Содержание

Введение

Лекция 1. Предварительные сведения.

1.1 Введение в математическую логику.

1.1.1 Алгебра высказываний.

Понятие **высказывания** является первоначальным и не определяется. Можно лишь пояснить, что **высказыванием** мы будем называть любое повествовательное предложение, про которое определенно можно сказать, истинно оно или ложно. Высказывание может быть записано как на естественном языке, так и с помощью «специального» языка (например, математического).

Пример 1. «Простых чисел бесконечно много» — верное высказывание. «$2+2=5$» — неверное высказывание. Фраза «математическая логика — это скучно» высказыванием не является. «$x^2+5x-6 \geqslant 0$» также не является высказыванием.

Значением истинности или **индикаторным значением** высказывания P будем называть число, равное 1 в случае истинности P и равное 0, когда P ложно.

В естественном языке можно образовать новые высказывания при помощи связок «не», «и», «или», «если ..., то ...». При помощи значений истинности можно корректно определить высказывания, соответствующие этим связкам.

Отрицание высказывания P — высказывание, истинное если и только если P ложно. Отрицание высказывания P обозначают $\neg P$ или $\overline{P}$. При этом $\overline{P}$ читается как «не P».

Конъюнкция двух высказываний P и Q — высказывание, обозначаемое через $P \wedge Q$, истинное тогда и только тогда, когда истинны оба высказывания P и Q. $P \wedge Q$ читается как «P и Q».

Дизъюнкция двух высказываний P и Q — высказывание, обозначаемое через $P \vee Q$, истинное тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из высказываний P и Q. $P \vee Q$ читается как «P или Q».

Импликацией высказываний P и Q будем называть высказывание ложное только тогда, когда P истинно, а Q ложно. Импликацию обозначают как $P \implies Q$. Читается это как «из P следует Q» или «P влечет Q».

Как уже было сказано, можно определить данные выше понятие с помощью значений истинности, записав следующую таблицу, которую обычно называют **таблицей истинности**.

P	Q	$\overline{P}$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \implies Q$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1

1.2 Понятие множества. Операции над множествами.

Понятие «множество» входит в базовый словарь современной математики. Однако дать строгое определение этому понятию вовсе не так просто. В то же время каждый из нас интуитивно понимает, что **множество** – это некоторая *совокупность* каких-то объектов. Важно при этом также понимать, что данное выше «определение» вовсе таковым не является, поскольку значение слова «совокупность» (ровно как и «множество») так и не было определено.

На данном этапе нам будет удобно оставить понятие множества неопределяемым (или, как говорят, остаться в рамках наивной теории множеств). Позднее мы строго формализуем это понятие, рассмотрев аксиоматический подход к теории множеств.

Слова «класс», «набор», «совокупность», «семейство» будут использоваться как синонимы к слову «множество».

Пример 2. Примерами множеств могут служить множество студентов в аудитории, множество букв русского алфавита, множество страниц в книге. Как правило, множества мы будем обозначать заглавными латинскими буквами.

Рассмотрим способы задания множеств.

1. *Перечисление.* Чтобы задать множество, нужно попросту указать все элементы, которые ему принадлежат. Например, можно задать множество букв английского алфавита M следующим образом

$$M = \{a, b, c, d, e, \dots, x, y, z\}.$$

Список литературы