

- [Главная](#)
- [Вопросы и ответы](#)

Полиномиальные преобразования - математика

Математические выкладки решения задачи, применяемой при привязке данных

[Обсудить в форуме](#) Комментариев — 16

Введение

При операции географической привязки данных, то есть перевода данных из локальной системы координат в географическую или прямоугольную, сам пересчет обычно происходит "за сценой" и его особенности часто понятны пользователю только интуитивно. Эта статья показывает полный алгоритм пересчета и может быть использована для реализации алгоритмов привязки данных в своем ПО и просто для более полного понимания того, что происходит на самом деле. Для менее насыщенного формулами описания рекомендуем ознакомиться со статьей "[Полиномиальные преобразования](#)". Указанная статья, хотя и содержит формулы преобразований, не показывает детальной их реализации, однако представляет важную информацию о применении данных преобразований на практике. Для того, чтобы посмотреть примеры реализации подобных преобразований, рекомендуем ознакомиться со статьей "[Полиномиальные преобразования - примеры реализации](#)", которая показывает примеры реализации на языке Delphi, R, Excel и Mathcad.

Так как одно из наиболее часто используемых преобразований при привязки - полиномиальное преобразование 2-й степени, мы иллюстрируем наши расчеты на его примере. Вычисления для [аффинного преобразования](#) (оно же полиномиальное преобразование 1-й степени) выполняются аналогичным образом, с меньшим количеством коэффициентов.

Данная статья иллюстрирует случай, когда количество точек привязки равно минимально необходимому, в данном случае $n = 6$. В случае если точек больше и необходимо так же вычислить ошибку, математика будет несколько другая. Мы планируем осветить этот вопрос в отдельной статье.

Математика

Решение задачи трансформации сводится к нахождению коэффициентов системы уравнений. Напомним, что в случае полиномиального преобразования 2-й степени, система уравнений выглядит следующим образом:



где:

x, y - координаты в исходной системе координат (известны)

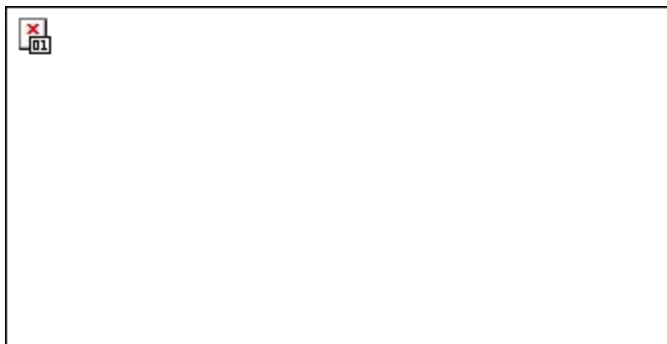
x', y' - координаты в конечной системе координат (известны)

a_{0-5}, b_{0-5} - коэффициенты (неизвестны)

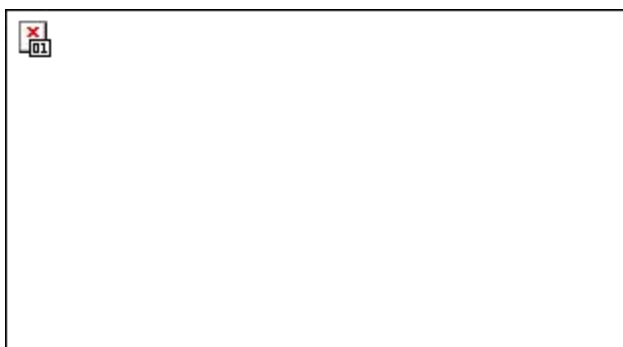
Таким образом, имея 12 неизвестных, нам понадобится 6 пар точек с известными координатами до и после трансформации ($x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3; x_4, y_4; x_5, y_5; x_6, y_6$ и $x'_1, y'_1; x'_2, y'_2; x'_3, y'_3; x'_4, y'_4; x'_5, y'_5; x'_6, y'_6$):



Или, перегруппируя этот набор уравнений по x и y :

A large empty rectangular box with a thin black border. In the top-left corner, there is a small icon consisting of a red 'X' inside a square, with the number '01' below it.

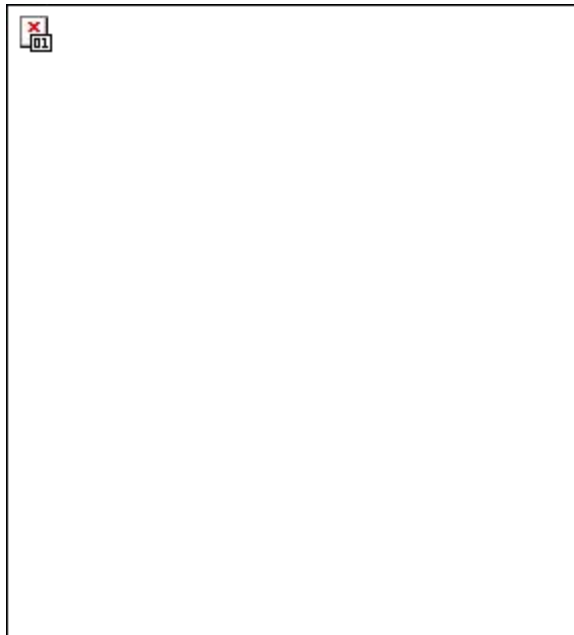
Каждая группа используется соответственно для получения коэффициентов a_i и b_i . В матричной форме это выглядит следующим образом, для a и b :

A large empty rectangular box with a thin black border. In the top-left corner, there is a small icon consisting of a red 'X' inside a square, with the number '01' below it.A large empty rectangular box with a thin black border. In the top-left corner, there is a small icon consisting of a red 'X' inside a square, with the number '01' below it.

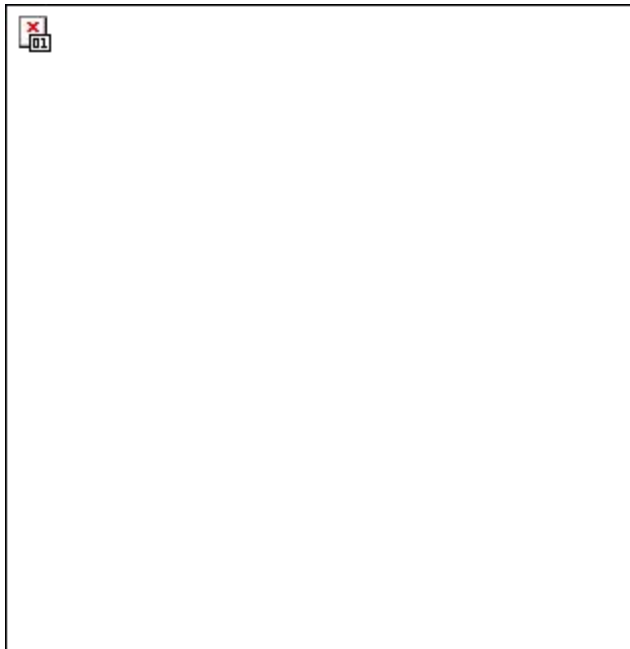
Для получение коэффициентов, каждая часть уравнения должна быть умножена на обратную матрицу с коэффициентами, например для a :

A large empty rectangular box with a thin black border. In the top-left corner, there is a small icon consisting of a red 'X' inside a square, with the number '01' below it.

Таким образом в матричной форме, вычисление коэффициентов:



Необходимо иметь в виду, что для обратного преобразования из x, y в x', y' матрица коэффициентов будет выражаться несколько по другому и сами коэффициенты будут другими:



Таким образом, для решения данной системы, наше программное обеспечение должно уметь производить операции получения обратной матрицы и умножения матриц.

Полученный набор коэффициентов подставляется потом в исходные уравнения и задача получения новых координат решается для каждого пиксела исходного растра, получая таким образом результат в выходной системе координат.

[Обсудить в форуме](#) Комментариев — 16

Ссылки по теме

- [Полиномиальные преобразования](#)
- [Среднеквадратичная ошибка \(RMSE\)](#)
- [Полиномиальные преобразования - примеры реализации](#)

Последнее обновление: March 14 2011

Дата создания: 02.03.2008

Автор(ы): [Максим Дубинин](#)