$	$[0.6199, 1.0608]$
$n = 100$	$[-0.0273, 0.3527]$	$[0.8668, 1.1201]$

6 Выводы

Качество оценок растёт с увеличением объёма выборки, оба метода показывают схожие точности оценки, но у асимптотического подхода очевидно преимущество в применимости к выборке из произвольного распределения.

7 Литература

[Модуль numpy](#)

[Модуль matplotlib](#)

[Модуль scipy](#)

Шевляков Г. Л. Лекции по математической статистике, 2019.

8 Приложения

[Код лабораторной](#)