In [1]:

```
%matplotlib inline
import warnings
from math import sqrt
warnings.filterwarnings('ignore')
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.mlab as mlab
import itertools
from math import factorial
```

1. Напишите код, моделирующий выпадение поля в рулетке (с учетом поля зеро).

In [2]:

```
a = input("Крутните рулетку, нажав Enter")
print("Выпало следующеее число: ", int(np.random.uniform(0, 36)))
```

```
Крутните рулетку, нажав Enter
Выпало следующеее число:  30
```

In [3]:

```
for i in range(0, 5):
    a = input("Крутните рулетку, нажав Enter")
    print("Выпало следующеее число: ", round(np.random.uniform(0, 36)))
    print()
print("Игра окончена!")
```

```
Крутните рулетку, нажав Enter
Выпало следующеее число:  16

Крутните рулетку, нажав Enter
Выпало следующеее число:  4

Крутните рулетку, нажав Enter
Выпало следующеее число:  6

Крутните рулетку, нажав Enter
Выпало следующеее число:  33

Крутните рулетку, нажав Enter
Выпало следующеее число:  18

Игра окончена!
```

2.1. Напишите код, проверяющий любую из теорем сложения или умножения вероятности на примере рулетки или подбрасывания монетки.

Проверим следующую теорему: "Если A, B, … – полная группа несовместных событий, то P(A) + P(B) + …. = 1"
Смоделируем в программе бросание монтки 100 раз

In [4]:

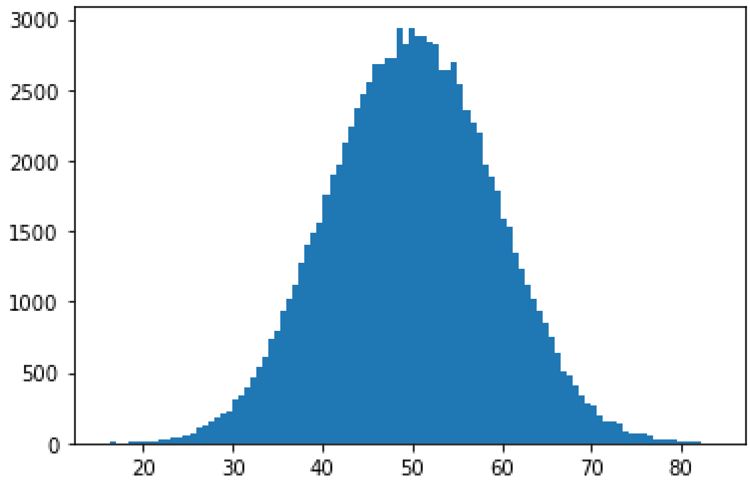
```
k,m = 0, 0
n = 100
for i in range(0, n):
    x = np.random.uniform(0, 10)
    if x<5:
        k = k + 1
    else:
        m = m + 1
print(f"Орел выпал {k} раз. Вероятность его выпадения, полученная эмпитическим путем состав
print(f"Решка выпала {m} раз. Вероятность ее выпадения, полученная эмпитическим путем соста
print (f"Сума вероятносте выпадения орла и решки: {k/n}+{m/n} = {k/n+m/n}")
if k/n+m/n == 1:
    print("Теорема подтверждена")
elif k/n+m/n != 1:
    print("Теорема не подтверждена")
```

```
Орел выпал 57 раз. Вероятность его выпадения, полученная эмпитическим путем с
оставила 0.57
Решка выпала 43 раз. Вероятность ее выпадения, полученная эмпитическим путем
составила 0.43
Сума вероятносте выпадения орла и решки: 0.57+0.43 = 1.0
Теорема подтверждена
```

2.2. Сгенерируйте десять выборок случайных чисел x0, ..., x9 и постройте гистограмму распределения случайной суммы x0+x1+ ...+ x9.

In [5]:

```
a = []
for i in range(10):
    a.append(np.random.uniform(0, 10, size=(100000)))
plt.hist(sum(a), 100)
plt.show()
```



Видим ,что распределение сумм носит нормальное распределение.

3.1. Дополните код Монте-Карло последовательности независимых испытаний расчетом соответствующих вероятностей (через биномиальное распределение) и сравните результаты.

Рассчитаем вероятность с помощью метода Монте-Карло

In [6]:

```
k, n = 0, 10000
a = np.random.randint(0, 2, n)
b = np.random.randint(0, 2, n)
c = np.random.randint(0, 2, n)
d = np.random.randint(0, 2, n)
x = a + b + c + d
for i in range(0, n):
    if x[i] == 2:
        k = k + 1
# print(a, b, c, d)
# print(x)
print(k, n, k/n)
```

```
3806 10000 0.3806
```

Рассчитаем вероятность через формулы биномиального распределения и сравним результаты.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

In [7]:

```
print("Вероятность выпадения 2 успехов на 4 испытаниях равна: ", factorial(4)/(factorial(2)
print(f"Разница расчетов по формулам и методом Монте-Карло составила: {abs(factorial(4)/(fa
```

```
Вероятность выпадения 2 успехов на 4 испытаниях равна:  0.375
Разница расчетов по формулам и методом Монте-Карло составила: 0.56%
```

3.2. Повторите расчеты биномиальных коэффициентов и вероятностей k успехов в последовательности из n независимых испытаний, взяв другие значения n и k.

Возьмем k=3, n=100

In [8]:

```
k, n = 0, 100
a = np.random.randint(0, 2, n)
b = np.random.randint(0, 2, n)
c = np.random.randint(0, 2, n)
d = np.random.randint(0, 2, n)
x = a + b + c + d
for i in range(0, n):
    if x[i] == 3:
        k = k + 1
# print(a, b, c, d)
# print(x)
print(k, n, k/n)
```

```
23 100 0.23
```

Рассчитаем вероятность через формулы биномиального распределения и сравним результаты.

In [9]:

```
print("Вероятность выпадения 3 успехов на 4 испытаниях равна: ", factorial(4)/(factorial(3)
print(f"Разница расчетов по формулам и методом Монте-Карло составила: {abs(factorial(4)/(fa
```

```
Вероятность выпадения 3 успехов на 4 испытаниях равна:  0.25
Разница расчетов по формулам и методом Монте-Карло составила: 2.0%
```

Видим большую разницу расчетов по формулам и методом Монте-Карло при маленьком n. Увеличим n в 1000 раз.

In [10]:

```
k, n = 0, 100000
a = np.random.randint(0, 2, n)
b = np.random.randint(0, 2, n)
c = np.random.randint(0, 2, n)
d = np.random.randint(0, 2, n)
x = a + b + c + d
for i in range(0, n):
    if x[i] == 3:
        k = k + 1
# print(a, b, c, d)
# print(x)
print(k, n, k/n)
```

```
25089 100000 0.25089
```

In [11]:

```
print("Вероятность выпадения 3 успехов на 4 испытаниях равна: ", factorial(4)/(factorial(3)*
print(f"Разница расчетов по формулам и методом Монте-Карло составила: {abs(factorial(4)/(fac
```

```
Вероятность выпадения 3 успехов на 4 испытаниях равна:  0.25
Разница расчетов по формулам и методом Монте-Карло составила: 0.089%
```

Видим, что разницасущественно сократилась

4. Из урока по комбинаторике повторите расчеты, сгенерировав возможные варианты перестановок для других значений n и k

In [12]:

```
for p in itertools.permutations("01234", 3):
    print(''.join(str(x) for x in p))
```

```
012
013
014
021
023
024
031
032
034
041
042
043
102
103
104
120
123
124
130
```

In [13]:

```
for p in itertools.combinations("01234",3):
    print(''.join(p))
```

```
012
013
014
023
024
034
123
124
134
234
```

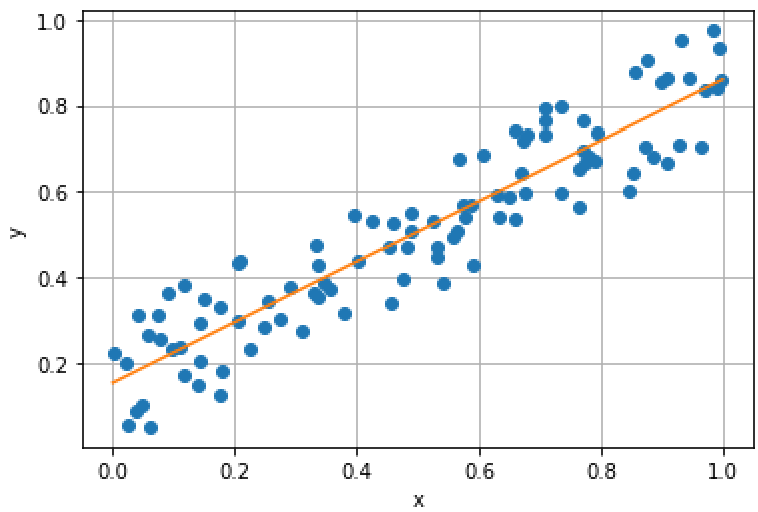
5. Дополните код расчетом коэффициента корреляции x и y по формуле

$$R = \frac{\sum(x_i - x_m)(y_i - y_m)}{\sqrt{\sum(x_i - x_m)^2 \sum(y_i - y_m)^2}}$$

In [14]:

```
n = 100
r = 0.7
x = np.random.rand(n)
y = r*x + (1 - r)*np.random.rand(n)
plt.plot(x, y, 'o')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.grid(True)

a = (np.sum(x)*np.sum(y) - n*np.sum(x*y))/(np.sum(x)*np.sum(x) - n*np.sum(x*x))
b = (np.sum(y) - a*np.sum(x))/n

xm = np.sum(x)/n
ym = np.sum(y)/n

R = (np.sum((x-xm)*(y-ym))/sqrt(np.sum((x-xm)**2*np.sum((y-ym)**2))))

A = np.vstack([x, np.ones(len(x))]).T
a1, b1 = np.linalg.lstsq(A, y)[0]
print(a, b)
print(a1, b1)

plt.plot([0, 1], [b, a + b])
plt.show()
```

```
0.7071532354674468 0.15297926840805154
0.7071532354674487 0.15297926840805048
```



In [15]:

```
print("Коэффициент корреляции x и y равен ",R)
```

```
Коэффициент корреляции x и y равен  0.9270346299069699
```

Проверим правильность расчета коэффициента корреляции с помщью встроееной функции numpy.

In [16]:

```
print(np.corrcoef(x, y))
```

```
[[1.         0.92703463]
 [0.92703463 1.        ]]
```

Видим, что коэффициенты корреляции совпали, значит я расчитал его правильно.