Modern mathematics series

Sergey Strukov

19 сентября 2021 г.

Удобства.

n.1

1) Многие математические объекты есть множества с дополнительными структурами. Довольно часто, в этих структурах есть один выделенный элемент базового множества. Например, если G — группа, то этот выделенный элемент — единица группы. В таком случае удобно символом G° обозначать базовое множество с выколотым выделенным элементом. Например, $\mathbb{Z}^\circ$ — множество ненулевых целых чисел.

2) Несколько полезных определений:

$$\mathbb{R}_+ := \{ \; t \in \mathbb{R} \mid t > 0 \; \}$$

$$\mathbb{R}_- := \{ \; t \in \mathbb{R} \mid t < 0 \; \}$$

$$\mathbb{Z}_+ := \{ \; t \in \mathbb{Z} \mid t > 0 \; \}$$

$$\mathbb{Z}_- := \{ \; t \in \mathbb{Z} \mid t < 0 \; \}$$

3) Если p — простое число, то $\mathbb{Z}/(p)$ — простое (конечное) поле из p элементов.

4) $\{ \pm \}$ — группа знаков, стандартная группа второго порядка.

5) Одномерный тор:

$$\mathbb{T} := \{ \ z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1 \ \}$$

Одна из важнейших топологических групп во всей математике.

6) Стандартная комплексная синусоида:

$$\mathbb{e}(t) = e^{2\pi i t} \ , \ t \in \mathbb{R}$$

7) Основные свойства $\mathbb{e}(t)$:

$$\mathbb{e}(t + t') = \mathbb{e}(t) \cdot \mathbb{e}(t')$$

$$\mathbb{e}(kt) = \mathbb{e}(t)^k$$

$$\mathbb{e}(t + 1) = \mathbb{e}(t)$$

$$|\mathbb{e}(t)| = 1$$

$$\mathbb{e}(-t) = \mathbb{e}(t)^{-1} = \overline{\mathbb{e}(t)}$$

8) В силу периодичности, $\mathbb{e}(t)$ может быть определена для аргумента t из $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$. Фактически, $\mathbb{e}(t) : \mathbb{R}/\mathbb{Z} \simeq \mathbb{T}$.