

Лекция 8 Динамические игры (полной,
но несовершенной информацией)

• Понятие несовершенной информации,
информационных множеств и совершенного
по подыграм равновесия Нэша

Рассмотрим класс игр, называемых игра-
ми с несовершенной информацией, в которых
игроки могут не знать полностью
предстоящую игру. Т.е. осуществляя оче-
редной ход, они знают, что находится
в одной из вершин некоторого разностепенного
множества всех вершин дерева игры

(так называемого информационного множе-
ства). Примером игры с несовершенной
информацией служит лотерея с статической
игрой. Ее можно искусственно дина-
мизировать, задав произвольным образом
порядок ходов и получить подпоследователь-
ностями информационные множества.

Многостепенные игры (называемыми действиями)
Рассмотрим класс игр, для анализа
которых можно использовать (при все-
сторонней его модификации) обратную
индукцию. Эти игры можно
называть играми (почти совершенной
информацией другое название - многосте-
пенные игры с наблюдаемыми действиями)
Такие игры можно разбить на
несколько этапов $t = 1, \dots, T$, каждый
из которых представляет собой
одну или несколько статических
игр.

Международная конкуренция

Две страны участвуют в между-
народной торговле друг с другом.

В каждой стране имеется произ-
водство, фирмы и потребители

1) Правительство i осуществляет тарифы
 τ_i .

2) Фирма страны i производит продукцию h_i для внутреннего рынка страны и e_i на экспорт в другую страну

3) Компанией государства продукция по цене $P_i(Q_i) = a - Q_i$, где $Q_i = h_i + e_i$

4) Затраты фирмы складываются из производственных затрат $C = (h_i + e_i)$ и экспортной пошлины $t_j \cdot e_i$.
Упа производится в два этапа

1) Сначала устанавливается цена на продукцию одновременно и независимо производителями

2) Затем, зная тарифы, фирмы удовлетворяют спросу на внутреннем рынке двух стран

(экономия Курно), максимальная выгода страны для внутреннего рынка

$$P_i(Q_i) = a - Q_i, Q_i = h_i + e_i$$

$$C = (h_i + e_i) + t_j \cdot e_i$$

$$\Pi_i(h_i, t_j, h_j, e_i, h_j, e_j) =$$

$$= [a - (h_i + e_j)] \cdot h_i + [a - (h_j + e_i)] \cdot e_i - C(h_i, t_j, h_j, e_i, h_j, e_j)$$

1) Величина фирмы определяется их числом (n_i)

2) Величина государства учитывает интересы потребителей и фирмы в обеих странах, а также дохода от пошлин на импорт (t_j)

3) Величина пошлины на импорт соответствует максимизации национального дохода

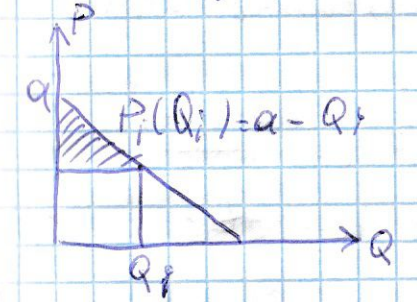


Рис. спрос на тарифы и нахождение равновесия. Тогда в виде фирм. для каждой выработано условие максимума прибыли

$$[h_1^*, h_2^*, P_1^*, P_2^*]$$

$$\max_{h_i, e_i \geq 0} \Pi_i(t_i, t_j, h_i, e_i, h_j, e_j^*), i = 1, 2$$

$$\max_{h_i \geq 0} h_i \cdot (a - (h_i + e_j^*) - c)$$

$$\max_{e_i \geq 0} e_i \cdot (a - (e_i + h_j^*) - c) = t_j \cdot e_i$$

$$\begin{cases} h_1^* = \frac{a-c-e_2^*}{2}; & e_1^* = \frac{a-c-h_2^*-t_2}{2} \\ h_2^* = \frac{a-c-e_1^*}{2}; & e_2^* = \frac{a-c-h_1^*-t_1}{2} \end{cases}$$

$$h_i^* = \frac{a-c+t_i}{3}; \quad e_i^* = \frac{a-c-2t_i}{3}, \quad i=1,2$$

Подставив равновесие Нэша в уравнение Курноу, ~~зависимый~~ зависимость от маржиры, как от параметра, в формулу вычисления издержек, найдем равновесие Нэша в игре с издержками, максимизируя маржину.

$$\begin{aligned} W_i(t_i, t_j) &= \frac{1}{2} \left(\frac{2(a-c)-t_i}{3} \right)^2 + \left| a - \left(\frac{2(a-c)-t_i}{3} \right) \right| \cdot \\ &\cdot \frac{a-c+t_i}{3} + \left| a - \left(\frac{2(a-c)-t_j}{3} \right) \right| \cdot \frac{a-c+2t_j}{3} - c \cdot \\ &\cdot \left(\frac{a-c+t_i}{3} + \frac{a-c-2t_j}{3} \right) - t_j \cdot \frac{a-c-2t_j}{3} + \\ &+ \frac{a-c-2t_i}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W(t_i, t_j) &= \frac{(2(a-c)-t_i)^2}{18} + \frac{(a-c+t_i)^2}{9} + \\ &+ \frac{t_i(a-c-2t_i)}{3} + \frac{(a-c-2t_j)^2}{9} \quad (*) \quad t^* = \frac{a-c}{3} \end{aligned}$$

$$h_i^* = \frac{4}{9}(a-c); \quad e_i^* = \frac{1}{9}(a-c)$$

$$\begin{aligned} W_1(t_1, t_2) + W_2(t_1, t_2) &= \frac{(2(a-c)-t_1)^2}{18} + \frac{(a-c+t_1)^2}{9} + t_1 \cdot \frac{(a-c-2t_2)}{3} + \\ &+ \frac{(a-c-2t_1)^2}{9} \quad t_i = -(a-c) - \text{отрицательная маржа} \end{aligned}$$

Суммарный выигрыш игроков в Cournot с издержками будет равен $5 \cdot (a-c)/9$. Для ~~не~~ потребителей это хуже $2 \cdot (a-c)/3$ (хуже 9). Повторяющиеся игры. Сущность повторяющихся игр: софизм, сотрудничество и конфликтное сотрудничество. Очень важно, уровни взаимодействия между фирмами и теми же уровнями повторяются.

1) Противостояние между фирмами: реакция и ее рациональным прогнозом. Итог в день.

2) Две группы, конкурирующие друг с другом, рассчитывают на то, что их конкуренция продлится и в следующем году, и через два года.

3) Люди, отвечающие за качество -
организму Пампиду, в соответствии
бюджету, скорее всего, будут отвечать за
нее и через нас.

Повторяющиеся игры - это некоторый
класс организационных игр (полной,
но несовершенной информацией,
который имеет специальное прикладное
значение.

В случае повторяющихся игр
возможно выявление стратегий максимизи-
рующих последними ходами максимизаторов.
Под повторяющейся игрой понимается
такую организационную игру, которая
является последовательным повторением
какой-либо исходной игры. Чтобы получить
древесную повторяющуюся игру,
следует к каждой конечной вершине
исходной игры "применить" дерево
исходной игры.

Известно, чтобы получить дерево раз-
вигивающейся игры, следует к каждой
конечной вершине $n-1$ раз повторить
игру. Необходимо задать все дерево
игры, достаточно указать исходную
игру и сказать, что она повторяется.
В отличие от обычных игр в повторяю-
щихся играх игроками составляются
выигрыши не только конечными
вершинами, но и тем промежуточными
которые соответствуют конечным
вершинам исходной игры.
Набор стратегий игроков называется равнове-
сием, совершенным по подиграм, если оно
устойчиво на любой подигру данной игры.
Есть равновесие Нэша в ней. Известно
это означает, что действуя строго в интересах
игры будут оптимальны, независимо от того, раз-
вивается ли она отдельно или является
частью более общей подигры.