

Лаговский Б.А.¹, Чикина А.Г.² ©

¹Профессор, д.т.н.; ²студент, кафедра «Прикладная математика»,

Московский государственный институт радиотехники электроники и информатики
(Технический университет)

ФОРМИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ СО СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕМ НА ОСНОВЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Аннотация

Теоретически обоснован новый метод обработки сигналов цифровыми антенными решётками (ЦАР) позволяющий получить изображение исследуемого объекта с повышенным угловым разрешением. Метод основан на приближённом численном решении интегрального уравнения Фредгольма первого рода типа свёртки с использованием предварительной информации об области расположения объекта. Метод проверен в ходе численных экспериментов на математической модели.

Ключевые слова: сверхразрешение, цифровые антенные решётки, устойчивость решения обратной задачи.

Keywords: angular superresolution, inverse problem, smart antenna array.

1. Введение. Постановка задачи

В настоящее время актуальной является обратная задача восстановления изображения исследуемого объекта с угловой разрешающей способностью, превышающей критерий Рэлея [1,2]. Задача сводится к решению интегрального уравнению Фредгольма типа свёртки:

$$U(\alpha) = \int_{\Omega} f(\alpha - \phi) I(\phi) d\phi \quad (1)$$

где Ω - угловая область расположения источника, $I(\alpha)$ – искомое распределение амплитуды излучаемого источником (или отражённого) сигнала, равное 0 вне области Ω , $f(\alpha)$ – диаграмма направленности (ДН) системы измерения, $U(\alpha)$ – сигнал на выходе приёмника при сканировании.

Использование алгебраических методов [3-6] позволяет получать устойчивые решения (1) со сверхразрешением. Эти методы основаны на представлении источника в виде разложения по системам ортогональных в заданной области функций $g(\alpha)$ с неизвестными коэффициентами b_j :

$$I(\alpha) \equiv \sum_{j=1}^M b_j g_j(\alpha),$$

и проведении дальнейшей параметризации задачи.

Для повышения степени сверхразрешения необходимо повысить устойчивость получаемых решений [1, 4, 6].

Хорошо известно, что устойчивость обратных задач значительно возрастает при использовании априорной информации о решении.

Такой информацией, в частности, могут быть данные об области расположения источника сигналов Ω . Эти данные используются для построения ортогональной в Ω системы функций $g(\alpha)$.

Уменьшение размеров области Ω позволяет, используя то же число функций, получить большее угловое разрешение. При этом, однако, устойчивость решений несколько снижается, что показывает анализ чисел обусловленности.

Покажем, что информация о границах области расположения источника Ω может использоваться и по-другому.

Рассмотрим такую возможность на примере антенной решётки. Пусть в секторе обзора ЦАР находится объект с конечными угловыми размерами.

Задача состоит в восстановлении распределения $I(\alpha)$ с максимально возможным угловым разрешением на основе анализа суммарного сигнала $U(\alpha)$ и сигналов, принимаемых каждым элементом ЦАР:

$$U_n(\alpha) = F(\alpha) J_n \exp(-ikdn\alpha) \int_{\Omega} \exp(-ikdn\phi) I(\phi) d\phi$$

где $F(\alpha)$ - ДН каждого излучателя, предполагаемые одинаковыми, d – расстояние между соседними излучателями, J_n – комплексный ток на n -том излучателе, $n = -M, -M+1 \dots M$.

2. Метод решения

Для упрощения выражений считаем: - амплитуды токов всех излучателей АР равными, - область Ω одномерной $[-\varphi_1, \varphi_2]$, - ДН – узкой, так что в пределах ширины луча $\theta_{0.5}$ можно положить $\sin\alpha \approx \alpha$, - значения ДН отдельных излучателей в области $\theta_{0.5}$ мало изменяющимися и заменяем их константой. Тогда вместо (1) получим:

$$U(\alpha) = \sum_{n=-M}^M C_n \exp(-ikdn\alpha), C_n = \int \exp(ikdn\alpha) I(\alpha) d\alpha \quad (2)$$

Обобщение полученных в дальнейшем выражений на общий случай принципиальных сложностей не вызывает.

Увеличим область интегрирования Ω до $[-\lambda/d, \lambda/d]$. В этой области все экспоненты под знаком интеграла в (2) оказываются ортогональны. Тогда значения интегралов представляют собой коэффициенты разложения функции $I(\alpha)$ в ряд Фурье на выбранном интервале. Выражение для $U(\alpha)$ также является суммой $2M + 1$ членов ряда Фурье с коэффициентами C_n .

Таким образом, с точностью до константы h , первые $2M + 1$ членов разложения искомой функции $I(\alpha)$ в ряд Фурье на интервале $[-\lambda/d; \lambda/d]$. т.е. - C_n - повторяют форму кривой $U(\alpha)$.

$$I(\alpha) = h \sum_{n=-M}^M C_n \exp(-ikdn\alpha) + \left(\sum_{-\infty}^{-M-1} + \sum_{M+1}^{\infty} \right) b_n \exp(-ikdn\alpha)$$

Остальные коэффициенты разложения функции $I(\alpha)$ в ряд Фурье, т.е. b_n определить из (2) принципиально невозможно, т.к. все экспоненты ортогональны.

Набор коэффициентов C_n определяет угловое разрешение, соответствующее критерию Рэлея, а коэффициенты b_n , если их удастся каким-либо образом найти, позволят получить угловое разрешение, превышающее критерий Рэлея.

Для поиска приближённых значений коэффициентов b_n , при $n = \pm(M + 1), \pm(M + 2) \dots$ может быть использована априори заданная информация о решении. В рассматриваемой задаче это заданное равное 0 распределение амплитуды излучаемого источником сигнала вне зоны Ω

$$I(\alpha) = 0, \alpha \in [-\lambda/d; -\varphi_1] \cup [\varphi_2; \lambda/d]. \quad (3)$$

Тогда в двусвязанной области (3) получим:

$$-h \sum_{n=-M}^M C_n \exp(-ikdn\alpha) = \left(\sum_{-\infty}^{-M-1} + \sum_{M+1}^{\infty} \right) b_n \exp(-ikdn\alpha) \quad (4)$$

Правая часть выражения (4) представляет собой разложение в ряд Фурье в двусвязанной области (3) функции, приведённой в левой части (4), но без первых $2M + 1$ членов.

Выбрав конечное число коэффициентов b_m , $m = \pm (M+1) \dots \pm Q$ из суммы бесконечного ряда (4), на основе различных критериев получим системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для поиска b_m . Например, на основе минимизации среднеквадратичного отклонения правой части (4) от левой.

Существенно, что размеры рассматриваемой области (4) многократно превосходят размеры области источника Ω . Например, если источник расположен в пределах $\theta_{0,5}$, то область (4) оказывается в $2M + 1$ раз больше. Чем меньше размер области расположения источника $\Omega = [-\varphi_1; \varphi_2]$ по сравнению со всей областью $[-\lambda/d; \lambda/d]$, тем точнее оказываются найденные значения коэффициентов b_m .

3. Результаты численных экспериментов

Количественные характеристики превышения критерия Рэлея исследовались на математической модели. Рассматривалась ДН, образованная линейной ЦАР длиной $30 d/\lambda$ с равномерным возбуждением.

Вначале задавался объект в виде распределения интенсивности $I(\alpha)$, и находился принимаемый ЦАР сигнал. На следующем этапе моделирования решалась обратная задача - восстановление распределения $I(\alpha)$ посредством решения СЛАУ, полученной на основе описанного метода цифровой обработки данных измерений. Решения искались со всё большим разрешением, т.е. при последовательном увеличении числа определяемых коэффициентов b_n в (4).

На Рис.1 приведены результаты восстановления изображения.

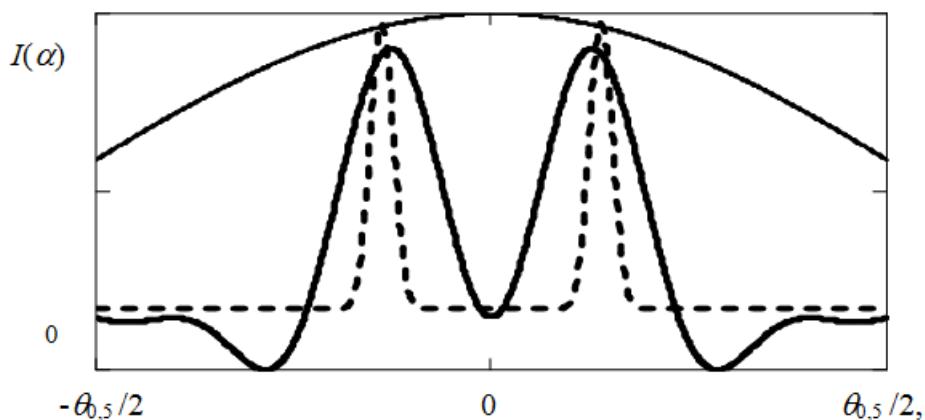


Рис. 1. Результаты восстановления источника сигналов

Штриховая кривая – заданный источник $I(\alpha)$, верхняя сплошная кривая – принимаемый при сканировании сигнал $U(\alpha)$, нижняя сплошная кривая – восстановленный источник

Итоговое приближённое решение позволило восстановить изображение источника с хорошим качеством: - решение устойчиво, - достигнутое угловое разрешение составило $0,3\theta_{0,5}$, - положение максимумов найдено практически без смещения, - амплитуды ложных источников невелики.

Без предложенной обработки сигнала эти источники разрешаются по Рэлею на расстоянии $1,4\theta_{0,5}$, т.е. критерий Рэлея превышен почти в 5 раз. При дальнейшем сближении источников качество изображения ухудшается, но не так быстро, как в методах [3.4.6], поскольку одновременно увеличивается используемая для построения решения область (4).

Заключение. Из результатов исследований следует, что предлагаемый метод обработки сигналов ЦАР, базирующийся на априорной информации о решении, позволяет восстанавливать изображения объектов с угловым сверхразрешением, превышающим критерий Рэлея в 3-6 раз. Использование предлагаемого алгоритма обработки данных при проектировании новых систем позволяет упростить технические решения и снизить их

стоимость.

Литература

1. Quinquis A., Radoi E., Totir F.C. - Some radar imagery results using superresolution techniques // IEEE Trans. Antennas and Propagation. - 2004. Vol. 52. № 5. P. 1230-1244.
2. Lagovsky B.A. - Superresolution: Data Mining. - Progress In Electromagnetics Research Symposium // PIERS Proceedings - 2012. – p. 1309 – 1312.
3. Лаговский Б.А. - Сверхразрешение на основе синтеза апертуры цифровыми антенными решетками // Антенны. - 2013. № 6, - С. 9 -16.
4. Lagovsky B.A., Samokhin A.B. Image Restoration of Two-dimensional Signal Sources with Superresolution //Progress In Electromagnetics Research Symposium Proceedings. Stockholm. PIERS Proceedings 2013. –p. 315-319.
5. Лаговский Б.А. - Восстановление изображения групповой цели цифровыми антенными решетками // Антенны. = 2011. № 2(165).- С. 40 -46.
6. Лаговский Б.А., Самохин А.Б. Устойчивость алгебраических методов восстановления изображений источников с повышенным угловым разрешением // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2011, № 4, т.16. С. 6-12.
7. Лаговский Б.А., Самохин А.Б., Самохина А.С. - Формирование изображений радиолокационных целей со сверхразрешением алгебраическими методами // Успехи современной радиоэлектроники. – 2014, № 8, - с. 23-27.