Практическое задание 4 ¶

In [1]:

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import warnings
warnings.filterwarnings('ignore')
```

***1* Случайная непрерывная величина A имеет равномерное распределение на промежутке (200, 800].**

Найдите ее среднее значение и дисперсию.

Математическое ожидание $M(X)$ (среднее значение) равномерно распределенной непрерывной случайной величины можно вычислить по формуле:

$$M(X) = \frac{a+b}{2}$$

тогда:

In [2]:

```
D = (200+800)/2
D
```

Out[2]:

```
500.0
```

По следующей формуле можно рассчитать дисперсию $D(X)$:

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

тогда:

In [3]:

```
B = ((800-200)**2)/12
B
```

Out[3]:

```
30000.0
```

***2* О случайной непрерывной равномерно распределенной величине B известно, что ее дисперсия равна 0.2. Можно ли найти правую границу величины B и ее среднее значение зная, что левая граница равна 0.5? Если да, найдите ее.**

Имеем,

$$0,2 = \frac{(b-0,5)^2}{12}$$

тогда

$$(b - 0,5) = \sqrt{2.4}$$
$$b = 0.5 + \sqrt{2.4}$$

In [4]:

```
b = 0.5 + np.sqrt(2.4)
b
```

Out[4]:

```
2.049193338482967
```

А среднее значение равно:

In [5]:

```
D = (0.5+np.sqrt(2.4)+0.5)/2
D
```

Out[5]:

```
1.2745966692414834
```

3 Непрерывная случайная величина X распределена нормально и задана плотностью распределения f(x) = (1 / (4 * sqrt(2pi))) * (exp(-((x+2)*2) / 32))

Найдите:
а). M(X)
б). D(X)
в). std(X) (среднее квадратичное отклонение)

Вспомним, что:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

где $a = M(X),\ \sigma^2 = D(X).$

тогда из этой формулы находим,
$M(X) = -2,$
$D(X) = 16,$
$std(X) = 4$

4 Рост взрослого населения города X имеет нормальное распределение. Причем, средний рост равен 174 см, а среднее квадратичное отклонение равно 8 см. Какова вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост:

а). больше 182 см

Используя правило трех сигм находим, что в промежутках:

- $\text{меньше} -3\sigma$ состредоточено 0.14% зачений роста взрослого населения города X

- от -3σ до -2σ состредоточено 2,16% зачений роста взрослого населения города X
- от -2σ до -1σ состредоточено 13,7% зачений роста взрослого населения города X
- от -1σ до 0 состредоточено 34% зачений роста взрослого населения города X
- от 0 до 1σ состредоточено 34% зачений роста взрослого населения города X
- от 1σ до 2σ состредоточено 13,7% зачений роста взрослого населения города X
- от 2σ до 3σ состредоточено 2,16% зачений роста взрослого населения города X
- от 3σ и больше сигм состредоточено 0,14% зачений роста взрослого населения города X

182 см соответсвует значению +2 сигме. Тогда доля людей имеющих рост больше 190 см равна 1-0,84 = 0,16. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост больше 182 см.

Найдем данный показатель через Z таблицу.

In [6]:

```
h = 182
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[6]:

```
1.0
```

Для Z = 1 P = 0,8413. Тогда доля людей имеющих рост больше 182 см равна 1-0,8413 = 0,1587. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост больше 182 см.

Найдем данный показатель через вычисление определенного интеграла функции, которой задано это распределение

In [7]:

```
from scipy import integrate
func = lambda x: 1 / (8 * np.sqrt(2*np.pi)) * np.exp(-(((x-174)**2)/128))
answer = integrate.quad(func, 182, np.inf)
answer
```

Out[7]:

```
(0.1586552539314517, 1.1010273516152101e-08)
```

Видим, что все наши расчеты совпали с определеной долей погрешности

б). больше 190 см

190 см соответсвует значению +1 сигме. Тогда доля людей имеющих рост больше 182 см равна 1-0,84-0,137 = 0,023. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост больше 190 см.

Найдем данный показатель через Z таблицу.

In [8]:

```
h = 190
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[8]:

```
2.0
```

Для Z = 2 P = 0,9772. Тогда доля людей имеющих рост больше 190 см равна 1-0,9772 = 0,0228. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост больше 190 см.

Найдем данный показатель через вычисление определенного интеграла функции, которой задано это распределение

In [9]:

```
from scipy import integrate
func = lambda x: 1 / (8 * np.sqrt(2*np.pi)) * np.exp(-(((x-174)**2)/128))
answer = integrate.quad(func, 190, np.inf)
answer[0]
```

Out[9]:

```
0.0227501319481792
```

Видим, что все наши расчеты совпали с определеной долей погрешности

в). от 166 см до 190 см

190 см соответсвует значению +2 сигмы, а 166 см соответсвует значению -1 сигме. Тогда доля людей имеющих рост от 166 см до 190 см равна 0,34 + 0,34 + 13,7 = 0,817. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост от 166 см до 190 см.

Найдем данный показатель через Z таблицу.

In [10]:

```
h = 190
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[10]:

```
2.0
```

In [11]:

```
h = 166
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[11]:

```
-1.0
```

Для Z = 2 P = 0,9772, а для Z = -1, P = 0,1587. Тогда доля людей имеющих рост от 166 см до 190 см равна 0,9772 - 0,1587 = 0,8185. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост от 166 см до 190 см.

Найдем данный показатель через вычисление определенного интеграла функции, которой задано это распределение

In [12]:

```
from scipy import integrate
func = lambda x: 1 / (8 * np.sqrt(2*np.pi)) * np.exp(-(((x-174)**2)/128))
answer = integrate.quad(func, 166, 190)
answer[0]
```

Out[12]:

```
0.8185946141203638
```

Видим, что все наши расчеты совпали с определеной долей погрешности

г). от 166 см до 182 см

182 см соответсвует значению +1 сигме, а 166 см соответсвует значению -1 сигме. Тогда доля людей имеющих рост от 166 см до 182 см равна 0,34 + 0,34 = 0,68. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост от 166 см до 182 см.

Найдем данный показатель через Z таблицу.

In [13]:

```
h = 182
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[13]:

```
1.0
```

In [14]:

```
h = 166
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[14]:

```
-1.0
```

Для Z = 1 P = 0,8413, а для Z = -1, P = 0,1587. Тогда доля людей имеющих рост от 166 см до 182 см равна 0,8413 - 0,1587 = 0,6826. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост от 166 см до 182 см.

Найдем данный показатель через вычисление определенного интеграла функции, которой задано это распределение

In [15]:

```
from scipy import integrate
func = lambda x: 1 / (8 * np.sqrt(2*np.pi)) * np.exp(-(((x-174)**2)/128))
answer = integrate.quad(func, 166, 182)
answer[0]
```

Out[15]:

```
0.682689492137086
```

Видим, что все наши расчеты совпали с определеной долей погрешности

д). от 158 см до 190 см

158 см соответсвует значению -2 сигмам, а 190 см соответсвует значению +2 сигмам. Тогда доля людей имеющих рост от 158 см до 190 см равна 0,34 + 0,34 + 13,7 + 13,7= 0,954. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост от 158 см до 190 см.

Найдем данный показатель через Z таблицу.

In [16]:

```
h = 158
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[16]:

```
-2.0
```

In [17]:

```
h = 190
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[17]:

```
2.0
```

Для Z = -2 P = 0,0228, а для Z = 2, P = 0,9772. Тогда доля людей имеющих рост от 158 см до 190 см равна 0,9772 - 0,0228 = 0,9544. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост от 158 см до 190 см.

Найдем данный показатель через вычисление определенного интеграла функции, которой задано это распределение

In [18]:

```
from scipy import integrate
func = lambda x: 1 / (8 * np.sqrt(2*np.pi)) * np.exp(-(((x-174)**2)/128))
answer = integrate.quad(func, 158, 190)
answer[0]
```

Out[18]:

```
0.9544997361036412
```

Видим, что все наши расчеты совпали с определеной долей погрешности

e). не выше 150 см или не ниже 190 см

190 см соответсвует значению +2 сигме, а 150 см соответсвует значению -3 сигм. Тогда доля людей имеющих рост не выше 150 см или не ниже 190 см равна 0,0014 + 0,023 = 0,0244. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост не выше 150 см или не ниже 190 см.

Найдем данный показатель через Z таблицу.

In [19]:

```
h = 150
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[19]:

```
-3.0
```

In [20]:

```
h = 190
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[20]:

```
2.0
```

Для Z = -3 P = 0,0014, а для Z = 2, P = 0,9772. Тогда доля людей имеющих рост не выше 150 см или не ниже 190 см равна 0,0014 + (1 - 0,9772) = 0,0242. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост не выше 150 см или не ниже 190 см.

Найдем данный показатель через вычисление определенного интеграла функции, которой задано это распределение

In [21]:

```
from scipy import integrate
func = lambda x: 1 / (8 * np.sqrt(2*np.pi)) * np.exp(-(((x-174)**2)/128))
answer_1 = integrate.quad(func, 0, 150)
answer_2 = integrate.quad(func, 190, np.inf)
answer_1[0] + answer_2[0]
```

Out[21]:

```
0.02410002997980929
```

Видим, что все наши расчеты совпали с определеной долей погрешности

ё). не выше 150 см или не ниже 198 см

198 см соответсвует значению +3 сигме, а 150 см соответсвует значению -3 сигм. Тогда доля людей имеющих рост не выше 150 см или не ниже 198 см равна 0,0014 + 0,0014 = 0,0028. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост не выше 150 см или не ниже 198 см.

Найдем данный показатель через Z таблицу.

In [22]:

```
h = 150
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[22]:

```
-3.0
```

In [23]:

```
h = 198
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[23]:

```
3.0
```

Для Z = -3 P = 0,0014, а для Z = 2, P = 0,9987. Тогда доля людей имеющих рост не выше 150 см или не ниже 198 см равна 0,0014 + (1 - 0,9987) = 0,0027. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост не выше 150 см или не ниже 198 см.

Найдем данный показатель через вычисление определенного интеграла функции, которой задано это распределение

In [24]:

```
from scipy import integrate
func = lambda x: 1 / (8 * np.sqrt(2*np.pi)) * np.exp(-(((x-174)**2)/128))
answer_1 = integrate.quad(func, 0, 150)
answer_2 = integrate.quad(func, 198, np.inf)
answer_1[0] + answer_2[0]
```

Out[24]:

```
0.002699796063253696
```

Видим, что все наши расчеты совпали с определеной долей погрешности

ж). ниже 166 см.

166 см соответсвует значению -1 сигме. Тогда доля людей имеющих рост ниже 166 см равна 0,137 + 0,0216 + 0,0014 = 0,16. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост ниже 166 см.

Найдем данный показатель через Z таблицу.

In [25]:

```
h = 166
sigma = 8
mu = 174
Z = (h - mu) / sigma
Z
```

Out[25]:

```
-1.0
```

Для Z = -1 P = 0,1587. Тогда доля людей имеющих рост ниже 166 см равна 0,1587. Это и будет вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост ниже 166 см.

Найдем данный показатель через вычисление определенного интеграла функции, которой задано это распределение

In [26]:

```
from scipy import integrate
func = lambda x: 1 / (8 * np.sqrt(2*np.pi)) * np.exp(-(((x-174)**2)/128))
answer = integrate.quad(func, 0, 166)
answer
```

Out[26]:

```
(0.15865525393145702, 2.7539657010815254e-10)
```

Видим, что все наши расчеты совпали с определеной долей погрешности

5 На сколько сигм (средних квадратичных отклонений) отклоняется рост человека, равный 190 см, от математического ожидания роста в популяции, в которой M(X) = 178 см и D(X) = 25 кв.см?

Имеем:
$M(X) = 178$
$\sigma = \sqrt{25} = 5$
Тогда рост человека, равный 190 см отклоняется от математического ожидания роста в популяции на $(190 - 178)/5 = +2,4\sigma$