

Отчет по заданию 4

Часть 1

$$\begin{cases} -\Delta u + \alpha u = f(x, y), & 0 < x^2 + y^2 < R^2, \\ \frac{\partial u}{\partial n} = g(x, y), & x^2 + y^2 = R^2, \ y > 0, \\ u = h(x, y), & x^2 + y^2 = R^2, \ y < 0. \end{cases}$$

Было взято 3 набора функций для $R = 1$.

Пример 1

$$\begin{cases} -\Delta u + 1.2u = 3y + 10x^2, & 0 < x^2 + y^2 < R^2, \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 4y - 100x, & x^2 + y^2 = R^2, \ y > 0, \\ u = 1 + x^2 + 2y^2, & x^2 + y^2 = R^2, \ y < 0. \end{cases}$$

Отклонения от точного решения:

$$L_2\text{-error} = 25.3, \quad C\text{-error} = 47.2$$

Рисунок посчитанного решения:

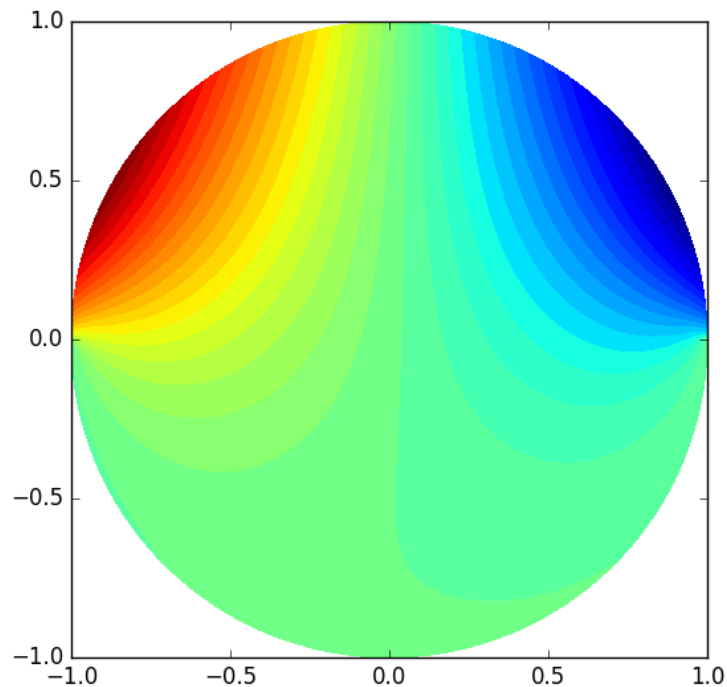


Рис. 1: $u(x, y)$

Пример 2

$$\begin{cases} -\Delta u + 9.3u = 4 \sin y - 8x, & 0 < x^2 + y^2 < R^2, \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 11x + 9y, & x^2 + y^2 = R^2, \ y > 0, \\ u = 2 - 12xy - 25xy^2, & x^2 + y^2 = R^2, \ y < 0. \end{cases}$$

Отклонения от точного решения:

$$L_2\text{-error} = 8.2, \quad C\text{-error} = 18.3$$

Рисунок посчитанного решения:

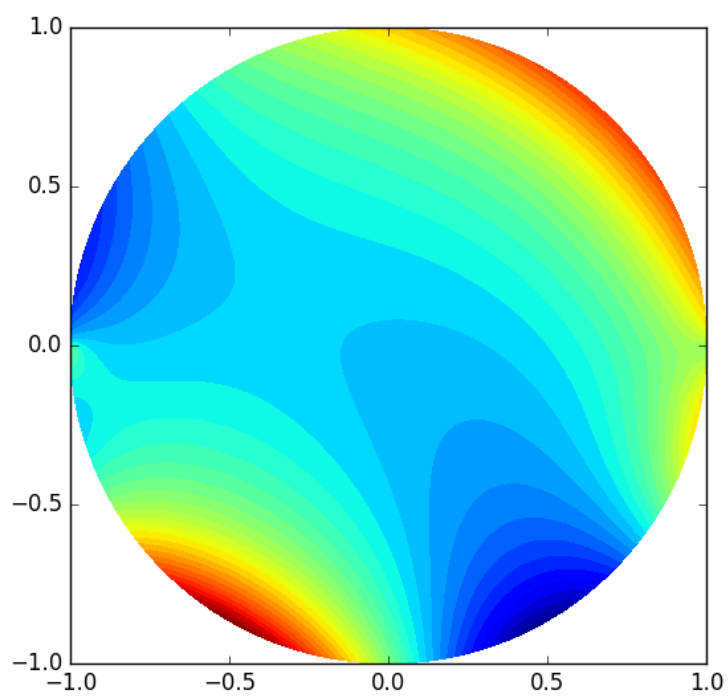


Рис. 2: $u(x, y)$

Пример 3

$$\begin{cases} -\Delta u + 23.7u = 12x - e^y, & 0 < x^2 + y^2 < R^2, \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 5 \cos x - 7y, & x^2 + y^2 = R^2, \quad y > 0, \\ u = 0.5 - 20x + 31y^2, & x^2 + y^2 = R^2, \quad y < 0. \end{cases}$$

Отклонения от точного решения:

$$L_2\text{-error} = 19.9, \quad C\text{-error} = 35.3$$

Рисунок посчитанного решения:

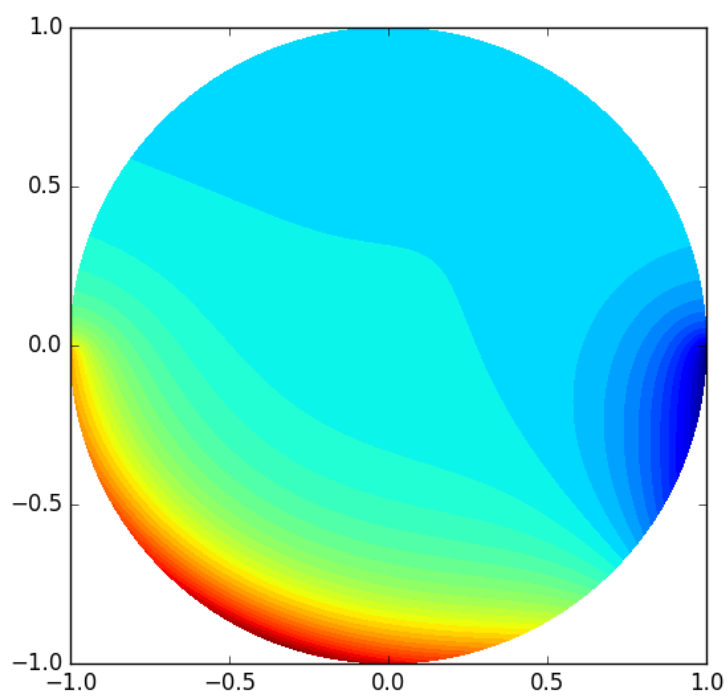


Рис. 3: $u(x, y)$

Часть 2

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \Delta u + f(x, y, t), & 0 < x^2 + y^2 < R^2, \\ \frac{\partial u}{\partial n} = g(x, y, t), & x^2 + y^2 = R^2, \quad y > 0, \\ u = h(x, y, t), & x^2 + y^2 = R^2, \quad y < 0. \end{cases}$$

Было взято 3 набора функций для $R = 1$. Видео с результатами подсчетов в репозитории.

Пример 1 (video1)

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 1.2\Delta u + 8x - 4\sin y + \sin t, & 0 < x^2 + y^2 < R^2, \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 9y - 11x - \sin t, & x^2 + y^2 = R^2, \quad y > 0, \\ u = 1 - 12xy - 25y^2 - (\sin x - \cos y)t, & x^2 + y^2 = R^2, \quad y < 0. \end{cases}$$

Пример 2 (video2)

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 12\Delta u + 8x - 4\sin y + \sin t, & 0 < x^2 + y^2 < R^2, \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 9y - 11x - \sin t, & x^2 + y^2 = R^2, \quad y > 0, \\ u = 1 + 20y^2 - t \sin(x + 2y), & x^2 + y^2 = R^2, \quad y < 0. \end{cases}$$

Пример 3 (video3)

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 22\Delta u + 8x + 20y - t, & 0 < x^2 + y^2 < R^2, \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 9y - 11x - \sin t, & x^2 + y^2 = R^2, \quad y > 0, \\ u = 1 + t \cos(e^x - 20y), & x^2 + y^2 = R^2, \quad y < 0. \end{cases}$$