In [1]:

```
%matplotlib inline
import warnings
from math import sqrt
warnings.filterwarnings('ignore')
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.mlab as mlab
import itertools
from math import factorial
```

5.1. Вектор – это частный случай матрицы 1xN и Nx1. Повторите материал для векторов, уделяя особое внимание умножению A·B. Вычислите, по возможности не используя программирование $(5E)^{-1}$, где Е – единичная матрица размера 5х5.

Решение:

$$(5E)^{-1} = 5^{-1} * E^{-1}$$

Рассуждаем. Матица, обратная единичной матрице - это такая матрица, при умножении на которую единичной матрицы получаеся единичная марица, т.е.

$$E^{-1} * E = E$$

Далее, помня свойство

$$A * E = A$$

понимаем, что

$$E^{-1} = E$$

Т.е. матрица, обратная единичной, есть единичная матрица.

Таким образом получаем

$$(5E)^{-1} = 5^{-1} * E^{-1} = 0.2 * E$$

В нашем случае Е – единичная матрица размера 5х5. Итак получаем:

$$0.2 * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Проверим наши вычисления

In [2]:

```
np.linalg.inv(5*np.identity(5))
```

Out[2]:

```
array([[0.2, 0. , 0. , 0. , 0. ],
       [0. , 0.2, 0. , 0. , 0. ],
       [0. , 0. , 0.2, 0. , 0. ],
       [0. , 0. , 0. , 0.2, 0. ],
       [0. , 0. , 0. , 0. , 0.2]])
```

Видим, что расчеты были верными.

5.2. Вычислите определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Решение:

det = 1* $\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 * \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 * \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = -48 - (2 * (-6)) + 3 * 32 = -48 + 12 + 96 = 60$

Проерим наши рассчеты

In [3]:

```
b=np.array([[1, 2, 3], [4, 0, 6], [7, 8, 9]])
np.linalg.det(b)
```

Out[3]:

```
59.999999999999986
```

Видим, что мы рассчитали детерминант правильно

5.3.1. Вычислите матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Решение:

Определим миноры элементов матрицы А

M= $\begin{pmatrix} -48 & -6 & 32 \\ -6 & -12 & -6 \\ 12 & -6 & -8 \end{pmatrix}$

Найдем алгебраические дополнения элементов матрицы А

$$A_* = \begin{pmatrix} -48 & 6 & 32 \\ 6 & -12 & 6 \\ 12 & 6 & -8 \end{pmatrix}$$

Найдет матрицу обратную матрице A

$$A^{-1} = A_*^T / det A = \begin{pmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & 6 \\ 32 & 6 & -8 \end{pmatrix} /60 = \begin{pmatrix} -0.8 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & -0.2 & 0.1 \\ 8/15 & 0.1 & -2/15 \end{pmatrix}$$

Проверим праильность вычисления обратной матрицы.

In [4]:

```
A=np.array([[1, 2, 3], [4, 0, 6], [7, 8, 9]])
B=np.array([[-0.8, 0.1, 0.2], [0.1, -0.2, 0.1], [8/15, 0.1, -2/15]])
A.dot(B)
```

Out[4]:

```
array([[ 1.0000000e+00,  0.0000000e+00,  0.0000000e+00],
       [ 0.0000000e+00,  1.0000000e+00,  0.0000000e+00],
       [-8.8817842e-16,  0.0000000e+00,  1.0000000e+00]])
```

Видим, что мы нашли правильную обраную матрицу матрице A

5.3.2. Приведите пример матрицы 4x4, ранг которой равен 1.

Решение:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Проверим ранг указанной матрицы

In [5]:

```
A=np.array([[1, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0],])
A
```

Out[5]:

```
array([[1, 0, 0, 0],
       [0, 0, 0, 0],
       [0, 0, 0, 0],
       [0, 0, 0, 0]])
```

In [6]:

```
np.linalg.matrix_rank(A)
```

Out[6]:

```
1
```

Видим, что действительно ранг матрицы A равен 1

5.4. Вычислите скалярное произведение двух векторов: (1, 5) и (2, 8)

Решение:

Скалярное произведение двух векторов равно 1*2*+5*8*=42 Проверим

In [7]:

```
np.array([1, 5]).dot(np.array([2, 8]))
```

Out[7]:

```
42
```

Видим, что все правильно

5.5 Вычислите смешанное произведение трех векторов: (1, 5, 0), (2, 8, 7) и (7, 1.5, 3)

Решение:

Смешанное произведение векторов a, и и c — это скалярное произведение вектора a на векторное произведение векторов b и c. Найдем сначала векторное произведение векторов (1, 5, 0), (2, 8, 7). Оно равно: $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 8 & 7 \end{vmatrix} = i * \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} - j * \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} + k * \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = (35, -7, -2)$ Теперь найдем скалярное произведение полученного вектора на вектор (7, 1.5, 3)

$(35, -7, -2) * (7, 1.5, 3) = 245 - 10.5 - 6 = 228.5$
Проверим

In [8]:

```
a = np.array([1, 5, 0], float)
b = np.array([2, 8, 7], float)
c = np.array([7, 1.5, 3], float)
v = np.cross(a, b)
print (np.inner(v, c))
```

```
228.5
```

Видим, что свешанное произведение векторов найдено верно