

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа фотоники, электроники и молекулярной физики

Отчёт о выполнении лабораторной работы

1.1.1

Определение систематических и случайных погрешностей при измерении удельного сопротивления нихромовой проволоки

Автор:
Макаров Лев Евгеньевич
Б04-306

1 Введение

Цель работы: измерить удельное сопротивление проволоки и вычислить систематические и случайные погрешности при использовании таких измерительных приборов, как линейка, штангенциркуль, микрометр, амперметр, вольтметр и мост постоянного тока.

В работе используются:

- линейка
- штангенциркуль
- микрометр
- отрезок проволоки из нихрома
- амперметр
- вольтметр
- источник ЭДС
- мост постоянного тока
- реостат
- ключ

В работе используются следующие методы измерения сопротивления:

1. определение углового коэффициента наклона зависимости напряжения на проволоке от тока через неё;
2. измерение с помощью моста постоянного тока.

2 Теоретические сведения

Удельное сопротивление однородной проволоки круглого сечения можно определить по следующей формуле:

$$\rho = R \frac{S}{l}, \quad (1)$$

где R – сопротивление проволоки, S – её площадь, l – длина.

$$S = \frac{\pi d^2}{4}, \quad (2)$$

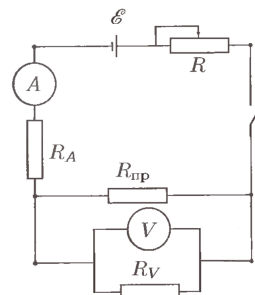
где d – диаметр проволоки.

Согласно закону Ома напряжение V и ток I в образце связаны соотношением

$$V = RI.$$

Для измерения напряжения и тока используем схему на *рис. 1*.

Т.к. используемый вольтметр неидеален необходимо сделать поправку на его сопротивление R_V .



Показания амперметра I_A и вольтметра V_B связаны следующим соотношением

$$V_B = R' I_A,$$

где R' – сопротивление параллельно соединённых проволоки и вольтметра.

При этом $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R}$, и $R_V \gg R, R'$.

Таким образом, график зависимости $V_B(I_A)$ должен представлять прямую, угловой коэффициент которой есть R' , откуда сопротивление образца может быть найдено по следующей формуле:

$$R = \frac{R_V R'}{R_V - R'} \approx R' \left(1 + \frac{R'}{R_V} \right)$$

3 Оборудование и экспериментальные погрешности

Штангенциркуль: $\Delta_{шт} = \pm 0,1$ мм

Микрометр: $\Delta_{мкм} = \pm 0,01$ мм

Основные характеристики приборов:

Характеристика	Вольтметр	Амперметр
Система	Магнито-электрическая	Цифровая
Класс точности	0,5	—
Предел измерений x_n	0,75 В	2 А
Число делений шкалы n	150	—
Цена деления x_n/n	$5 \cdot 10^{-3}$ В	—
Чувствительность n/x_n	200 дел./В	—
Абсолютная погрешность Δx_M	$\pm 3,75$ мВ	$\pm (0,002x + 0,02)$ мА
Внутреннее сопротивление	5000 Ом	1,4 Ом

Известно, что R по порядку величины ≈ 5 Ом. Так как $R_V = 5000$ Ом, то погрешность измерений для схемы составляет $\approx 0,001 = 0,1\%$. Поэтому она пренебрежимо мала и не оказывает значительного влияния на последующие измерения, а значит далее будем считать, что:

$$R \approx R'$$

Мост постоянного тока Р4833:

Класс точности	0,1
Разрядность магазина сопротивлений	5 ед.
Исследуемый диапазон измерений	$10^{-4} - 10$ Ом (для множителя $N = 10^{-2}$)
Погрешность измерений в используемом диапазоне	$\pm 0,01$ Ом

4 Результаты измерений и обработка данных

4.1 Измерение диаметра d проволоки

Измерения проводились штангенциркулем и микрометром для $N = 10$ различных участков проволоки. При измерении получено:

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d, мм (штангенциркуль)	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
d, мм (микрометр)	0,36	0,37	0,37	0,37	0,36	0,36	0,37	0,36	0,36	0,37

Таблица 1: Измерение диаметра проволоки микрометром и штангенциркулем

Среднее значение диаметра $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{N} = 0,365$ мм.

Случайная погрешность измерения $\sigma_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum (d_i - \bar{d})^2} \approx 0,002$ мм.

С учётом инструментальной погрешности $\Delta_{\text{МКМ}} = 0,01$ мм погрешность диаметра может быть вычислена как $\sigma_{\bar{d}}^{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_{\bar{d}}^2 + \Delta_{\text{МКМ}}^2} \approx 0,01$ мм.

Окончательные результаты измерения диаметра проволоки:

- Штангенциркулем: $d = 0,4 \pm 0,1$ мм
- Микрометром: $d = 0,365 \pm 0,010$ мм ($\varepsilon = 2,8\%$)

Как видно, измерение микрометром гораздо точнее, чем измерение штангенциркулем, поэтому далее будем использовать его. Вычислим площадь поперечного сечения проволоки S из полученного диаметра:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,365^2}{4} \approx 0,105 \text{ мм}^2$$

Величину погрешности σ_S найдём по формуле:

$$\sigma_S = 2 \frac{\sigma_{\bar{d}}^{\text{полн}}}{d} S = 2 \cdot \frac{0,01}{0,365} \cdot 0,105 \approx 0,006 \text{ мм}^2$$

Итак, $S = (0,105 \pm 0,006) \text{ мм}^2$, т.е. площадь поперечного сечения определена с точностью 6%.

4.2 Измерение сопротивления проволоки

Результаты измерений зависимостей показания вольтметра V_B от показаний амперметра I_A в схеме на *рис. 1* представлены в *Таблице 2*. Соответствующие графики зависимостей изображены на *рис. 2*.

Пользуясь методом наименьших квадратов, строим аппроксимирующие прямые $V_B = \bar{R}I_A$, определяя их угловой коэффициент по формуле

$$\bar{R} = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}.$$

Случайную погрешность определения углового коэффициента вычисляем как

$$\sigma_R^{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - \bar{R}^2 \right)},$$

где $n = 10$ – число измерений.

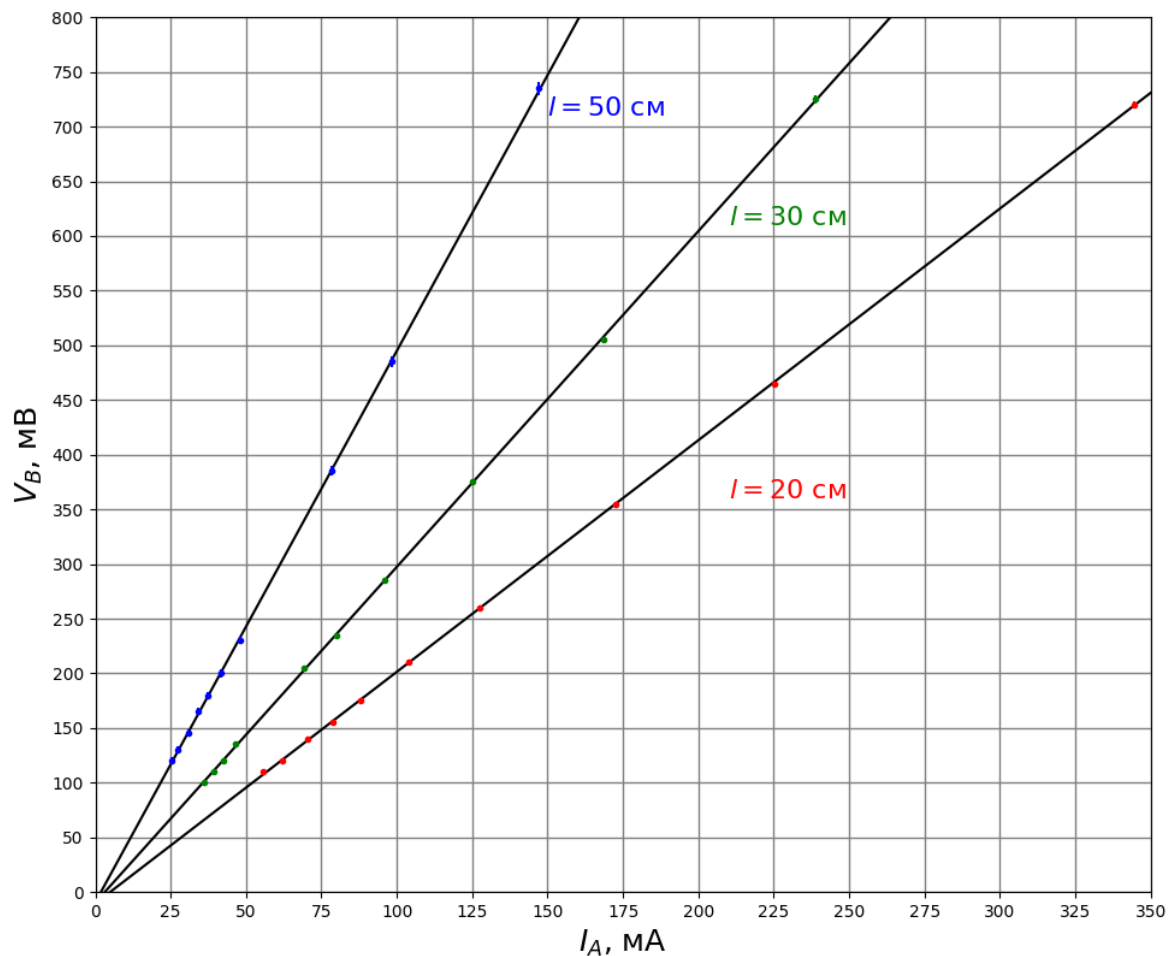


Рис. 2: Результаты измерений напряжения V в зависимости от тока I для проволок разной длины l и их линейная аппроксимация $y = kx$.

L = 20 см			L = 30 см			L = 50 см		
V, дел	V, мВ	I, мА	V, дел	V, мВ	I, мА	V, дел	V, мВ	I, мА
144	720	344,33	145	725	238,86	147	735	147,15
93	465	225,1	101	505	168,5	97	485	98,4
71	355	172,45	75	375	125,04	77	385	78,56
52	260	127,55	57	285	95,78	46	230	47,91
42	210	104,11	47	235	79,84	40	200	41,52
35	175	88,08	41	205	69,39	36	180	37,36
31	155	78,72	27	135	46,6	33	165	34,08
28	140	70,33	24	120	42,41	29	145	31,09
24	120	62,07	22	110	39,23	26	130	27,39
22	110	55,72	20	100	36,02	24	120	25,38

Таблица 2: Зависимость V от I для разных длин проволоки l .

Теперь оценим систематическую погрешность, которая возникает из-за неточности используемых приборов. Полагая, что при всех измерениях относительная погрешность неизменна, оценим погрешность вычисления частного $R = V/I$ при максимальных значениях V и I :

$$\Delta_R^{\text{сист}} \approx R \sqrt{\left(\frac{\Delta_V}{V_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_I}{I_{\max}}\right)^2}$$

Тогда полная погрешность измерения R вычисляется следующим образом:

$$\sigma_R^{\text{полн}} = \sqrt{(\sigma_R^{\text{сл}})^2 + (\Delta_R^{\text{сист}})^2}.$$

Результаты вычислений приведены в *Таблице 3*. Там же представлены результаты измерения сопротивления при помощи моста Р4833.

l , см	\bar{R} , Ом	$\sigma_R^{\text{сл}}$, Ом	$\sigma_R^{\text{сист}}$, Ом	$\sigma_r^{\text{полн}}$, Ом	ε , %	$R_{\text{мост}}$, Ом
20	2,063	0,012	0,012	0,017	0,85	$(2,125 \pm 0,010)$
30	3,000	0,016	0,018	0,024	0,81	$(3,133 \pm 0,010)$
50	4,929	0,027	0,030	0,040	0,81	$(5,140 \pm 0,010)$

Таблица 3: *Результаты измерения сопротивления проволоки*

Таким образом, относительная погрешность измерения сопротивления достаточно мала и находится на уровне 0,8%. Также вычисленные значения сопротивления достаточно хорошо совпадают с измерениями при помощи моста.

4.3 Вычисление удельного сопротивления

По формуле (2) находим удельное сопротивление материала проволоки, используя значения, полученные в п. 4.2. Относительную погрешность вычисления ρ определяем по следующей формуле и заносим результаты в *таблицу 4*:

	ρ , Ом · мм ² /м	σ_ρ , Ом · мм ² /м	ε_ρ , %
$l = 20$ см	1,080	0,061	5,6
$l = 30$ см	1,046	0,059	5,6
$l = 50$ см	1,031	0,058	5,6

Таблица 4: *Результат измерения удельного сопротивления*

$$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}.$$

Усредняя результаты трёх опытов, окончательно получаем:

$$\bar{\rho} = (1,052 \pm 0,059) \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м} (\varepsilon_\rho = 5,6\%)$$

5 Обсуждение результатов и выводы

В ходы работы было получено значение удельного сопротивления нихромовой проволоки с точностью $\sim 6\%$. Поэтому при измерении сопротивления проволоки достаточна точность 3–4%. Табличное значение удельного сопротивления для нихрома при 20 °С значения варьируются от 0,970 Ом · мм²/м до 1,120 Ом · мм²/м в зависимости от состава различных сплавов (согласно справочнику "Физические величины. М.: Энергоиздат, 1991. С. 444"). Измерения попадают в нужный диапазон, однако не позволяют определить конкретную марку сплава.

Точность измерения удельного сопротивления ρ существенно ограничивается измерением диаметра проволоки. Поскольку случайная ошибка измерения диаметра оказалась меньше цены

деления прибора (микрометра), уточнение значения диаметра за счет многократных измерений невозможно. По той же причине не удалось проверить, насколько однородной является проволока по сечению.