Задачи на сфере: линейная засечка

Обсудить в форуме Комментариев — 21

Эта страница опубликована в основном списке статей сайта
по адресу http://gis-lab.info/qa/sphere-geodesic-linear-resection.html

Линейная засечка — это нахождение положения точки по координатам двух исходных пунктов и расстояниям от этих пунктов до определяемой точки.

Содержание

Общие положения

В качестве модели Земли принимается сфера с радиусом R, равным среднему радиусу земного эллипсоида. Аналогом прямой линии на плоскости является геодезическая линия на поверхности. На сфере геодезическая линия — дуга большого круга.

Введём следующие обозначения:

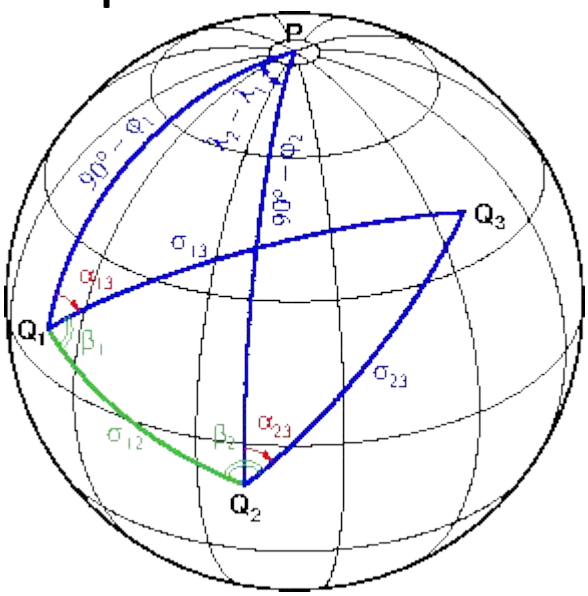
- φ — географическая широта,
- λ — географическая долгота,
- α — азимут дуги большого круга,
- σ — сферическое расстояние (длина дуги большого круга, выраженная в долях радиуса шара).

Линейное расстояние по дуге большого круга s связано со сферическим расстоянием σ формулой $s = R\,\sigma$.

Постановка задачи

Исходные данные координаты пунктов Q_1, Q_2 — $\varphi_1, \lambda_1, \varphi_2, \lambda_2$, расстояния от пунктов Q_1, Q_2 до точки Q_3 — σ_{13}, σ_{23}. Определяемые величины координаты точки Q_3 — φ_3, λ_3.

Алгоритм



Линейная засечка

Решение любого вида засечек сводится к нахождению полярных координат искомой точки, т.е. начального направления и расстояния на неё с одного из исходных пунктов. На конечном этапе координаты находятся из решения прямой геодезической задачи. Поскольку в линейной засечке расстояния σ_{13} и σ_{23} уже заданы, остаётся определить направление α_{13} или α_{23}.

На рисунке синим цветом выделены заданные элементы сферических треугольников, красным цветом неизвестные, зелёным — вспомогательные элементы. Итак, в треугольнике $Q_1Q_2Q_3$ известны только два элемента — стороны σ_{13} и σ_{23}. Из решения обратной геодезической задачи для пунктов Q_1, Q_2 можно получить недостающий третий элемент — расстояние σ_{12}, а также азимут α_{12}.

Последовательность действий:

1. решить обратную геодезическую задачу для Q_1, Q_2: по φ_1, λ_1, φ_2, λ_2 получить α_{12}, σ_{12};
2. в треугольнике $Q_1Q_2Q_3$ по σ_{12}, σ_{13}, σ_{23} вычислить угол β_1;
3. вычислить азимут α_{13};
4. решить прямую геодезическую задачу для Q_1, Q_3: по φ_1, λ_1, α_{13}, σ_{13} вычислить φ_3, λ_3.

Действия по первому и последнему пунктам рассмотрены в статьях Задачи на сфере: обратная геодезическая задача и Задачи на сфере: прямая геодезическая задача.

Угол β_1 и азимут α_{13} вычисляются по формулам:

$$\cos\beta_1 = \frac{\cos\sigma_{23} - \cos\sigma_{12}\cos\sigma_{13}}{\sin\sigma_{12}\sin\sigma_{13}}$$

$$\alpha_{13} = \alpha_{12} \mp \beta_1$$

Если величина косинуса превышает единицу, задача поставлена некорректно, не выполняется закон «Длина стороны не может превышать сумму длин других сторон».

В общем случае имеется два решения, расположенных симметрично относительно большого круга Q_1Q_2. Следует явно определить, с какой стороны от направления Q_1Q_2 находится точка Q_3: если слева, как на рисунке, то в последней формуле ставим знак минус, если же справа — знак плюс.

Пример программной реализации

Пример функции SphereLinear на языке Си, реализующей вышеизоложенный алгоритм:

```
/*
 * Решение линейной засечки
 *
 * Аргументы исходные:
 *     pt1    - {широта, долгота} пункта Q1
 *     pt2    - {широта, долгота} пункта Q2
 *     dist13 - азимут направления Q1-Q3
 *     dist23 - азимут направления Q2-Q3
 *     clockwise - флаг направления:
 *                 0 - налево от линии Q1-Q2,
 *                 1 - направо от линии Q1-Q2
 *
 * Аргументы определяемые:
 *     pt3 - {широта, долгота} точки Q3
 */
int SphereLinear(double pt1[], double pt2[], double dist13, double dist23,
                 int right, double pt3[])
{
  double azi12, dist12, azi13;
  double cos_beta1;
```

```
  if (dist13 == 0.) {                          // Решение - точка Q1.
    pt3[0] = pt1[0];
    pt3[1] = pt1[1];
    return 0;
  } else if (dist23 == 0.) {                   // Решение - точка Q2.
    pt3[0] = pt2[0];
    pt3[1] = pt2[1];
    return 0;
  }

  SphereInverse(pt1, pt2, &azi12, &dist12);
  cos_beta1 = (cos(dist23) - cos(dist12) * cos(dist13))
    / (sin(dist12) * sin(dist13));
  if (fabs(cos_beta1) > 1.)                    // Решение не существует.
    return -1;
  azi13 = clockwise ? azi12 + acos(cos_beta1) : azi12 - acos(cos_beta1);
  SphereDirect(pt1, azi13, dist13, pt3);

  return 0;
}
```

Этот код находится в архиве Sph.zip в файле **sph.c**. Кроме того, в файл **sph.h** включены следующие определения:

```
#define A_E 6371.0                             // радиус Земли в километрах
#define Degrees(x) (x * 57.29577951308232)     // радианы -> градусы
#define Radians(x) (x / 57.29577951308232)     // градусы -> радианы
```

Теперь напишем программу, которая обращается к функции SphereLinear для решения линейной засечки:

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include "sph.h"

int main(int argc, char *argv[])
{
  char buf[1024];
  double pt1[2], pt2[2], pt3[2];
  double lat1, lon1, lat2, lon2, dist13, dist23;
  int clockwise;

  while (fgets(buf, 1024, stdin) != NULL) {
    sscanf(buf, "%lf %lf %lf %lf %lf %lf %d",
           &lat1, &lon1, &lat2, &lon2, &dist13, &dist23, &clockwise);
    pt1[0] = Radians(lat1);
    pt1[1] = Radians(lon1);
    pt2[0] = Radians(lat2);
    pt2[1] = Radians(lon2);
    if (SphereLinear(pt1, pt2, dist13 / A_E, dist23 / A_E, clockwise, pt3))
      puts("\t"); /* Решений нет */
    else
      printf("%f\t%f\n", Degrees(pt3[0]), Degrees(pt3[1]));
  }
  return 0;
}
```

В архиве Sph.zip этот код находится в файле **lin.c**. Создадим исполняемый модуль **lin** компилятором **gcc**:

```
$ gcc -o lin lin.c sph.c -lm
```

Впрочем, в архиве есть **Makefile**. Для MS Windows готовую программу **lin.exe** можно найти в архиве Sph-win32.zip.

Программа читает данные из стандартного ввода консоли и отправляет результаты на стандартный вывод.

Для чтения и записи файлов используются символы перенаправления потока «>» и «<» соответственно. Из каждой строки ввода программа считывает координаты первого и второго пунктов φ_1, λ_1, φ_2, λ_2 в градусах, расстояния σ_{13} и σ_{23} в километрах (точнее, в единицах константы A_E) и признак направления (0 — налево от линии Q_1Q_2, 1 — направо); решает линейную засечку; выводит в строку вывода координаты третьей точки φ_3, λ_3 в градусах.

Создадим файл **lin.dat**, содержащий одну строку данных:

```
30 0 60 30 5001.1309 1722.9431 1
```

После запуска программы

```
$ lin < lin.dat
```

получим φ_3, λ_3:

```
52.000001 54.000000
```

В архиве Sph-py.zip находится код на языке Питон. Выполнение скрипта в командной консоли:

```
$ python lin.py lin.dat
```

Ссылки

- Вычисление расстояния и начального азимута между двумя точками на сфере
- Вычисление угла образованного тремя точками на сфере
- Задачи на сфере: обратная геодезическая задача
- Задачи на сфере: прямая геодезическая задача
- Задачи на сфере: угловая засечка
- Краткий справочник по сферической тригонометрии
- Earth radius
- Степанов Н. Н. Сферическая тригонометрия

Обсудить в форуме Комментариев — 21

Последнее обновление: 2014-06-21 11:43

Дата создания: 11.03.2014
Автор(ы): ErnieBoyd