# Практическое задание 3

In [1]:

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import warnings
warnings.filterwarnings('ignore')
```

**Запишем сразу все функции для комбинаторики**

Число **сочетаний** из $n$ элементов по $k$ элементов в каждом (в сочетаниях порядок не важен):

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

In [2]:

```
from math import factorial
```

In [3]:

```
def combinations(n, k):
    return int(factorial(n) / (factorial(k) * factorial(n - k)))
```

Число **размещений** из $n$ элементов по $k$ элементов в каждом. При размещениях порядок важен, поэтому вариантов размещения может быть больше, чем сочетаний при заданных $k$ и $n$.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

In [4]:

```
def arrangements(n, k):
    return int(factorial(n) / factorial(n - k))
```

Число **перестановок** из $n$ элементов — при перестановках важен порядок, но отличие от размещений в том, что применяются все имеющиеся $n$ элементов:

$$P_n = n!$$

In [5]:

```
def permutations(n):
    return int(factorial(n))
```

***1*** **Даны значения зарплат из выборки выпускников: 100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150. Посчитать (желательно без использования статистических методов наподобие std, var, mean) среднее арифметическое, среднее квадратичное отклонение, смещенную и несмещенную оценки дисперсий для данной выборки.**

смещенную и несмещенную оценки дисперсии для данной выборки.

In [6]:

```
salary = pd.DataFrame([100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65,
```

***1.1. Найдем средне арифметическое***

In [7]:

```
mean_salary = salary.sum() / salary.count()
mean_salary
```

Out[7]:

```
0    65.3
dtype: float64
```

Проверим

In [8]:

```
salary.mean()
```

Out[8]:

```
0    65.3
dtype: float64
```

Видим, что средне арифметическое посчитали правильно

***1.2. Найдем среднее квадратичное отклонение***

In [9]:

```
salary_std = np.sqrt(((salary - salary.mean())**2).sum() / (salary.count()-1))
salary_std
```

Out[9]:

```
0    31.624607
dtype: float64
```

Проверим

In [10]:

```
salary.std(ddof=1)
```

Out[10]:

```
0    31.624607
dtype: float64
```

Видим, что среднее квадратичное отклонение посчитали правильно

***1.3. Найдем смещенную оценку дисперсии***

In [11]:

```
salary_variance = ((salary - salary.mean())**2).sum() / salary.count()
salary_variance
```

Out[11]:

```
0    950.11
dtype: float64
```

Проверим

In [12]:

```
salary.var(ddof=0)
```

Out[12]:

```
0    950.11
dtype: float64
```

Видим, что смещенную оценку дисперсии посчитали правильно

***1.4. Найдем несмещенную оценку дисперсии***

In [13]:

```
salary_variance_2 = ((salary - salary.mean())**2).sum() / (salary.count()-1)
salary_variance_2
```

Out[13]:

```
0    1000.115789
dtype: float64
```

Проверим

In [14]:

```
salary.var(ddof=1)
```

Out[14]:

```
0    1000.115789
dtype: float64
```

Видим, что несмещенную оценку дисперсии посчитали правильно

***2* В первом ящике находится 8 мячей, из которых 5 - белые. Во втором ящике - 12 мячей, из которых 5 белых. Из первого ящика вытаскивают случайным образом два мяча, из второго - 4. Какова вероятность того, что 3 мяча белые?**

Это возможно в результате следующих исходов:

1. Из первого ящика достали 1 белый мяч и 1 небелый, а из второго достали 2 белых и 2 небелых мяча.
2. Из первого ящика достали 2 белых мяча, а из второго достали 1 белый и 3 небелых мяча.

3. Из первого ящика достали 2 небелых мяча, а из второго достали 3 белых и 1 небелый мяч. Рассчитаем вероятность каждого исхода и сложим их.

Вероятность, того что мы из первого ящика достали 1 белый мяч и 1 небелый, а из второго достали 2 белых и 2 небелых мяча:

In [15]:

```
(combinations(5, 1)*combinations(3, 1)/combinations(8, 2))*(combinations(5, 2)*combinations
```

Out[15]:

```
0.22727272727272727
```

Вероятность, того что мы из первого ящика достали 2 белых мяча, а из второго достали 1 белый и 3 небелых мяча:

In [16]:

```
combinations(5, 2)/combinations(8, 2)*(combinations(5, 1)*combinations(7, 3)/combinations(1
```

Out[16]:

```
0.12626262626262627
```

Вероятность, того что мы из первого ящика достали 2 небелых мяча, а из второго достали 3 белых и 1 небелый мяч:

In [17]:

```
combinations(3, 2)/combinations(8, 2)*(combinations(5, 3)*combinations(7, 1)/combinations(1
```

Out[17]:

```
0.015151515151515152
```

In [18]:

```
0.22727272727272727+0.12626262626262627+0.015151515151515152
```

Out[18]:

```
0.3686868686868687
```

Таким образом, вероятность того, что 3 мяча белые = 0.3686868686868687

**3 На соревновании по биатлону один из трех спортсменов стреляет и попадает в мишень. Вероятность попадания для первого спортсмена равна 0.9, для второго — 0.8, для третьего — 0.6. Найти вероятность того, что выстрел произведен: а). первым спортсменом б). вторым спортсменом в). третьим спортсменом.**

Воспользуемся для расчетов формулой Байеса

$$P(B \mid A) = \frac{P(B) \cdot P(A \mid B)}{P(A)}$$

Событием $A$ будем считать попадание в мишень, а событиями $B_1$, $B_2$ и $B_3$ — что выстрел совершил первый, второй или третий спортсмен:

In [19]:

```
P_A_B_1 = 0.9
P_A_B_2 = 0.8
P_A_B_3 = 0.6
P_B_1 = 1/3
P_B_2 = 1/3
P_B_3 = 1/3
```

Вероятность попадания в мишень находим по формуле полной вероятности

In [20]:

```
P_A = 1/3*0.9+1/3*0.8+1/3*0.6
P_A
```

Out[20]:

```
0.7666666666666666
```

3.1 Вероятность того, что стрелял первый спортсмен — при условии, что выстрел был удачным, — будем находить по формуле:

$$P(B_1 \mid A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A \mid B_1)}{P(A)}$$

---

In [21]:

```
P_B_1_A = P_B_1*P_A_B_1/P_A
P_B_1_A
```

Out[21]:

```
0.391304347826087
```

3.2 Вероятность того, что стрелял второй спортсмен — при условии, что выстрел был удачным:

In [22]:

```
P_B_2_A = P_B_2*P_A_B_2/P_A
P_B_2_A
```

Out[22]:

```
0.3478260869565218
```

3.3 Вероятность того, что стрелял третий спортсмен — при условии, что выстрел был удачным:

In [23]:

```
P_B_3_A = P_B_3*P_A_B_3/P_A
P_B_3_A
```

Out[23]:

```
0.2608695652173913
```

***4* В университет на факультеты А и В поступило равное количество студентов, а на факультет С студентов поступило столько же, сколько на А и В вместе. Вероятность того, что студент факультета А сдаст первую сессию, равна 0.8. Для студента факультета В эта вероятность равна 0.7, а для студента факультета С - 0.9. Студент сдал первую сессию. Какова вероятность, что он учится: а). на факультете А б). на факультете В в). на факультете С?**

Воспользуемся для расчетов формулой Бернулли

$$P_n(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Пусть на А и В факультеты поступило по n студентов. Тогда на С факультет поступило 2n студентов

4.1 Вероятность того, что студент учится на факультете А:

In [24]:

```
P = combinations(1, 1)*(0.8**1)*(0.2**0)
P
```

Out[24]:

```
0.8
```

In [ ]:

```

```

Воспользуемся для расчетов формулой Байеса

$$P(B \mid A) = \frac{P(B) \cdot P(A \mid B)}{P(A)}$$

Событием $A$ будем считать сдачу сессии, а событиями $B_1$, $B_2$ и $B_3$ — что сессию сдал студент факультета А, В или С:

In [25]:

```
P_A_B_1 = 0.8
P_A_B_2 = 0.7
P_A_B_3 = 0.9
P_B_1 = 0.25
P_B_2 = 0.25
P_B_3 = 0.5
```

Вероятность сдачи сессии находим по формуле полной вероятности

In [26]:

```
P_A = P_A_B_1*P_B_1+P_A_B_2*P_B_2+P_A_B_3*P_B_3
P_A
```

Out[26]:

```
0.825
```

3.1 Вероятность того, что сессию сдал студннт факультета А будем находить по формуле:

$$P(B_1 \mid A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A \mid B_1)}{P(A)}$$

---

In [27]:

```
P_B_1_A = P_B_1*P_A_B_1/P_A
P_B_1_A
```

Out[27]:

```
0.24242424242424246
```

3.2 Вероятность того, что сессию сдал студннт факультета В:

In [28]:

```
P_B_2_A = P_B_2*P_A_B_2/P_A
P_B_2_A
```

Out[28]:

```
0.21212121212121213
```

3.3 Вероятность того, что сессию сдал студннт факультета С:

In [29]:

```
P_B_3_A = P_B_3*P_A_B_3/P_A
P_B_3_A
```

Out[29]:

```
0.5454545454545455
```

***5* Устройство состоит из трех деталей. Для первой детали вероятность выйти из строя в первый месяц равна 0.1, для второй - 0.2, для третьей - 0.25. Какова вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя: а). все детали б). только две детали в). хотя бы одна деталь г). от одной до двух деталей?**

In [30]:

```
p_1 = 0.1
p_2 = 0.2
p_3 = 0.25
```

***5.1 Вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя все детали:***

In [31]:

```
P_a = p_1*p_2*p_3
P_a
```

Out[31]:

```
0.005000000000000001
```

***5.2 Вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя только две детали:***

Только две детали могут выйти из строя в следующих исходах:

1. Из строя одновременно выйдет 1 и 2 детали, а третья будет работать
2. Из строя одновременно выйдет 1 и 3 детали, а вторая будет работать
3. Из строя одновременно выйдет 2 и 3 детали, а первая будет работать

1. Вероятность, что из строя одновременно выйдет 1 и 2 детали, а третья будет работать

In [32]:

```
P_b_1 = p_1*p_2*(1-p_3)
P_b_1
```

Out[32]:

```
0.015000000000000003
```

2. Вероятность, что из строя одновременно выйдет 1 и 3 детали, а вторая будет работать

In [33]:

```
P_b_2 = p_1*p_3*(1-p_2)
P_b_2
```

Out[33]:

```
0.020000000000000004
```

3. Вероятность, что из строя одновременно выйдет 2 и 3 детали, а первая будет работать

In [34]:

```
P_b_3 = p_2*p_3*(1-p_1)
P_b_3
```

Out[34]:

```
0.045000000000000005
```

Вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя только две детали равна суме вероятностей этих трех исходов

In [35]:

```
P_b = P_b_1 + P_b_2 + P_b_3
P_b
```

Out[35]:

```
0.08000000000000002
```

***5.3 Вероятность того, что в первый месяц выйдет из строя хотя бы одна деталь:***

Посчитаем от противного. Посчитаем вероятность, что из строя ни выйдет не одна деталь и вычтем эту вероятность из 1.

1. Вероятность, что из строя не выйдет 1 деталь:

In [36]:

```
P_c_1 = 1 - p_1
P_c_1
```

Out[36]:

```
0.9
```

2. Вероятность, что из строя не выйдет 2 деталь:

In [37]:

```
P_c_2 = 1 - p_2
P_c_2
```

Out[37]:

```
0.8
```

3. Вероятность, что из строя не выйдет 3 деталь:

In [38]:

```
P_c_3 = 1 - p_3
P_c_3
```

Out[38]:

```
0.75
```

Вероятность, того что из строя не выйдет ни одна деталь равна произведению найденных вероятностей:

In [39]:

```
P_c_from_opposite = P_c_1 * P_c_2 * P_c_3
P_c_from_opposite
```

Out[39]:

```
0.54
```

И, следовательно, вероятность, того что в первый месяц выйдет из строя хотя бы одна деталь равна:

In [40]:

```
P_c = 1 - P_c_from_opposite
P_c
```

Out[40]:

```
0.45999999999999996
```

#### *5.4 Вероятность того, что в первый месяц выйдет из строя от одной до двух деталей:*

Данный вариант является результатом одного из исходов (логическое ИЛИ):

1. Из строя выйдет одна деталь
2. Из строя выйдут две детали

Вероятность того, что из строя выйдет одна деталь равна, а остальные будут работать:

In [41]:

```
P_d_1 = p_1*(1 - p_2)*(1 - p_3) + p_2*(1 - p_1)*(1 - p_3) + p_3*(1 - p_2)*(1 - p_1)
P_d_1
```

Out[41]:

```
0.375
```

Вероятность того, что из строя выйдут две детали была посчитана выше и составила:

In [42]:

```
P_b
```

Out[42]:

```
0.08000000000000002
```

Таким образом, вероятность того, что в первый месяц выйдет из строя от одной до двух деталей равна:

In [43]:

```
P_d = P_d_1 + P_b
P_d
```

Out[43]:

```
0.455
```