Феськов Сергей, гр. 051003, Лаб. раб. 2, Вар. 23

ЗАДАНИЕ 1 (В. 23)

1. $n = 2$ – кол-во видов продукции

$П_i$, $i = \overline{1,n}$ – виды продукции

x_j, $j = \overline{1,n}$ – кол-во произведённой продукции опред. вида ($П_j$)

$X = (x_1, \ldots, x_n) = (x_1, x_2)$

$z(x)$ – ф-ция прибыли

c_j, $j = \overline{1,n}$ – прибыль от единицы продукции вида $П_j$

$z(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2$

Мат. модель задачи:

$z(x) = 50x_1 + 65x_2 \to max$

$$\begin{cases} 1{,}5x_1 + 2x_2 \le 450 \\ 3x_1 + 2x_2 \le 600 \quad \text{– ограничения ресурсов} \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

2. y_i, $i = \overline{1,m} = \{1,2\}$ – перем. двойств. задачи; теневая цена (оценка) единицы сырья опред. вида

$m = 2$ – кол-во видов сырья

$f(y)$ – ф-ция суммарной оценки ресурсов

b_i, $i = \overline{1,m}$ – объём опред. вида сырья на продажу

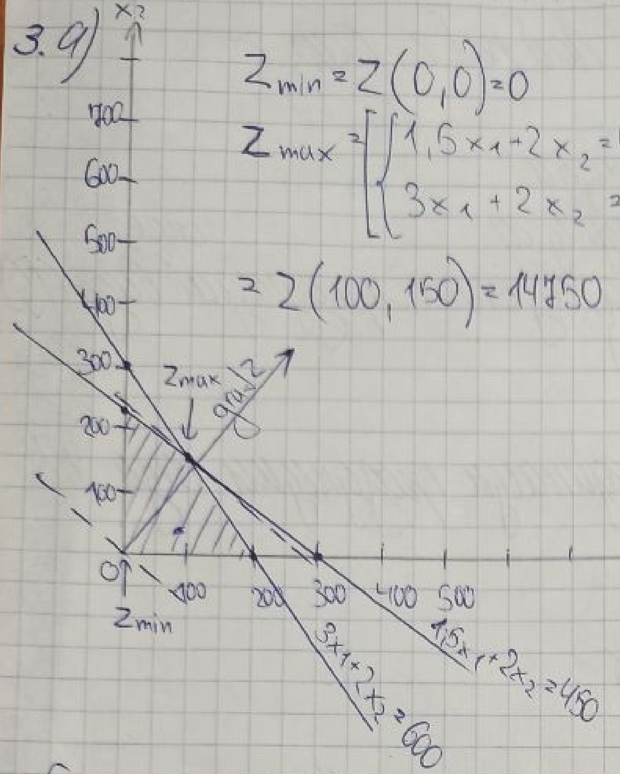
$f(y) = b_1 y_1 + b_2 y_2$

Мат. модель задачи:

$f(y) = 450y_1 + 600y_2 \to min$

$$\begin{cases} 1{,}5y_1 + 3y_2 \ge 50 \\ 2y_1 + 2y_2 \ge 65 \\ y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0 \end{cases}$$

3.а)



$Z_{min} = Z(0,0) = 0$

$$Z_{max} = \left[\begin{cases} 1{,}5x_1 + 2x_2 = 450 \\ 3x_1 + 2x_2 = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 100 \\ x_2 = 150 \end{cases}\right] = Z(100, 150) = 14750$$

$$\text{grad}Z = (50, 65) = \frac{1}{4}(200, 260) = \frac{1}{5}(250, 325)$$

б)

$$\max z = 50x_1 + 65x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

$$\begin{cases} 1{,}5x_1 + 2x_2 + x_3 = 450 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_4 = 600 \\ x_j \geq 0, \ j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Номер итерации	БП	$C_б$	b	x_1	x_2	x_3	x_4	Симплекс. отнош.
				50	65	0	0	
0	x_3	0	450	1,5	2	1	0	450/2 = 225
	x_4	0	600	3	2	0	1	600/2 = 300
	Оценки		Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	
			0	-50	-65	0	0	
1	x_2	65	225	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	0	$225/\frac{3}{4} = 300$
	x_4	0	150	$\frac{3}{2}$	0	-1	1	$150/\frac{3}{2} = 100$
	Оценки		Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	
			14625	-1,25	0	32,5	0	
2	x_2	65	150	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	
	x_1	50	100	1	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	

$X^1 = (0; 225; 0; 150)$

	Оценки	Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4
		14750	0	0	31,7	0,83

$X(\cancel{100}\,0, 150, 90)$

$Y\{(0;0;31{,}7;0{,}83)\}$

$(31{,}7; 0{,}83; \cancel{0}\,c; 0)$

Т.о. $Z_{max} = 14750 = Z(100, 150, 0, 0)$.

4.

а) И $П_1$, и $П_2$ вошли в опт. план, т.к. их оконч. знач. не равны нулю.

б) Оба ресурса дефицитны, т.к. их теневая цена положительна. Полез. пл. в большей мере (тен. цена – 31,67), рабочее время – в меньшей (тен. цена – 0,83)

в) $y_1 = 31{,}67$, $y_2 = 0{,}83$

$(0, 150, 0\ 0)$

$(\cancel{0, 0, C_1, C_2})$

$f_{min} = 14749{,}5 \approx Z_{max}$

г) $y_1 \geq y_2 \Rightarrow$ полез. пл. – самый дефицит. ресурс

д) Полез. площ.: $(450 - 150; 450 + 150)$

Рабочее время: $(600 - 150; 600 + 300)$

5. —

6. Пусть P_i – ресурс номер i, тогда $\Delta_1 Z(P_i) = y_i$

Т.е. $\Delta_1 Z(P_1) = y_1 = 31{,}67$

$\Delta_1 Z(P_2) = y_2 = 0{,}83$

$A_3 = \left(0; \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \Delta X_1 = 0; \Delta X_2 = \frac{2}{3}$

$A_4 = \left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \Delta X_1 = -\frac{1}{2}; \Delta X_2 = \frac{2}{3}$

150

ЗАДАНИЕ 2 (В.23)

1. $m = 4$ – кол-во поставщиков

$n = 4$ – кол-во получателей

a_i, $i = \overline{1,m}$ – объём грузов у i-го поставщика

b_j, $j = \overline{1,n}$ – объём спроса j-ым получателем

c_{ij} – стоимость перевозки 1 груза из пункта i в пункт j

x_{ij} – кол-во груза, перевозимого из пункта i в j.

Т.о мат. модель: $Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to min$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i & (i=\overline{1,m}) \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j & (j=\overline{1,n}) \\ x_{ij} \ge 0 \end{cases}$$

2а)

a_i \ b_j	25	50	75 (25)	50
25	1 (25)	1 –	3 –	4 –
50	4 –	2 (50)	4 –	2 –
50	8 –	9 –	5 (50)	6 –
50	6 –	7 –	8 –	5 (50)

~~$Z = 25 + 100 + 250 + 250 = 625$~~

~~10~~

в явном виде

$$Z = x_{11} + x_{12} + 3x_{13} + 4x_{14} + 7x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23} + 2x_{24} + 8x_{31} + 9x_{32} + 5x_{33} + 6x_{34} + 0\cdot x_{51} + 0\cdot x_{52} + 0\cdot x_{53} + 0\cdot x_{54} + 6x_{41} + 7x_{42} + 8x_{43} + 5x_{44} \to min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{4} x_{1j} = 25; & \sum_{i=1}^{5} x_{i1} = 25 \\ \sum_{j=1}^{4} x_{2j} = 50; & \sum_{i=1}^{5} x_{i2} = 50 \\ \sum_{j=1}^{4} x_{3j} = 50; & \sum_{i=1}^{5} x_{i3} = 75 \\ \sum_{j=1}^{4} x_{4j} = 50; & \sum_{i=1}^{5} x_{i4} = 50; \quad x_{ij} \ge 0 \ (i=\overline{1,5};\ j=\overline{1,4}) \\ \sum_{j=1}^{4} x_{5j} = 25; \end{cases}$$

2.а)

a_i \ b_j	25	50	75	50
25	1 (25)	1 (0)	3 –	4 –
50	7 –	2 (50)	4 (0) –	2 (0)
50	8 –	9 –	5 (50)	6 (0) –
50	6 –	7 –	8 –	5 (50)
25	0 –	0 –	0 (25)	0 (0)

$\Rightarrow$

				u_i
1 (25)	1 (0)	3 (0)	4	0
7	2 (50)	4	2 (0)	−1
8	9	5 (50)	6	2
6	7	8	5 (50)	2
0	0 (0)	0 (25)	0 (0)	−3
1	3	3	3	v_j \ u_i

ТВИАС

				u_i
1 25	1 0	3	4	0
7	2 50	4	2 0	1
8	9	5 50	6	4
6	7	8	5 50	4
0	0	0 25	0 0	-1
1	1	1	1	v_j

$\Rightarrow$ Все оценки для небазисных перем. ~~больше~~ неотрицательны $\Rightarrow$ решение оптимально.

$Z = 25 \cdot 1 + 50 \cdot 2 + 50 \cdot 5 + 50 \cdot 5 = 625.$