Санкт-Петербургский Политехнический

Университет

Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра «Прикладная математика»

Отчет по лабораторной работе №2:

«Решение транспортной задачи методом потенциалов»

Выполнили студенты:

Салихов С.

Мальцов Д.

Шарапов С.

Группа: 3630102/70401

Проверил:

к. ф.-м. н. Родионова Е.А.

Санкт-Петербург  
2020.

Оглавление

[1. Постановка задачи 2](#_Toc39106890)

[1.1 Постановка транспортной задачи 2](#_Toc39106891)

[2. Исследование применимости 2](#_Toc39106892)

[3. Алгоритм метода 2](#_Toc39106893)

[3.1 Алгоритм метода Северо-западного угла 3](#_Toc39106894)

[3.2 Алгоритм метода потенциалов 3](#_Toc39106895)

[4. Результаты 3](#_Toc39106896)

[4.1 Решение задачи симплекс методом и сравнение результатов 4](#_Toc39106897)

[5. Решение Транспортной задачи с усложнением (рейтинг потребителей) 4](#_Toc39106898)

[5.1 Решение 4](#_Toc39106899)

# 1. Постановка задачи

Решить транспортную задачу методом потенциалов с выбором начального приближения методом Северо-Западного угла.

## Постановка транспортной задачи

Некоторый груз сосредоточен у m поставщиков в объемах . Данный груз необходимо доставить n потребителям в объемах . Известны - стоимости перевозки единицы груза от каждого i-го поставщика каждому j-му потребителю. Требуется составить такой план перевозок, при котором запасы всех потребителей полностью удовлетворены и суммарные затраты на перевозку всех грузов минимальны.

Исходные данные задачи могут быть представлены в виде вектора запасов поставщиков , вектора запросов потребителей и матрицы стоимостей .

Формализация.

Пусть – объем груза перевозимого из i-го пункта в j-ый.

Необходимо .

# 2. Исследование применимости

Условие применимости: , то есть задача должна быть закрытого типа. При избытке груза у поставщиков привести задачу к закрытому типу можно введением фиктивного потребителя. При этом стоимость доставки до него от любого поставщика надо принять нулевой, а потребность установить равной .

# 3. Алгоритм метода

Прежде чем искать решение задачи, нужно построить начальный опорный план. Опишем метод Северо-Западного угла.

## 3.1 Алгоритм метода Северо-западного угла

1. Алгоритм начинается с левого столбца верхней строки. В эту ячейку записывается – максимальный объем, который позволяет запас поставщика и спрос потребителя. Если , то вычеркиваем оставшиеся клетки 1-ой строки, . Если , то вычеркиваем оставшиеся клетки 1-ой столбца, .

2. Переход к следующей свободной северо-западной клетке.

3. Считаем значение в текущей клетке .

4. Если , то вычеркиваем оставшиеся клетки i-ой строки, . Если , то вычеркиваем оставшиеся клетки j-ого столбца, .

5. Алгоритм завершается, когда и . Иначе переходим к шагу 2.

6. Проверка числа заполненных клеток.

Если число заполненных ячеек меньше m + n – 1, то опорный план является вырожденным. В этом случае надо добавить клетку со значением

Если число заполненных ячеек равно m + n – 1, то опорный план является невырожденным.

## 3.2 Алгоритм метода потенциалов

Пусть задача приведена к закрытой и построен невырожденный начальный опорный план.

1. Построить систему потенциалов, соответствующих опорному решению. Для этого решить систему уравнений при . Для того чтобы найти частное решение системы, одному из потенциалов задать произвольно некоторое значение (например, нуль). Остальные потенциалы находятся по равенствам из системы.
2. Далее проверяется условие оптимальности для свободных клеток таблицы. Для этого вычисляют оценки для всех свободных клеток по формулам . Если для всех клеток выполняется это условие, то решение оптимальное, в противном случае следует переход к следующему допустимому решению(пункт 3).
3. Построение цикла перераспределения поставок.

Начальная вершина для цикла берется наименьшее отрицательное значение . Цикл пересчета представляет собой замкнутую ломаную линию, которая соединяет начальную вершину и занятые ячейки таблицы по следующим правилам:

1. Все вершины, кроме начальной, находятся в занятых ячейках таблицы.
2. В каждой вершине цикла звенья ломанной находятся под прямым углом.
3. Три последовательные вершины не могут находиться в одной и той же строке или одном и том же столбце.
4. Линия может пересекать саму себя, при этом точка пересечения не включается в цикл.
5. Перераспределение поставок.

Начальной ячейке цикла присваивается знак «+», следующей по циклу — знак «-», следующей ячейке цикла — опять «+» и так далее. Находиться минимальная поставка по отмеченным знаком «-» вершинам цикла. Это значение вычитается из вершин цикла, которые помечены знаком «-» и прибавляется к вершинам цикла, которые помечены знаком «+». Далее к пункту 1.

# 4. Результаты

Дано задачи:

Матрица стоимостей доставки: , количества грузов в пунктах: , потребности: .

Значение функции цели: 174. Оно достигается при .

## 4.1 Решение задачи симплекс методом и сравнение результатов

Для решения задачи симплекс методом, ее надо сначала привести к нужному виду. Пусть – матрица перевозок. Функция цели . Запишем систему ограничений ,

Запишем эту систему в матричном виде: . Можно заметить, что если сложить первые m строк с последними n строк, то получатся две одинаковые строки. Значит уравнения линейно зависимы и можно вычеркнуть одно лишнее.

Решение было получено: [ 2, 7, 0, 0, 1, 0, 0, 2, 1, 0, 0, 1, 0, 7, 0, 0, 0, 0, 0, 10]. Оно совпадает с результатом, полученным методом потенциалов.

# 5. Решение Транспортной задачи с усложнением (рейтинг потребителей)

В случае если в пунктах хранения недостаточно груза для распределения по потребителям, недопоставки должны распределятся по потребителям с наименьшим рейтингом.

В начале считается количество груза, которого не хватает. После вводится фиктивный поставщик, которому присваивается количество груза, которого не хватило. Далее в цикле, начиная с потребителя с самым худшим рейтингом, распределяем фиктивный груз. Стоимости доставки от фиктивного поставщика до потребителей, которым достался фиктивный груз, делаются нулевыми, а до остальных потребителей – бесконечно большими.

Таким образом задача сведена к закрытому типу.

## 5.1 Решение

Дана матрица стоимостей: , количества грузов в пунктах: , потребности: , рейтинг потребителей: .

Видим, что запасы груза не достаточно для потребителей (28 < 31). Вводим фиктивного поставщика с запасом 3. Тогда . Распределим этот груз между потребителями с плохим рейтингом. Худший рейтинг у первого по счету потребителя, значит определяем ему 2 единицы груза. Следующий потребитель с рейтингом 4 под номером 3. Ему записываем остаток нераспределенного фиктивного груза. Итого ,

. Далее методом северо-западного угла находим начальный план(не забыв учесть уже выставленные значения):

, при котором функция цели принимает значение 178. После работы алгоритма метода потенциалов получается ответ , а значение функции цели – 171.