[illegible]ов С. С. Исследование операций
СА 9 3Т

Исследование операций — дисциплина, занимающаяся разработкой и применением методов нахождения оптимальных решений на основе математического и статистического моделирования, а также при использовании эвристического подхода в различных областях человеческой деятельности. Операцией называется всякое мероприятие или система действий, объединенное единым замыслом и направленное к достижению какой-то цели. Цель — предварительное количественное обоснование оптимальных решений с опорой на показатель эффективности. Оптимальное решение — это решение, которое по тем или другим признакам предпочтительнее других. Характерная особенность исследования операций — системный подход к поставленной проблеме и анализ. Любая задача, которая решается, должна рассматриваться с точки зрения влияния на критерии функционирования системы в целом. Для исследования операций характерно то, что при решении каждой проблемы могут возникать новые задачи.

Общая задача линейного программирования, основные понятия.

Общей задачей лин. ~~[illegible]~~ программирования называется задача, которая ~~[illegible]~~ состоит в определении максимального (минимального) значения функции:

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

При следующих ограничениях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \quad i = \overline{1,k}; \ k \le m,$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{k+1,m},$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,s}; \ s \le n.$$

Тапашиков С.С. 19САУ3Т

Функция называется целевой функцией, а условия ограничениями данной задачи. Стандартной задачей линейного программирования называется задача, которая состоит в определении максимального для $\leq$ (минимального - для $\geq$) значения функции при выполнении условий, где $k = m$, $S = n$.

Канонической задачей называется задача, которая состоит в определении максимума функции

Правило приведения задачи линейного программирования к каноническому виду состоит в следующем

1) Если в исходной задаче требуется определить максимум линейной функции, то следует изменить знак и искать минимум этой функции

2) Если в ограничениях правая часть отрицательна, то следует умножить это ограничение на -1;

3) Если среди ограничений имеются неравенства, то путем введения дополнительных неотрицательных переменных они преобразуются в равенства

4) Если некоторая переменная x_j не имеет ограничений по знаку, то она заменяется (в целевой функции и во всех ограничениях) разностью между двумя новыми неотрицательными переменными:

$x_3 = x_3^+ - x_3^-$, где $x_3^+, x_3^- \geq 0$

Совокупность чисел $X = (x_1, x_2, \ldots x_n)$, удовлетворяющих ограничениям, называется допустимым решением или планом

Оптимальный план $X = x_1^*, x_2^*, \ldots x_n^*$, при котором целевая функция принимает свое максимальное (минимальное) значение, называется оптимальным.

вопрос 11. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования

Графический метод основан на геометрической интерпретации задачи линейного программирования.

Теорема 1. Множество всех планов задачи линейного программирования выпукло (если оно непусто)

Теорема 2. Целевая функция задачи лин. прогр. достигает своего минимального (максимального) значения в угловой точке многогранника решений. Если целевая функция принимает минимальное (максимальное) значение более чем в одной угловой точке, то она достигает того же значения в любой точке, являющейся выпуклой линейной комбинацией этих точек.

Теорема 3. Если система векторов $A_1, A_2, \ldots, A_k$ $(k \le n)$ в разложении линейно независима и такова, что $x_1A_1 + x_2A_2 + \ldots + x_kA_k = B$, где все $x_i > 0$, то точка $X = (x_1, x_2, \ldots, x_k, 0, \ldots, 0)$ является угловой точкой многогранника решений

Теорема 4. Если $V = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — угловая точка многогранника решений, то векторы A_j, соответствующие положительным x_j в разложении, линейно независимы.