

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/353109581>

Algorithms for Digital Processing of Measurement Data Providing Angular Superresolution

Article in Mekhanika Avtomatzatsiya Upravlenie · July 2021

DOI: 10.17587/mau.22.349-356

CITATIONS
0

READS
44

2 authors:



Boris Lagovsky
Russian Technological University MIREA

43 PUBLICATIONS 98 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Evgeny Rubinovich
Institute of Control Sciences

56 PUBLICATIONS 470 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Increase the volume and quality of information obtained from radar, radio navigation, remote sensing based on new mining techniques and digital data processing
[View project](#)



Superresolution in Signal Processing Using A Priori Information [View project](#)



ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 22
2021
№ 7

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:
ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:
БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.
ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.
ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН
ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН
КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН
КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН
СИГОВ А. С., акад. РАН
СОЙФЕР В. А., акад. РАН
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН
ЩЕРБАТИОК А. Ф., чл.-корр. РАН
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:
DORANTES D. J., PhD, Турция
GROUMPOS P. P., PhD, Греция
ISIDORI A., PhD, Италия
KATALINIC B., PhD, Австрия
LIN CH.-Y., PhD, Тайвань
MASON O. J., PhD, Ирландия
ORTEGA R. S., PhD, Франция
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США
STRZELECKI R. M., PhD, Польша
SUBUDHI B. D., PhD, Индия
АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан
ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина
БОБЦОВ А. А., д.т.н.
БУКОВ В. Н., д.т.н.
ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.
ЖУКОВ И. А., д.т.н.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.
ЛОХИН В. М., д.т.н.
МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.
ПУТОВ В. В., д.т.н.
ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.
РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д.п.н.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.
ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.
ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:
АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Сухинин Б. В., Сурков В. В., Филимонов Н. Б. Феномен Фуллера в задачах аналитического конструирования оптимальных регуляторов 339

Лаговский Б. А., Рубинович Е. Я. Алгоритмы цифровой обработки данных измерений, обеспечивающие угловое сверхразрешение 349

Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Сулейманова М. Т. Алгоритмы определения вероятности рисков аварий в тоннелях по характеристикам помехи зашумленных сигналов 357

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Do Quang Thong. Synthesis of a High-Precision Missile Homing System with a Permissible Stability Margin of the Normal Acceleration Stabilization System 365

Распопов В. Я., Лихошерст В. В. Датчик угловых скоростей на базе волнового твердотельного гироскопа с металлическим резонатором для систем ориентации, стабилизации и навигации 374

Любимов В. В., Бакри И. Управляемое изменение габаритных размеров спускаемого в атмосфере Марса космического аппарата осесимметричной формы 383

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 22
2021
No. 7

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIIA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief
FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:
BOLSHAKOV A. A.
PODURAEV Yu. V.
YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:
BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:
ANSHAKOV G. P.
BOLOTNIK N. N.
CHENTSOV A. G.
CHERNOUSKO F. L.
FEDOROV I. B.
KALYAEV I. A.
KURZHANSKI A. B.
KUZNETSOV N. A.
PESHEKHONOV V. G.
REZCHIKOV A. F.
SCHERBATYUK A. F.
SEBRYAKOV G. G.
SIGOV A. S.
SOJFER V. A.
SOLOMENTSEV Yu. M.
VASSILYEV S. N.
YUSUPOV R. M.
ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:
ALIEV T. A., Azerbaijan
DORANTES D. J., PhD, Turkey
GARASCHENKO F. G., Ukraine
GROUMPOS P. P., PhD, Greece
ISIDORI A., PhD, Italy
KATALINIC B., PhD, Austria
LIN CH.-Y., PhD, Taiwan
MASON O. J., PhD, Ireland
ORTEGA R. S., PhD, France
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA
STRZELECKI R. M., PhD, Poland
SUBUDHI B. D., PhD, India
BOBTSOV A. A.
BUKOV V. N.
ERMOLOV I. L.
FILARETOV V. F.
FRADKOV V. L.
FURSOV V. A.
ILYASOV B. G.
KOROSTELEV V. F.
LEBEDEV G. N.
LOKHIN V. M.
MAGOMEDOV M. Kh.
PUTOV V. V.
PSHIKHOPOV V. Kh.
RAPOORT E. Ya.
SERGEEV S. F.
ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:
BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:
ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Sukhinin B. V., Surkov V. V., Filimonov N. B. Phenomen by Fuller in the Problems of Analytical Design of Optimal Regulators 339

- Lagovsky B. A., Rubinovich E. Ya. Algorithms for Digital Processing of Measurement Data Providing Angular Superresolution 349

- Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T. Algorithms for Determining the Probability of Risks of Accidents in Tunnels Based on the Characteristics of the Noise of Noisy Signals 357

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

- Do Quang Thong. Synthesis of a High-Precision Missile Homing System with an Permissible Stability Margin of the Normal Acceleration Stabilization System 365

- Raspopov V. Ya., Likhosherst V. V. Angular Rate Sensor Based on a Solid-State Wave Gyroscope with a Metal Resonator for Attitude Control, Stabilization and Navigation Systems 374

- Lyubimov V. V., Bakry I. Controlled Change in the Dimensions of an Axisymmetric Spacecraft Descending in the Atmosphere of Mars 383

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

Б. А. Лаговский, д-р техн. наук, проф., Robertlag@yandex.ru,
 Российский технологический университет, г. Москва,
Е. Я. Рубинович, д-р техн. наук, проф., rubinvch@ipu.ru,
 Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

Алгоритмы цифровой обработки данных измерений, обеспечивающие угловое сверхразрешение¹

Рассмотрены некорректно поставленные одно- и двумерные обратные задачи восстановления изображений объектов с угловым разрешением, превышающим критерий Рэлея. Представлены алгебраические методы и алгоритмы обработки данных, полученных измерительными системами, в целях достижения углового сверхразрешения. Угловое сверхразрешение позволяет детализировать изображения объектов, решать задачи их распознавания и идентификации. Показана эффективность использования алгоритмов на основе развитых алгебраических методов и их модификаций при параметризации исследуемых обратных задач и дальнейшем восстановлении приближенных изображений объектов различных типов. Адекватность и устойчивость решений проверена в ходе численных экспериментов на математической модели. Выяснено, что помехоустойчивость полученных решений превышает многие известные подходы. Результаты численных экспериментов подтверждают возможность получения изображений с разрешением, превосходящим критерий Рэлея в 2...6 раз при малых значениях отношения сигнал/шум. Описаны пути дальнейшего повышения степени сверхразрешения на основе интеллектуального анализа данных измерений. Найдено, что предложенный алгоритм симметризации позволяет повысить качество решений рассматриваемых обратных задач и их устойчивость. На примерах продемонстрировано успешное применение модифицированных алгебраических методов и алгоритмов получения изображений исследуемых объектов при наличии априорной информации о решении. Результаты численных исследований показывают, что представляемые методы цифровой обработки принимаемых сигналов позволяют достичь эффективной угловой разрешающей способности, в 3...10 раз превышающей критерий Рэлея, с хорошей точностью восстанавливать угловые координаты исследуемых объектов и их отдельных элементов. Минимально необходимое отношение сигнал/шум для получения адекватных решений со сверхразрешением составляет для описываемых методов 13...16 дБ, что существенно меньше, чем у известных методов. Относительная простота представленных методов позволяет использовать недорогие вычислительные устройства и работать в режиме реального времени.

Ключевые слова: угловое сверхразрешение, критерий Рэлея, устойчивость обратных задач, параметризация обратных задач, интегральное уравнение типа свертки

Введение

Важная задача усовершенствования современных углеродных систем — повышение их информативности. Одно из основных направлений ее решения — детализация изображений исследуемых объектов на основе повышения угловой разрешающей способности систем. В силу важности задачи во многих странах проблемам достижения углового сверхразрешения посвящены уже сотни публикаций. Выделим ряд статей, носящих общий характер, [1—4]. Популярными в настоящее время являются методы MUSIC [5—7], ESPRIT [8], метод деконволюции [9, 10], метод максимальной энтропии [11], метод Борджотти—Лагунаса [12], метод Кейпона [13], метод максимального правдоподобия [14] и ряд других [15].

Алгоритмы на основе упомянутых методов в основном позволяют увеличить угловое разрешение при отношении сигнал/шум (ОСШ) не ниже 20...25 дБ. Для дальнейшего увеличе-

ния разрешения в два раза требуется обеспечить увеличение отношения сигнал/шум на порядок. Быстродействие большинства алгоритмов недостаточно для работы в режиме реального времени.

Развиваемые алгебраические методы [16—18] обладают существенно более высокой помехоустойчивостью. Они достаточно просты, что позволяет использовать относительно простые и дешевые вычислительные устройства. В итоге, в отличие от многих других методов, оказывается возможным применять их в режиме реального времени.

Постановка задачи

Ставится задача восстановления изображения источника сигнала $I(\theta, \phi)$ с возможно большим уровнем сверхразрешения при меньших ОСШ, чем большинство известных методов. Известными считаются принятый сигнал $U(\theta, \phi)$ и диаграмма направленности (ДН) $f(\theta, \phi)$ измерительной системы.

Пусть в секторе обзора Ω измерительной системы находится объект с конечными угловыми

¹Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-07-00006 и РНФ в рамках научного проекта № 21-19-00128.

размерами. При сканировании на выходе приемного устройства измерительной системы получим зависимость огибающей значений принятого сигнала от угла наблюдения в виде $U(\theta, \phi)$.

Поскольку большинство измерительных систем, систем наблюдения и контроля могут быть описаны как линейные системы, то связь величин I , U и $f(\theta, \phi)$ представляет собой двумерное линейное интегральное уравнение (ИУ) Фредгольма первого рода типа свертки:

$$U(\theta, \phi) = \int_{\Omega} f(\theta - \theta', \phi - \phi') I(\theta', \phi') d\theta' d\phi'. \quad (1)$$

Поиск зависимости $I(\theta, \phi)$ является обратной задачей и относится к классу некорректных. Из трех условий корректности задач по Адамару (существование решения, единственность решения, устойчивость решения) уравнение Фредгольма (1) не удовлетворяет второму и третьему условиям.

Без обработки сигнала детали объекта в пределах ширины ДН оказываются неразличимы, и видимое изображение в этой области представляется собой единое " пятно ". Угловое разрешение по каждой из координат, обеспечиваемое при прямом наблюдении, соответствует критерию Рэлея:

$$\delta\theta \cong \lambda/D, \quad (2)$$

где D — размер апертуры; λ — длина волны.

Ширина ДН измерительных систем $\theta_{0,5}$ также описывается выражением (2). Ширина ДН определяется соотношением неопределенностей, и ее значение является фундаментальной величиной. В то же время угловое разрешение в форме (2) не носит фундаментальный характер. Таким образом, при анализе и обработке результатов прямых измерений есть возможность превысить критерий Рэлея и получить угловое сверхразрешение.

Цифровая обработка результатов измерений $U(\theta, \phi)$, направленная на превышение критерия Рэлея, приводит к появлению неустойчивостей в решениях. Неустойчивости начинают резко, обычно экспоненциально, возрастать с увеличением уровня достигаемого углового сверхразрешения. Как следствие, появляются и возрастают ошибки, приводящие в итоге к неадекватным решениям. Следует отметить, что обратные задачи, вследствие их неустойчивости, гораздо более, чем прямые, чувствительны к случайным составляющим в исследуемом сигнале $U(\theta, \phi)$.

Превышение критерия Рэлея, т. е. получение сверхразрешения, как показывают исследования, возможно, но до определенного предела, определяемого ОСШ, точностью измерений и точностью задания ДН.

Алгебраические методы решения

Алгоритмы решений обратной задачи (1) предлагается строить на основе итерационных процедур. Они заключаются в поиске решений в виде разложений по задаваемым последовательностям ортогональных функций в области расположения источника [19] при последовательном увеличении числа используемых функций. Будем называть эти методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов алгебраическими.

Искомое решение $I(\theta, \phi)$ всегда можно представить в виде разложения по полной системе ортонормированных в области расположения источника Ω функций $g_m(\theta, \phi)$ с неизвестными коэффициентами b_m :

$$I(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m g_m(\theta, \phi) \cong \sum_{m=1}^N b_m g_m(\theta, \phi). \quad (3)$$

Для упрощения получаемых выражений рассмотрим вначале одномерный случай. Тогда искомое решение $I(\theta)$ (3) выражается в виде

$$I(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m g_m(\theta) \cong \sum_{m=1}^N b_m g_m(\theta). \quad (4)$$

Используя соотношение (4), вместо ИУ (1) приходим к разложению полученного при сканировании сигнала по системе неортогональных функций $\chi_m(\theta)$:

$$U(\theta) \cong \sum_{m=1}^N b_m \chi_m(\theta), \quad (5)$$

$$\chi_m(\theta) = \int_{\Omega} f(\theta - \gamma) g_m(\gamma) d\gamma. \quad (6)$$

Все коэффициенты b_m , необходимые для получения решения (4), обычно находятся из условия минимизации среднеквадратичного отклонения правой части в соотношении (5) от заданных значений $U(\theta)$. В итоге поиск неизвестных коэффициентов b_m , формирующих вектор B , сводится к решению СЛАУ

$$V = HB, \quad (7)$$

где элементы вектора V и матрицы H представляют собой интегралы:

$$V_m = \int_{\Theta} U(\theta) \chi_m(\theta) d\theta, \quad H_{nm} = \int_{\Theta} \chi_n(\theta) \chi_m(\theta) d\theta, \quad (8)$$

$$m, n = 1, 2, \dots, N.$$

Область Θ — сектор углов, в пределах которого значение ОСШ достаточно для получения устойчивых решений.

Таким образом, поиск решения в виде (4) позволяет провести параметризацию обратной

задачи и свести ее решение к решению СЛАУ [20, 21].

Атрибутом получающихся СЛАУ является их плохая обусловленность, появляющаяся вследствие попытки решения обратной задачи.

Коэффициенты b_j в соотношении (4) можно найти и не прибегая к критерию среднеквадратичного приближения. Вместо использования непрерывной зависимости сигнала $U(\theta)$ возможно использование выборки сигнала при N значениях углов: $\theta_j \in \Theta, j = 1, 2, \dots, N$. Тогда вместо ИУ (1) приходим к СЛАУ

$$W = FB, \quad (9)$$

где W — вектор значений $U(\theta_j)$; F — матрица с элементами $F_{mj} = \chi_m(\theta_j)$.

Решения СЛАУ (9) при малом уровне шумов оказываются более устойчивыми, чем на основе (7), о чем свидетельствуют меньшие значения чисел обусловленности алгоритмов [22]. Это позволяет, в частности, при одинаковой устойчивости алгоритмов использовать в решении на основе (9) большее число функций N , повышая уровень сверхразрешения.

Сравнивая алгебраический метод с другими, следует отметить, что он потенциально позволяет получить *точное* решение обратной задачи (1), если $I(\theta)$ *точно* выражается с помощью конечного числа членов из выбранной системы функций $g_m(\theta)$. Легко доказать, что какой бы ни была зависимость $I(\theta)$, возможен выбор такой системы функций $g_m(\theta)$. Таким образом, алгебраический метод *потенциально* обеспечивает качество получаемого решения по меньшей мере не хуже, чем любой другой известный метод. Вопрос выбора оптимальной системы функций $g_m(\theta)$ для каждой конкретной задачи остается, однако, открытым.

Известно, что существенное повышение качества решений обратных задач может быть достигнуто при использовании априорной информации о решении. Наличие такой информации позволяет, в частности, использовать ее при оптимизации выбора системы функций для построения решения [23].

В качестве примера использования информации такого рода на рис. 1 показано решение задачи восстановления изображения двух близко расположенных источников сигналов. Сплошная кривая 1 — истинное распределение амплитуды отраженного объектами сигнала. В виде кривой 4 показан сигнал, полученный при сканировании области расположения источника углеродной системой с шириной луча $\theta_{0,5}$. Объекты оказались не разрешены при прямом наблюдении.

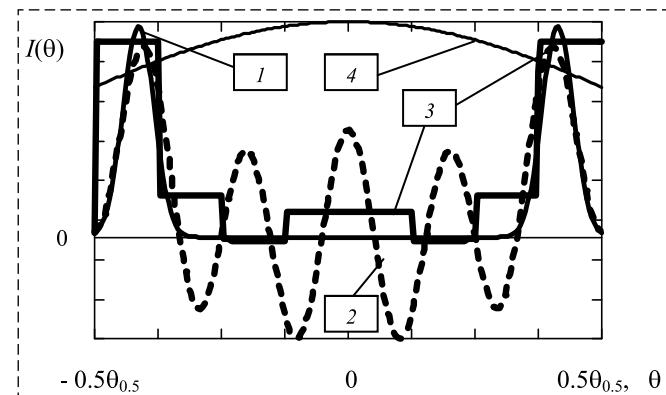


Рис. 1. Восстановление изображения источника сигнала
Fig. 1. Restoring the image of the signal source

На рис. 1 приведены два решения. В виде штриховой кривой 2 показано изображение источника, полученное на основе соотношений (4)–(8) без использования какой-либо предварительной информации о решении. В качестве системы функций $g_m(\theta)$ вначале были выбраны тригонометрические.

Полученное решение, помимо правильно найденного расположения истинного источника, содержит и ложные источники со значительными амплитудами, что существенно снижает качество восстановленного изображения.

В виде ломаной 3 на этом же рисунке приведено решение при использовании предварительной информации о наличии значительных градиентов в распределении амплитуды отражаемого сигнала. Эта информация предопределила использование ступенчатых функций в качестве системы $g_m(\theta)$.

Полученное приближенное решение на основе априорной информации позволило разрешить источники и практически точно определить их угловое положение. Амплитудные значения ложных источников оказались пренебрежимо малы. Таким образом, дополнительная информация позволила резко повысить качество решения.

Нередко в поставленных задачах априорная информация об исследуемом объекте отсутствует или ее немного. В целях получения дополнительной информации предложено использовать методы, близкие к *data mining*. Их применение позволяет выявлять "скрытые" характеристики источников сигналов. Предлагаемые для этого алгоритмы основаны на формировании итерационного процесса, при котором на каждом его шаге в качестве априорных используются данные, полученные на предыдущем шаге. Найденные промежуточные данные о решении уточняются и детализируются. Кроме того, выявляются новые характеристики источника. На следующем шаге

полученная новая информация об объекте вновь используется уже в качестве априорной. Поиск проводится при последовательном возрастании числа используемых функций $g_m(\theta)$.

На основе выявленных новых характеристик источника сигналов в ходе описываемого итерационного процесса выбираются и, при необходимости, изменяются системы используемых функций. На основе новой полученной информации возможна также селекция функций из выбранной ортогональной системы. Отбираются функции, в наибольшей степени отражающие вид зависимости $I(\theta)$. Это особенно важно, так как размерность матриц (7), (8) ограничена из-за экспоненциального роста неустойчивости решения с увеличением числа уравнений. Селекция может быть осуществлена на основе:

- выбора функций из используемого семейства с наибольшими значениями коэффициентов разложения;
- сравнения спектров сигнала и спектров функций $g_m(\theta)$;
- анализа взаимных корреляционных функций сигнала и $g_m(\theta)$.

В качестве примера применения итерационного алгоритма поиска и использования априорных данных на рис. 2 показано решение задачи восстановления изображения источника сигналов с заранее неизвестным типом распределения амплитуды отраженного сигнала.

При решении задачи на первых шагах итерационного процесса было отмечено, что распределение скорее всего носит плавно-неоднородный характер, но со значительными перепадами амплитуды сигнала. Это предопределило выбор системы функций в виде МНАТ-вейвлетов при построении решения. Далее был проведен отбор семи наиболее пригодных для решения вейвлетов на основе анализа спектрального состава принятого сигнала.

Истинное распределение амплитуды отраженного объектом сигнала показано на рис. 2

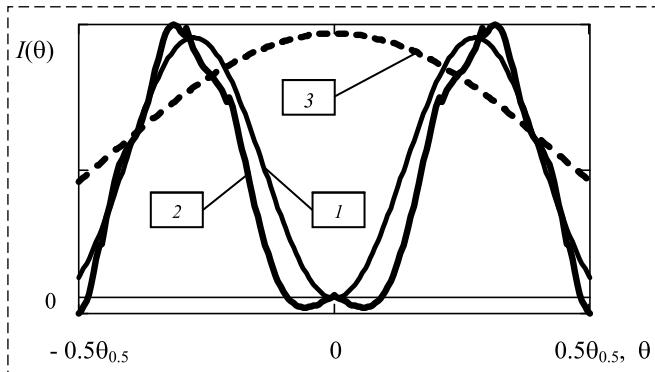


Рис. 2. Восстановление изображения плавно-неоднородного источника

Fig. 2. Image reconstruction of a smoothly inhomogeneous source

в виде тонкой кривой 1. Восстановленное изображение показано в виде сплошной жирной кривой 2. Для иллюстрации в виде штриховой кривой 3 приведен принимаемый сигнал в области расположения источника.

Превышение критерия Рэлея составило 3...4 раза, точность локализации источника сигналов около $\theta_{0,5}/12$ при незначительных искажениях.

Большинство известных методов достижения сверхразрешения предназначено для получения решения одномерных задач. Их обобщение на двумерные задачи существенно усложняет алгоритмы, повышает неустойчивость решений. Кроме того, резко повышается время обработки сигналов. Для получения удовлетворительных результатов иногда требуется использование параллельных процессоров [28]. В то же время алгебраический метод и алгоритмы на его основе могут успешно применяться к двумерным задачам.

Симметризация решений

Дальнейшее повышение сверхразрешения возможно при использовании более сложных алгоритмов обработки сигналов, использующих особенности конкретных решаемых задач [25—27]. Представим один из такого рода алгоритмов, основанный на *симметризации* обратной задачи.

Поскольку решение $I(\theta)$ всегда может быть представлено в виде суммы четной и нечетной частей

$$I(\theta) = 0,5[I_0(\theta) + I_e(\theta)],$$

где

$$\begin{aligned} I_o(\theta) &= 0,5 [I(\theta) + I(-\theta)], \\ I_e(\theta) &= 0,5 [I(\theta) - I(-\theta)], \end{aligned} \quad (10)$$

то и принятый сигнал также может быть выражен в виде суммы четной и нечетной частей:

$$\begin{aligned} U(\theta) &= 1/2[U_o(\theta) + U_e(\theta)], \\ U_o(\theta) &= \int\limits_{\Omega} f(\theta - \phi) I_o(\phi) d\phi, \\ U_e(\theta) &= \int\limits_{\Omega} f(\theta - \phi) I_e(\phi) d\phi, \end{aligned} \quad (11)$$

Тогда в силу линейности задача поиска источника $I(\theta)$ распадается на две отдельные задачи. Первая задача — поиск четной части $I(\theta)$, т.е. $I_o(\theta)$ по четной части принятого сигнала на основе системы четных функций. Вторая — поиск нечетной части решения $I_e(\theta)$ по $U_e(\theta)$ на основе нечетных функций.

Общим решением всей задачи является суперпозиция четного и нечетного решений. Если при решении каждой из задач удается получить устойчивое решение при использовании N функций, то итоговое суммарное решение содержит $2N$ функций. При прямом поиске распределения $I(\theta)$ в виде разложения по $2N$ функциям, т. е. без выделения четной и нечетной частей сигнала, приходится решать одну плохо обусловленную СЛАУ вдвое большей размерности. Получить решение в этом случае удается далеко не всегда, так как неустойчивости экспоненциально возрастают с ростом размерности СЛАУ.

Таким образом, симметризация задачи потенциально позволяет удвоить эффективное разрешение без снижения устойчивости решения.

На рис. 3 показано решение задачи восстановления изображения двух близко расположенных источников на основе симметризации задачи.

Были заданы два малоразмерных источника с различающимися в два раза амплитудами. Без обработки сигнала при прямом наблюдении эти источники разрешаются при расстоянии между ними не менее $2,54\theta_{0,5}$.

Задача решалась при наличии случайных составляющих в исходном сигнале. ОСШ составляло 16 дБ. Обычная обработка сигнала на основе формул (4)–(8) не позволила разрешить источники. Была проведена симметризация задачи. В качестве систем функций использовались ступенчатые функции.

Полученные результаты представлены на рис. 3: 1 — исходные точечные источники сигнала; 2 — решение на основе симметризации и получаемой в ходе итерационного процесса дополнительной информации о локализации источников; 3, 4 — четная и нечетная части принимаемого сигнала, полученные при его симметризации.

Обработка сигнала с помощью алгоритма симметризации позволила значительно повы-

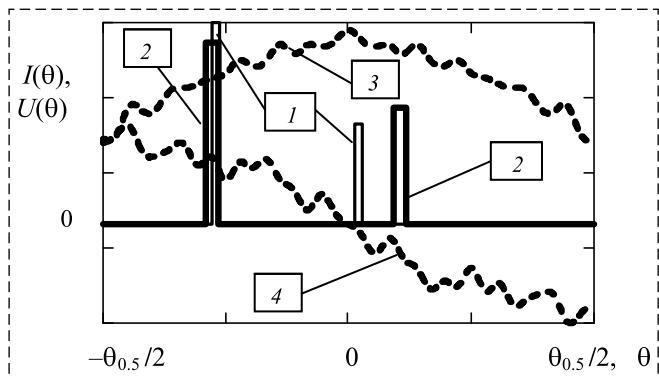


Рис. 3. Решение на основе симметризации задачи
Fig. 3. Solution based on the symmetrization of the problem

сить устойчивость решения и добиться превышения критерия Рэлея на порядок при относительно высоком уровне шума.

Алгоритм симметризации задач успешно работает, если исходная зависимость $U(\theta)$ не является симметричной, антисимметричной или близкой к ним. В противном случае амплитудные значения либо четной, либо нечетной части полезного сигнала $U(\theta)$ значительно снижаются, что резко уменьшает ОСШ, и адекватное решение задачи не может быть получено [23].

Проведение симметризации эффективно также и для двумерных задач. Для этого введем понятие двойной четности: если функция четна по θ и ϕ , то назовем ее четно-четной, если четна по θ и нечетна по ϕ , назовем ее четно-нечетной и т. д. Далее представим принятый сигнал U и решение I в виде суммы четырех составляющих различной четности вида U_{oo} , U_{eo} , U_{oe} и U_{ee} .

$$\begin{aligned} U_{oo}(\theta, \phi) &= 0,25(U(\theta, \phi) + U(-\theta, \phi) + \\ &\quad + U(\theta, -\phi) + U(-\theta, -\phi)); \\ U_{eo}(\theta, \phi) &= 0,25(U(\theta, \phi) - U(-\theta, \phi) + \\ &\quad + U(\theta, -\phi) - U(-\theta, -\phi)); \\ U_{oe}(\theta, \phi) &= 0,25(U(\theta, \phi) + U(-\theta, \phi) - \\ &\quad - U(\theta, -\phi) - U(-\theta, -\phi)); \\ U_{ee}(\theta, \phi) &= 0,25(U(\theta, \phi) - U(-\theta, \phi) - \\ &\quad - U(\theta, -\phi) + U(-\theta, -\phi)). \end{aligned} \quad (12)$$

Для представления решения теперь требуется четыре системы функций различной четности, например, в прямоугольной системе координат (θ, ϕ) на основе четырех произведений тригонометрических функций:

$$\begin{aligned} g_{oo,m}(\theta, \phi) &= \cos(\Delta_\theta m) \cos(\Delta_\phi m); \\ g_{eo,m}(\theta, \phi) &= \sin(\Delta_\theta m) \cos(\Delta_\phi m); \\ g_{oe,m}(\theta, \phi) &= \cos(\Delta_\theta m) \sin(\Delta_\phi m); \\ g_{ee,m}(\theta, \phi) &= \sin(\Delta_\theta m) \sin(\Delta_\phi m); \\ \Delta_\theta &= \frac{2\pi\theta}{T_\theta}, \quad \Delta_\phi = \frac{2\pi\phi}{T_\phi}. \end{aligned} \quad (13)$$

где T_θ и T_ϕ — размеры области расположения источника по углам θ и ϕ .

В итоге силу линейности исходная задача распадается на четыре отдельные задачи. Общее решение — суперпозиция решений задач всех четностей:

$$I(\theta, \phi) = 0,25[I_{eo}(\theta, \phi) + I_{oe}(\theta, \phi) + I_{oo}(\theta, \phi) + I_{ee}(\theta, \phi)]. \quad (14)$$

В качестве примера на рис. 4 в декартовых координатах показано решение задачи восстановления изображения источников, получен-

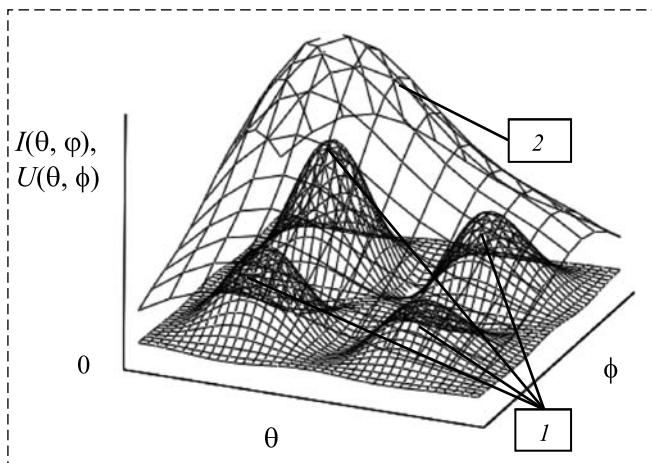


Рис. 4. Решение на основе симметризации двумерной задачи
Fig. 4. Solution based on the symmetrization of the two-dimensional problem

ное методом симметризации. Углы (θ, ϕ) отложены по горизонтальным осям в пределах

$$-\theta_{0,5}/2 \leq \theta \leq \theta_{0,5}/2; -\phi_{0,5}/2 \leq \phi \leq \phi_{0,5}/2. \quad (15)$$

В области (15) были заданы источники с плавным распределением интенсивности, не разрешаемые при прямом наблюдении. Их максимумы различались в 4 раза. Принятый при сканировании сигнал $U(\theta, \phi)$ приведен на рис. 4 в виде поверхности 2.

Решение задачи на основе соотношений (3)–(9) не позволило разрешить все источники. Далее был использован алгоритм симметризации, в котором в качестве систем функций использовались четыре системы функций вида (13).

Полученное на основе соотношений (12)–(14) решение, показанное в виде поверхности с густой сеткой, позволило разрешить все четыре источника 1, правильно передать их расположение и характер распределения интенсивности.

Найденные угловые размеры источников немного, на 5...8 %, превысили их истинные размеры, амплитудные значения восстановлены с небольшими в пределах 7 % погрешностями.

Заключение

В статье предложены алгоритмы решения обратных одно- и двумерных задач восстановления изображений источников сигналов с угловым разрешением, превышающим критерий Рэлея, на основе развиваемых алгебраических методов обработки сигналов. Разработанные алгоритмы позволяют формировать приближенные изображения сложных объектов при меньших ОСШ, чем многие известные упомянутые во введении алгоритмы.

Изображения восстанавливаются с относительно небольшими ошибками в амплитудных значениях и в угловых положениях объектов, а также их элементов. Описан новый тип более сложных алгоритмов, основанный на итерационном процессе, в ходе которого выявляются "скрытые" характеристики решения, используемые далее в качестве априорной информации на последующих шагах итерационного процесса.

В итоге достигаемое угловое разрешение удается довести до значений в 5...10, а иногда и более раз превышающих критерий Рэлея. В альтернативной трактовке: модифицированные алгебраические методы и алгоритмы при фиксированном уровне сверхразрешения позволяют снизить уровень допустимого ОСШ в исходных данных. Предложенные алгоритмы в сравнении с известными относительно просты, что позволяет использовать их в режиме реального времени.

Список литературы

1. Kasturiwala S. B., Ladhake S. A. Superresolution: A novel application to image restoration // International Journal on Computer Science and Engineering. 2010. N. 5. P. 1659–1664.
2. Uttam S., Goodman N. A. Superresolution of coherent sources in real-beam Data // IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. 2010. Vol. 46, N. 3. P. 1557–1566.
3. Park S. C., Park M. K., Kang M. G. Super-resolution image reconstruction: a technical overview // IEEE Signal Processing Magazine. 2003. Vol. 20(3). P. 21–36.
4. Dung G. V., Kulikov N. V. Analysis of noise immunity of reception of signals with multiple phase shift keying under the influence of scanning interference // Russian technological journal. 2018. Vol. 6, N. 6. P. 5–12.
5. Waweru N. P., Konditi D. B. O., Langat P. K. Performance Analysis of MUSIC Root-MUSIC and ESPRIT // DOA Estimation Algorithm. International Journal of Electrical Computer Energetic Electronic and Comm. Engineering. 2014. Vol. 8, N. 1. P. 209–216.
6. Rao B. D., Hari K. V. S. Performance analysis of Root-Music // IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 1989. Vol. 37, N. 12. P. 1939–1949.
7. Kim K. T., Seo D. K., Kim H. T. Efficient radar target recognition using the MUSIC algorithm and invariant features // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 2002. Vol. 50, N. 3. P. 325–337.
8. Lavate T. B., Kokate V. K., Sapkal A. M. Performance Analysis of MUSIC and ESPRIT // DOA Estimation Algorithms for Adaptive Array Smart Antenna in Mobile Communication. 2nd Int. Conf. on Computer and Network Technology ICCNT, United States. 2010. P. 308–311.
9. Sroubek F., Cristobal G., Flusser J. Simultaneous Super-Resolution and Blind Deconvolution // Journal of Physics: Conference Series. 2008. Vol. 124, N. 1. P. 012048.
10. Almeida M. S., Figueiredo M. A. Deconvolving images with unknown boundaries using the alternating direction method of multipliers // IEEE Trans. Image Process. 2013. Vol. 22, N. 8. P. 3074–3086.
11. Dudík M., Phillips S. J., Schapire R. E. Maximum entropy density estimation with generalized regularization and an application to species distribution modeling // Journal of Machine Learning Research. 2007. N. 8. P. 1217–1260.
12. Borgiotti G. V., Kaplan L. J. Superresolution of uncorrected interference sources by using adaptive array technique // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1979. Vol. AP-27. P. 842–845.

13. **Tan W. Q., Hou Y. G.** Estimation of direction of source arrival based upon MUSIC and Capon // Journal of Nanchang Institute of Technology. 2008. N. 27(1). P. 20–23.
14. **Stoica P., Sharman K. C.** Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation // IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing. 1990. N. 38(7). P. 1132–1143.
15. **Cetin M., Karl W. C.** Feature-enhanced synthetic aperture radar image formation based on nonquadratic regularization // IEEE Trans. Image Processing. 2001. Vol. 10. N. 4. P. 623–631.
16. **Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Shestopalov Y. V.** Increasing effective angular resolution measuring systems based on antenna arrays // Proc. 2016 URSI Int. Symp. Electromagnetic Theory (EMTS). Espoo, Finland. 2016. P. 432–434.
17. **Lagovsky B. A., Chikina A. G.** Superresolution in signal processing using a priori information. IEEE // Progress in Electromagnetics Research Symp. St. Petersburg, 2017. P. 944–947.
18. **Lagovsky B., Rubinovich E.** Increasing the Angular Resolution of Control and Measurement Systems in Signal Processing // IEEE Proceedings. Prague, Czech Republic. 2020. P. 496–500.
19. **Morse P., Feshbach H.** Methods of Theoretical Physics. McGraw-Hill. Science/Engineering/Math. 1953. 1978 p.
20. **Lagovsky B. A., Samokhin A. B.** Image Restoration of Two-dimensional Signal Sources with Superresolution // Progress In Electromagnetics Research Symposium Proceedings (PIERS). Stockholm. 2013. P. 315–319.
21. **Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Shestopalov Y. V.** Creating Two-Dimensional Images of Objects with High Angular Resolution // 2018 IEEE Asia-Pacific Conference on Antennas and Propagation (APCAP). 2018. P. 114–115.
22. **Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Tripathy M.** Superresolution in problems of remote sensing // ITM Web of Conferences. 29th International Crimean Conference Microwave & Telecommunication Technology. 2019. Vol. 30. P. 7–11.
23. **Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Shestopalov Y. V.** Angular Superresolution Based on A Priori Information // Radio Science. 2021. Vol. 56, N. 1. P. 1–11.
24. **P. Charbonnier L., Blanc-Féraud G., Barlaud M.** Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging // IEEE Trans. Image Processing. 1997. Vol. 6, N. 2. P. 298–310.
25. **Zhang Yo., Zhang Yi., Huang Y.** 1. Angular superresolution for scanning radar with improved regularized iterative adaptive approach // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2016. Vol. 13(6). P. 1–5.
26. **Nickel U.** Angular superresolution with phased array radar: a review of algorithms and operational constraints // IEE Proceedings F Communications, Radar and Signal Processing. 1989. Vol. 134, N. 1. P. 53–59.
27. **Yang J., Kang Y., Zhang Y.** A Bayesian angular superresolution method with lognormal constraint for sea-surface target // IEEE Access. Vol. 8. P. 13419–13428.
28. **Evdokimov N. A., Lukyanenko D. V., Yagola A. G.** Application of multiprocessor systems for the solution of Fredholm integral equations // Comput. Methods and Programming. 2009. Vol. 10. P. 263–267.

Algorithms for Digital Processing of Measurement Data Providing Angular Superresolution

B. A. Lagovsky, Robertlag@yandex.ru,

Russian Technological University, 119454, Moscow, Russian Federation

E. Ya. Rubinovich, rubinvch@ipu.ru,

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Moscow, 117997, Russian Federation

Corresponding author: **Rubinovich Eugeniy Ya.** Professor,
Trapeznikov Institute of Control Sciences, Moscow, 117997, Russian Federation,
e-mail: rubinvch@ipu.ru

Accepted on March 22, 2021

Abstract

Incorrect one- and two-dimensional inverse problems of reconstructing images of objects with angular resolution exceeding the Rayleigh criterion are considered. The technique is based on the solution of inverse problems of source reconstruction signals described Fredholm integral equations. Algebraic methods and algorithms for processing data obtained by measuring systems in order to achieve angular superresolution are presented. Angular superresolution allows you to detail images of objects, solve problems of their recognition and identification on this basis. The efficiency of using algorithms based on developed algebraic methods and their modifications in parameterization of the inverse problems under study and further reconstructing approximate images of objects of various types is shown. It is shown that the noise immunity of the obtained solutions exceeds many known approaches. The results of numerical experiments demonstrate the possibility of obtaining images with a resolution exceeding the Rayleigh criterion by 2–6 times at small values of the signal-to-noise ratio. The ways of further increasing the degree of superresolution based on the intelligent analysis of measurement data are described. On the basis of the preliminary information on a source of signals algorithms allow to increase consistently the effective angular resolution before achievement greatest possible for a solved problem. Algorithms of secondary processing of the information necessary for it are described. It is found that the proposed symmetrization algorithm improves the quality of solutions to the inverse problems under consideration and their stability. The examples demonstrate the successful application of modified algebraic methods and algorithms for obtaining images of the objects under study in the presence of a priori information about the solution. The results of numerical studies show that the presented methods of digital processing of received signals allow us to restore the angular coordinates of individual objects under study and their elements with super-resolution with good accuracy. The adequacy and stability of the solutions were verified by conducting numerical experiments on a mathematical model. It was shown that the stability of solutions, especially at a significant level of random components, is higher than that of many other methods. The limiting possibilities of increasing the effective angular resolution and the accuracy of image reconstruction of signal sources, depending on the level of random components in the data utilized, are found. The effective angular resolution achieved in this case is 2–10 times higher than the Rayleigh criterion.

The minimum required signal-to-noise ratio for obtaining adequate solutions with super-resolution is 13–16 dB for the described methods, which is significantly less than for the known methods. The relative simplicity of the presented methods allows you to use inexpensive computing devices and work in real time.

Keywords: angular superresolution, Rayleigh criterion, stability of inverse problems, parametrization of inverse problems, convolution type integral equation

Acknowledgements: The reported study was partially supported by RFBR, research project No. 20-07-00006 and by RSF No. 21-19-00128.

For citation:

Lagovsky B. A., Rubinovich E. Ya. Algorithms for Digital Processing of Measurement Data Providing Angular Superresolution, *Mekhanika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 7, pp. 349–356.

DOI: 10.17587/mau.22.349-356

References

1. Kasturiwala S. B., Ladha S. A. Superresolution: A novel application to image restoration, *International Journal on Computer Science and Engineering*, 2010, no. 5, pp. 1659–1664.
2. Uttam S., Goodman N. A. Superresolution of coherent sources in real-beam Data, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, vol. 46, no. 3, pp. 1557–1566.
3. Park S. C., Park M. K., Kang M. G. Super-resolution image reconstruction: a technical overview, *IEEE Signal Processing Magazine*, 2003, vol. 20(3), pp. 21–36.
4. Dung G. V., Kulikov N. V. Analysis of noise immunity of reception of signals with multiple phase shift keying under the influence of scanning interference, *Russian technological journal*, 2018, vol. 6, no. 6, pp. 5–12.
5. Waweru N. P., Konditi D. B. O., Langat P. K. Performance Analysis of MUSIC Root-MUSIC and ESPRIT, *DOA Estimation Algorithm*. *International Journal of Electrical Computer Energetic Electronic and Comm. Engineering*, 2014, vol. 8, no. 1, pp. 209–216.
6. Rao B. D., Hari K. V. S. Performance analysis of Root-Music, *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, v. 37, no. 12, pp. 1939–1949.
7. Kim K. T., Seo D. K., Kim H. T. Ecient radar target recognition using the MUSIC algorithm and invariant features, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 2002, vol. 50, no. 3, pp. 325–337.
8. Lavate T. B., Kokate V. K., Sapkal A. M. Performance Analysis of MUSIC and ESPRIT, DOA Estimation Algorithms for Adaptive Array Smart Antenna in Mobile Communication. *2nd Int. Conf. on Computer and Network Technology ICCNT*, United States, 2010, pp. 308–311.
9. Sroubek F., Cristobal G., Flusser J. Simultaneous Super-Resolution and Blind Deconvolution, *Journal of Physics: Conference Series*, 2008, 124(1): 012048.
10. Almeida M. S., Figueiredo M. A. Deconvolving images with unknown boundaries using the alternating direction method of multipliers, *IEEE Trans. Image Process*, 2013, vol. 22, no. 8, pp. 3074–3086.
11. Dudík M., Phillips S. J., Schapire R. E. Maximum entropy density estimation with generalized regularization and an application to species distribution modeling, *Journal of Machine Learning Research*, 2007, no. 8, pp. 1217–1260.
12. Borgiotti G. V., Kaplan L. J. Superresolution of uncorrected interference sources by using adaptive array technique, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1979, vol. AP-27, pp. 842–845.
13. Tan W. Q., Hou Y. G. Estimation of direction of source arrival based upon MUSIC and Capon, *Journal of Nanchang Institute of Technology*, 2008, no. 27(1), pp. 20–23.
14. Stoica P., Sharman K. C. Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation, *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1990, no. 38(7), pp. 1132–1143.
15. Cetin M., Karl W. C. Feature-enhanced synthetic aperture radar image formation based on nonquadratic regularization, *IEEE Trans. Image Processing*, 2001, vol. 10, no. 4, pp. 623–631.
16. Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Shestopalov Y. V. Increasing effective angular resolution measuring systems based on antenna arrays, *Proc. 2016 URSI Int. Symp. Electromagnetic Theory (EMTS)*, Espoo, Finland, pp. 432–434, 2016.
17. Lagovsky B. A., Chikina A. G. Superresolution in signal processing using a priori information. *IEEE, Progress in Electromagnetics Research Symp.*, St. Petersburg, 2017, pp. 944–947.
18. Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Shestopalov Y. V. Increasing the effective angular resolution measuring systems based on antenna arrays, *Proc. of the 2016 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory (EMTS)*, Espoo, Finland, 2016, pp. 434–436.
19. Morse P., Feshbach H. Methods of Theoretical Physics, McGraw-Hill, Science/Engineering/Math., 1953, 1978 p.
20. Lagovsky B. A., Samokhin A. B. Image Restoration of Two-dimensional Signal Sources with Superresolution, *Progress In Electromagnetics Research Symposium Proceedings (PIERS)*, Stockholm, 2013, pp. 315–319.
21. Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Shestopalov Y. V. Creating Two-Dimensional Images of Objects with High Angular Resolution, *2018 IEEE Asia-Pacific Conference on Antennas and Propagation (APCAP)*, 2018, pp. 114–115.
22. Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Tripathy M. Superresolution in problems of remote sensing, *ITM Web of Conferences. 29th International Crimean Conference Microwave & Telecommunication Technology*, 2019, vol. 30, pp. 7–11.
23. Lagovsky B. A., Samokhin A. B., Shestopalov Y. V. Angular Superresolution Based on A Priori Information. *Radio Science*, vol. 56, no. 1, 2021, pp. 1–11.
24. P. Charbonnier L., Blanc-Féraud G., M. Barlaud. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging, *IEEE Trans. Image Processing*, 1997, vol. 6, no. 2, pp. 298–310.
25. Zhang Yo., Zhang Yi., Huang Y. Angular superresolution for scanning radar with improved regularized iterative adaptive approach, *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2016, vol. 13(6), pp. 1–5.
26. Nickel U. Angular superresolution with phased array radar: a review of algorithms and operational constraints, *IEE Proceedings F Communications, Radar and Signal Processing*, 1989, vol. 134, no. 1, pp. 53–59.
27. Yang J., Kang Y., Zhang Y. A Bayesian angular superresolution method with lognormal constraint for sea-surface target, *IEEE Access*, vol. 8, pp. 13419–13428.
28. Evdokimov N. A., Lukyanenko D. V., Yagola A. G. Application of multiprocessor systems for the solution of Fredholm integral equations, *Comput. Methods and Programming*, 2009, vol. 10, pp. 263–267.