

Лабораторная работа 4. Задача 2

Вариант 23. Метод с возвратом при неудачном шаге

Условие задания

Склад оптовой торговли отпускает 5 видов товаров. Известны потребности V_i , издержки заказывания K_i , издержки содержания s_i , расход складской площади на единицу товара f_i , а также величина складской площади торгового зала F . Хотя бы одна единица товара каждого вида должна храниться на складе. Требуется определить оптимальные партии поставок при ограничении на максимальный уровень запаса при условии, что все пять видов продукции поступают на склад от разных поставщиков (раздельная оптимизация). 1) Решить указанным в задании методом. Выводить промежуточные результаты вычислений (координаты точки и значения функции в точке, полученные на каждой итерации). Выписать полученный ответ.

Формула издержек (L)

$$L(q) = \left(\frac{120 * 48000}{q_1} + \frac{200 * q_1}{2} \right) + \left(\frac{160 * 22400}{q_2} + \frac{280 * q_2}{2} \right) + \left(\frac{130 * 6400}{q_3} + \frac{260 * q_3}{2} \right) + \left(\frac{140 * 8600}{q_4} + \frac{200 * q_4}{2} \right) + \left(\frac{110 * 2460}{q_5} + \frac{250 * q_5}{2} \right)$$

Алгоритм метода с возвратом при неудачном шаге

1. Задать начальную точку x^0 , коэффициент скатия $0 < \beta < 1$, M - максимальное число неудачно выполненных испытаний на текущей итерации, t_0 - начальную величину шага, R - минимальную величину шага, N - максимальное число итераций. Положить $k = 0$, $j = 1$.
2. Получить случайный вектор $\xi^j = (\xi_1^j, \dots, \xi_n^j)^T$, где ξ_i^j - случайная величина, равномерно распределенная на интервале $[-1, 1]$.
3. Вычислить $y^j = x^k + t_k \frac{\xi^j}{\|\xi^j\|}$.
4. Проверить выполнение условий:
 - если $f(y^j) < f(x^k)$, шаг удачный. Положить $x^{k+1} = y^j$, $t_{k+1} = t_k$, $k = k + 1$ и проверить условие окончания. Если $k < N$, положить $j = 1$ и перейти к шагу 2. Если $k = N$, поиск завершить: $x^* \cong x^k$;
 - если $f(y^j) \geq f(x^k)$, шаг неудачный и перейти к шагу 5.
5. Оценить число неудачных шагов из текущей точки:
 - если $j < M$, следует положить $j = j + 1$ и перейти к шагу 2;
 - если $j = M$, проверить условие окончания:
 - если $t_k \leq R$, процесс закончить: $x^* \cong x^k$, $f(x^*) \cong f(x^k)$;
 - $t_k > R$, положить $t_k = \beta t_k$, $j = 1$ и перейти к шагу 2.

Начальные значения

- $N = 200$
- $\beta = 0.5$
- $M = 10$
- $t_0 = 10$
- $R = 0.1$
- $x^0 = [1, 1, 1, 1, 1]$

Алгоритм решения

```
In [1]: import pandas as np
import numpy as pd
```

```
In [2]: df = pd.read_excel("Задание2.xlsx", header=None, names=['v', 'k', 's'], usecols='B:D', skiprows=1, nrows=5)
df.head()
```

```
Out[2]:
```

	v	k	s
0	48000	120	200
1	22400	160	280
2	6400	130	260
3	8600	140	200
4	2460	110	250

```
In [3]: import task2_lib as lib
```

```
In [4]: def generate_func(df):
def L(q: np.ndarray):
def f(v: kv, s: q):
return k * v / q + 0.5 * s * q
return np.sum(np.vectorize(f)(df['v'], df['k'], df['s'], q))
L_func = generate_func(df)
```

```
In [ ]: q = np.array([1, 1, 1, 1, 1], dtype=np.float64)
func_min_finder = lib.FuncMin(L_func)
q = func_min_finder.return_on_an_unsuccessful_step(q, N=200)
```

Результат:

```
In [9]: print("q =", lib.get_str_cords(q))
print("L =", L_func(q))
```

```
q = [x0 = 239.93888913795735,x1 = 159.95894034358054,x2 = 79.99146659440059,x3 = 109.70798380025687,x4 = 46.510191812891765]
L = 147177.24378656517
```

Приложение 1 (исходный код алгоритма метода из task2_lib.py)

```
from random import uniform
import numpy as np
import pandas as pd

class Cords(np.ndarray):
def __str__(self) -> str:
cords_str_list = [f"x{i} = {self._getitem__(i)}" for i in range(self.size)]
return '[' + ', '.join(cords_str_list) + ']'

def get_str_cords(cords):
cords_str_list = [f"x{i} = {cords[i]}" for i in range(len(cords))]
return '[' + ', '.join(cords_str_list) + ']'

class FuncMinFinder:
print_tries = False

def __init__(self, func) -> None:
self.func = func

def return_on_an_unsuccessful_step(self, x0: np.ndarray, beta=0.5, M=10, t0=10, R=0.1, N=10) -> np.ndarray:
cords_num = len(x0)

k = 0
j = 1
xk = x0
tk = t0
is_k_reached_N = False
while not is_k_reached_N:
print(f"Итерация {k}")
f_xk = self.func(xk)
print(f"x\tf(x{k}): {f_xk}")
print(f"x\tt{k}: {tk}\n")
while True:
if self.print_tries:
print(f"x\ttОкончк {j}")
y = 0
while True:
rand_vec = np.array([uniform(-1, 1) for _ in range(cords_num)])
vec_norm = np.linalg.norm(rand_vec, ord=2)
y = np.ndarray + xk + tk * (rand_vec / vec_norm)
if ((y > 0).all()):
break
if self.print_tries:
print(f"x\tt{y}: {get_str_cords(y)}")
f_y = self.func(y)
if self.print_tries:
print(f"x\tt{f(y)}: {f_y}")
is_new_f_less = f_y < f_xk
inequality_symb = '<' if is_new_f_less else '>='
if self.print_tries:
print(f"x\tt{f(y)} {inequality_symb} f(x{k}) {f_xk} {inequality_symb} {f_xk}")
if (is_new_f_less):
xk = y
k += 1
is_k_reached_N = k == N
j = 1
break
if j < M:
j += 1
continue
if self.print_tries:
print("\n\tt{M}")
if tk == R:
if self.print_tries:
print(f"x\tt{k} <= R (tk <= R)")
print("\tОстановка процесса оптимизации.")
is_k_reached_N = True
break
tk *= beta
if self.print_tries:
print(f"x\tt{k} = t{k} * beta = {tk}")
print(f"x\ttНачало новых попыток итерации {k}.\n")
j = 1

print(f"x_min = {get_str_cords(xk)}")
print(f"f_min = {f_xk}")
return xk
```

Приложение 2 (полный вывод результатов каждой итерации алгоритма)

Итерация 0 x0: [x0 = 1.0,x1 = 1.0,x2 = 1.0,x3 = 1.0,x4 = 1.0] f(x0): 11651195.0 t0: 10

Итерация 1 x1: [x0 = 5.111143462690093,x1 = 5.06585284226297,x2 = 8.385087312107914,x3 = 3.738970245614306,x4 = 3.1277413227700381] f(x1): 2345283.801943963 t1: 10

Итерация 2 x2: [x0 = 12.36404387416391,x1 = 3.54928052333948,x2 = 13.463810254476064,x3 = 2.005627030990853,x4 = 7.16482075700339] f(x2): 2180103.039246074 t2: 10

Итерация 3 x3: [x0 = 19.4869149763687,x1 = 8.609294594182604,x2 = 13.47249597571642,x3 = 6.46169752367297,x4 = 9.115288772676712] f(x3): 996338.8073670467 t3: 10

Итерация 4 x4: [x0 = 18.2961456455491,x1 = 15.132843454186936,x2 = 20.857215073382942,x3 = 5.351300034691135,x4 = 10.165406681496957] f(x4): 844381.0441380995 t4: 10

Итерация 5 x5: [x0 = 23.705250024447446,x1 = 19.621608973577725,x2 = 16.090385804150042,x3 = 6.889513902871991,x4 = 4.687699798511528] f(x5): 718315.9021219147 t5: 10

Итерация 6 x6: [x0 = 29.96160126378821,x1 = 16.83095576038035,x2 = 9.022544262173458,x3 = 8.254135321034464,x4 = 5.80740875010383] f(x6): 697939.1865702815 t6: 10

Итерация 7 x7: [x0 = 25.13919407236004,x1 = 19.38372112372684,x2 = 11.680492046631505,x3 = 12.749813385394342,x4 = 12.361184012995452] f(x7): 611141.6801673885 t7: 10

Итерация 8 x8: [x0 = 32.42543797820194,x1 = 22.177833865495092,x2 = 14.625539087033186,x3 = 18.219797738036405,x4 = 11.6473543116364] f(x8): 496969.2662141787 t8: 10

Итерация 9 x9: [x0 = 35.87696024122815,x1 = 26.863101497619162,x2 = 10.202810210797776,x3 = 23.789898433245206,x4 = 15.9205874706065005] f(x9): 453739.09050718334 t9: 10

Итерация 10 x10: [x0 = 40.88934697640908,x1 = 29.08679230738685,x2 = 16.51436066850527,x3 = 27.244751204130522,x4 = 20.618740541877262] f(x10): 387391.569779589 t10: 10

Итерация 11 x11: [x0 = 44.34655140918893,x1 = 34.37827481280605,x2 = 22.4618848433207,x3 = 25.94637020217685,x4 = 25.41343692106917] f(x11): 346168.7803018772 t11: 10

Итерация 12 x12: [x0 = 50.5334211789553,x1 = 38.25751392544934,x2 = 19.092884036352604,x3 = 31.65636042549692,x4 = 27.062676615934553] f(x12): 318713.74019446824 t12: 10

Итерация 13 x13: [x0 = 55.89861156769488,x1 = 44.39418226575974,x2 = 18.718086784065175,x3 = 30.371175249253142,x4 = 21.42673366774497] f(x13): 300449.7857938705 t13: 10

Итерация 14 x14: [x0 = 59.58563714407624,x1 = 50.50394965683714,x2 = 19.318172146271525,x3 = 36.61576107447744,x4 = 28.03769632031357] f(x14): 288153.7469280258 t14: 10

Итерация 15 x15: [x0 = 68.57713622060099,x1 = 54.65973658508565,x2 = 29.779971198109937,x3 = 24.8043225596231,x4 = 25.157595128466586] f(x17): 250809.2292321818 t17: 10

Итерация 18 x18: [x0 = 71.05137612761939,x1 = 61.3124315844454,x2 = 30.966219604867813,x3 = 31.703608914433243,x4 = 25.205307470147396] f(x18): 241138.88398078937 t18: 10

Итерация 19 x19: [x0 = 67.32834914783818,x1 = 63.97588770182986,x2 = 32.34053987927295,x3 = 40.202382723066634,x4 = 27.425027987000295] f(x19): 234455.68768336897 t19: 10

Итерация 20 x20: [x0 = 70.23601069615742,x1 = 58.690569978873796,x2 = 33.84918476285675,x3 = 39.25447869441748,x4 = 35.19911246400074] f(x20): 233980.223846932 t20: 10

Итерация 21 x21: [x0 = 65.9209540706792,x1 = 66.87839489614807,x2 = 36.011401035356954,x3 = 42.330926118582056,x4 = 34.75178539181458] f(x21): 229513.80440944733 t21: 10

Итерация 22 x22: [x0 = 72.88698830335657,x1 = 61.2730267828085,x2 = 35.666396593301386,x3 = 42.98844010988862,x4 = 39.16798995199338] f(x22): 225460.65503105219 t22: 10

Итерация 23 x23: [x0 = 76.84804326324517,x1 = 58.384013221051426,x2 = 38.70069740568063,x3 = 50.02429569732179,x4 = 43.32171105220631] f(x23): 219459.9959032323 t23: 10

Итерация 24 x24: [x0 = 75.99558320556633,x1 = 64.48765171165623,x2 = 42.26652710316681,x3 = 48.55528272426804,x4 = 48.55254037490323] f(x24): 212299.23192597379 t24: 10

Итерация 25 x25: [x0 = 78.80385977128873,x1 = 70.7311200219126,x2 = 41.182216223164325,x3 = 59.627867503599006,x4 = 53.820934308090955] f(x25): 205013.04613547702 t25: 10

Итерация 26 x26: [x0 = 74.88226767372502,x1 = 76.47588405327437,x2 = 43.475077073934024,x3 = 64.24526940234306,x4 = 58.82505165971057] f(x26): 203887.62499058257 t26: 10

Итерация 27 x27: [x0 = 79.36591368813623,x1 = 76.6307470941665,x2 = 40.90668057784025,x3 = 63.45713035935569,x4 = 67.34875001540755] f(x27): 201419.8484578466 t27: 10

Итерация 28 x28: [x0 = 85.86431348447479,x1 = 71.72442558973552,x2 = 35.64743910039509,x3 = 64.8718678084786,x4 = 69.3450668927348] f(x28): 201270.52647441765 t28: 10

Итерация 29 x29: [x0 = 87.23501613979079,x1 = 77.76487870825983,x2 = 37.48889011152475,x3 = 58.425746179287465,x4 = 73.43051887952264] f(x29): 198107.41601661933 t29: 10

Итерация 30 x30: [x0 = 84.18467749763715,x1 = 82.80981736032037,x2 = 43.98853824079356,x3 = 56.49578683130859,x4 = 77.82071924806749] f(x30): 196510.98012928435 t30: 10

Итерация 31 x31: [x0 = 90.854841569964,x1 = 78.2812989896087,x2 = 46.120874083478434,x3 = 60.3624166341675,x4 = 74.17226610554886] f(x31): 192101.1031757276 t31: 10

Итерация 32 x32: [x0 = 94.7648902250504,x1 = 84.3401756989358,x2 = 46.366341136886476,x3 = 63.70070678539153,x4 = 80.38122396119878] f(x32): 187217.14562465736 t32: 10

Итерация 33 x33: [x0 = 98.20491017614754,x1 = 90.15096846535381,x2 = 43.36528413654081,x3 = 57.75133936384078,x4 = 83.54331863437586] f(x33): 185978.46254288175 t33: 10

Итерация 34 x34: [x0 = 100.07151076447545,x1 = 95.4612378549397,x2 = 47.07221963231662,x3 = 63.977631461757035,x4 = 87.51934140894637] f(x34): 181517.60133222016 t34: 10

Итерация 35 x35: [x0 = 105.18157297217435,x1 = 100.74994494256597,x2 = 43.36357308442786,x3 = 58.909790851476515,x4 = 84.97418740703453] f(x35): 179917.88620585817 t35: 10

Итерация 36 x36: [x0 = 102.29619495306005,x1 = 107.34717797809594,x2 = 41.96090582083926,x3 = 60.07570439275863,x4 = 78.2791765348587] f(x36): 179525.9048555937 t36: 10

Итерация 37 x37: [x0 = 105.33988339404695,x1 = 111.7632642891004,x2 = 36.353843302087675,x3 = 64.82946786569383,x4 = 82.42607194671571] f(x37): 179181.88379436848 t37: 10

Итерация 38 x38: [x0 = 112.07048784593454,x1 = 111.53397933162042,x2 = 41.530196703239956,x3 = 66.9756895730098,x4 = 77.6051057218397] f(x38): 173645.89217148718 t38: 10

Итерация 39 x39: [x0 = 111.04324463125708,x1 = 105.11920789276716,x2 = 47.64769961071199,x3 = 65.23375827443168,x4 = 73.44166389241292] f(x39): 173287.85876291678 t39: 10

Итерация 40 x40: [x0 = 115.28843321292855,x1 = 100.58956016954775,x2 = 51.267988798000225,x3 = 63.54384059316946,x4 = 66.69641742986312] f(x40): 171792.43161174082 t40: 10

Итерация 41 x41: [x0 = 121.394216331509109,x1 = 99.97888516503033,x2 = 48.37967102891506,x3 = 67.98565466306015,x4 = 60.841983475075894] f(x41): 169480.43486924074 t41: 10

Итерация 42 x42: [x0 = 122.00459626274323,x1 = 107.84847314930502,x2 = 52.34417791071061,x3 = 66.80819678698768,x4 = 56.3039940225003] f(x42): 166988.54404421386 t42: 10

Итерация 43 x43: [x0 = 124.77639371099485,x1 = 106.88232477587076,x2 = 48.30283741997357,x3 = 72.0823682012327,x4 = 63.17672660347169] f(x43): 166731.6417317573 t43: 10

Итерация 44 x44: [x0 = 130.87602802726335,x1 = 111.53297240947123,x2 = 44.83075082642933,x3 = 74.22208739963803,x4 = 68.12972107498004] f(x44): 165365.8622685202 t44: 10

Итерация 45 x45: [x0 = 137.1773662859728,x1 = 111.8685320381783,x2 = 42.541493741440995,x3 = 69.20790476904091,x4 = 62.602482085798854] f(x45): 164971.98570195312 t45: 10

Итерация 46 x46: [x0 = 131.02587084005702,x1 = 111.92706670126401,x2 = 46.614526028051365,x3 = 73.6479138005259,x4 = 57.4462252313293] f(x46): 164266.52881363983 t46: 10

Итерация 47 x47: [x0 = 137.01149404328754,x1 = 106.59606119054208,x2 = 47.675680655429254,x3 = 77.76215957633656,x4 = 53.23913268818037] f(x47): 162933.1498411918 t47: 10

Итерация 48 x48: [x0 = 135.74918366948646,x1 = 106.1270431773149,x2 = 49.77168194026895,x3 = 85.61880049535327,x4 = 47.57639774108784] f(x48): 162080.35192512537 t48: 10

Итерация 49 x49: [x0 = 134.68250549107128,x1 = 113.49664791163295,x2 = 47.36860606495261,x3 = 83.32873812259363,x4 = 53.367076869858536] f(x49): 161948.445200055 t49: 10

Итерация 50 x50: [x0 = 136.9152935492052,x1 = 115.23398522494853,x2 = 46.870509122589795,x3 = 91.86473855734192,x4 = 49.02139941275224] f(x50): 160780.6431066656 t50: 10

Итерация 51 x51: [x0 = 140.86931897609284,x1 = 115.93391060612636,x2 = 55.30902126538023,x3 = 88.8923838031059,x4 = 50.97905307829609] f(x51): 158467.88110966615 t51: 10

Итерация 52 x52: [x0 = 147.56558909300488,x1 = 115.42910703855433,x2 = 54.4949133188150526,x3 = 93.10058020600465,x4 = 46.50062669777686] f(x52): 156597.19605077174 t52: 10

Итерация 53 x53: [x0 = 150.495621915404,x1 = 118.84592010701818,x2 = 63.955668512188545,x3 = 89.01748534591724,x4 = 53.039767297575] f(x53): 155600.4556435212 t53: 10

Итерация 54 x54: [x0 = 156.11857297217435,x1 = 118.90915524457007,x2 = 70.16671575997458,x3 = 91.23902145781143,x4 = 48.05317606548388] f(x54): 154231.8949274954 t54: 10

Итерация 55 x55: [x0 = 162.34052121759598,x1 = 115.7389709256245,x2 = 71.4193424675948,x3 = 84.40499660507366,x4 = 48.79627050704871] f(x55): 154215.053405448 t55: 10

Итерация 56 x56: [x0 = 163.0992206413886,x1 = 123.11429512459924,x2 = 73.39241748797541,x3 = 83.09428159847913,x4 = 42.9671937485448] f(x56): 153318.0656410802 t56: 10

Итерация 57 x57: [x0 = 167.87959866908147,x1 = 116.4593831165949,x2 = 77.46659885656558,x3 = 87.1252587504782,x4 = 43.1033506447884] f(x57): 153185.53218879257 t57: 10

Итерация 58 x58: [x0 = 170.68625930317,x1 = 113.02607083717753,x2 = 73.44811514979045,x3 = 93.71843363556845,x4 = 47.65459359132866] f(x58): 153077.900561077432 t58: 10

Итерация 59 x59: [x0 = 176.41579208621584,x1 = 116.39271090729163,x2 = 69.02003839270779,x3 = 99.30247435767654,x4 = 49.90155023833537] f(x59): 152121.2689222734 t59: 10

Итерация 60 x60: [x0 = 174.4309212266222,x1 = 124.91485926915892,x2 = 68.43781484418452,x3 = 97.31640135652442,x4 = 54.27759922602945] f(x60): 151572.15516201847 t60: 10

Итерация 61 x61: [x0 = 175.49514620829143,x1 = 128.921237375568,x2 = 75.36633243325147,x3 = 95.07629627783642,x4 = 48.81921722976414] f(x61): 150873.3079387119 t61: 10