Практическое задание 1

Запишем сразу все функции для комбинаторики

Число **сочетаний** из n элементов по k элементов в каждом (в сочетаниях порядок не важен):

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

In [1]:

```
from math import factorial
```

In [2]:

```
def combinations(n, k):
    return int(factorial(n) / (factorial(k) * factorial(n - k)))
```

Число **размещений** из n элементов по k элементов в каждом. При размещениях порядок важен, поэтому вариантов размещения может быть больше, чем сочетаний при заданных k и n.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

In [3]:

```
def arrangements(n, k):
    return int(factorial(n) / factorial(n - k))
```

Число **перестановок** из n элементов — при перестановках важен порядок, но отличие от размещений в том, что применяются все имеющиеся n элементов:

$$P_n = n!$$

In [4]:

```
def permutations(n):
    return int(factorial(n))
```

1 Вероятность того, что стрелок попадет в мишень, выстрелив один раз, равна 0.8. Стрелок выстрелил 100 раз. Найдите вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно 85 раз.

Воспользуемся для расчетов формулой Бернулли

$$P_n(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

In [5]:

```
P = combinations(100, 85)*(0.8**85)*(0.2**15)
P
```

Out[5]:

```
0.048061793700746556
```

2 **Вероятность того, что лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации, равна 0.0004. В жилом комплексе после ремонта в один день включили 5000 новых лампочек. Какова вероятность, что ни одна из них не перегорит в первый день? Какова вероятность, что перегорят ровно две?**

Воспользуемся формулой Пуассона

2.1 Вероятность, что ни одна лампочка не перегорит в первый день

In [6]:

```
import numpy as np
n = 5000
m = 0
p = 0.0004
lambda_ = n * p

(lambda_**m / np.math.factorial(m)) * np.exp(-lambda_)
```

Out[6]:

```
0.1353352832366127
```

2.2 Вероятность, что две лампочки перегорят в первый день

In [7]:

```
import numpy as np
n = 5000
m = 2
p = 0.0004
lambda_ = n * p

(lambda_**m / np.math.factorial(m)) * np.exp(-lambda_)
```

Out[7]:

```
0.2706705664732254
```

Воспользуемся формулой Бернулли

2.1 Вероятность, что ни одна лампочка не перегорит в первый день

In [8]:

```
P = combinations(5000, 0)*(0.0004**0)*((1-0.0004)**5000)
P
```

Out[8]:

```
0.13528114551440706
```

2.2 Вероятность, что две лампочки перегорят в первый день

In [9]:

```
P = combinations(5000, 2)*(0.0004**2)*((1-0.0004)**4998)
P
```

Out[9]:

```
0.2707247150266753
```

Видим, что результаты при применении формул Пуассона и Бернулли практически одинаковые

3 Монету подбросили 144 раза. Какова вероятность, что орел выпадет ровно 70 раз?

Воспользуемся формулой Бернулли

In [10]:

```
P = combinations(144, 70)*(0.5**70)*(0.5**74)
P
```

Out[10]:

```
0.06281178035144776
```

4 В первом ящике находится 10 мячей, из которых 7 - белые. Во втором ящике - 11 мячей, из которых 9 белых. Из каждого ящика вытаскивают случайным образом по два мяча. Какова вероятность того, что все мячи белые? Какова вероятность того, что ровно два мяча белые? Какова вероятность того, что хотя бы один мяч белый?

4.1. Все мячи белые

Все мячи могут быть белыми в том случае если из каждого ящика достали оба белых мяча. Вероятность, что мы достанем два белых мяча из первого ящика белые:

In [11]:

```
combinations(7, 2)/combinations(10, 2)
```

Out[11]:

```
0.4666666666666667
```

Вероятность, что мы достанем два белых мяча из второго ящика:

In [12]:

```
combinations(9, 2)/combinations(11, 2)
```

Out[12]:

```
0.6545454545454545
```

Поскольку данные события должны произойти одновременно, по вероятности перемножаются. Таким образом, вероятность, что все мячи белые равна:

In [13]:

```
0.4666666666666667*0.6545454545454545
```

Out[13]:

```
0.3054545454545455
```

4.2. Два мяча белые

Два мяча белые могут появиться при следующих вариантах:

1. Из первого ящика достали 2 белых мяча и одновременно из второго - достали 2 небелых мяча
2. Из второго ящика достали 2 белых мяча и одновременно из первого - достали 2 небелых мяча
3. Из каждого ящика достали по 1 белому мячу и одному небелому мячу

Вероятность, что мы из первого ящика достали 2 белых мяча и одновременно из второго - достали 2 небелых мяча:

In [14]:

```
combinations(7, 2)/combinations(10, 2)*combinations(2, 2)/combinations(11, 2)
```

Out[14]:

```
0.008484848484848486
```

Вероятность, что мы из второго ящика достали 2 белых мяча и одновременно из первого - достали 2 небелых мяча:

In [15]:

```
combinations(9, 2)/combinations(11, 2)*combinations(3, 2)/combinations(10, 2)
```

Out[15]:

```
0.04363636363636363
```

Вероятность, что мы из каждого ящика достали по 1 белому мячу и одному небелому мячу:

In [16]:

```
(combinations(7, 1)*combinations(3, 1)/combinations(10, 2))*(combinations(9, 1)*combination
```

Out[16]:

```
0.15272727272727274
```

Нас устраивает 1 ИЛИ 2 ИЛИ 3 вариант. Поэтому вероятность будет считаться как сумма вероятностей этих исходов. Тогда вероятность того, что ровно два мяча белые:

Поскольку данные события должны произойти одновременно, по вероятности перемножаются. Таким образом, вероятность, что два мячя белые равна:

In [17]:

```
0.008484848484848486+0.04363636363636363+0.15272727272727274
```

Out[17]:

```
0.20484848484848486
```

4.3. Хотя бы один мяч белый

Событие, что из 4 мячей хотя бы один мяч белый означает, несколько исходов:
1 мяч былый
2 мяча былых
3 мяча белых
4 мяча белых
И в каждом из них возможно еще по несколько вариантов распределения мячей по разным ящикам.
Поэтому нам лучше идти от противного. Найдем вероятность, что все мячи небелые и вычтим ее из 1.
Чтобы все мячи были небелые нужно, что бы из каждого ящика было влзято по 2 небелых мяча.

Вероятность, что мы достанем два небелых мяча из первого ящика белые:

In [18]:

```
combinations(3, 2)/combinations(10, 2)
```

Out[18]:

```
0.06666666666666667
```

Вероятность, что мы достанем два небелых мяча из второго ящика:

In [19]:

```
combinations(2, 2)/combinations(11, 2)
```

Out[19]:

```
0.01818181818181818
```

Поскольку данные события должны произойти одновременно, по вероятности перемножаются. Таким образом, вероятность, что все мячи небелые равна:

In [20]:

```
0.06666666666666667*0.01818181818181818
```

Out[20]:

```
0.0012121212121212121
```

И, следовательно, вроятность того, что хотя бы 1 мяч из 4 белый:

In [21]:

```
1-0.0012121212121212121
```

Out[21]:

```
0.9987878787878788
```