**Студент: Тихомиров С.С.  
Группа: 19САУзТ**

***Логика***

***Раздел 1.***

Задание 1. Запишите символически следующие сложные предложения, употребляя буквы для обозначения простых компонентов предложения (под простыми компонентами мы подразумеваем предложения, не содержащие связок):  
а) Идет дождь или кто-то не выключил душ.   
**AV~B**  
b) Если вечером будет туман, то Джон или останется дома, или должен будет взять такси.  
**A->(BvC)**  
c) Джон сядет, и он или Джордж будут ждать  
**A^(BvC)**  
d) Джон сядет и будет ждать или Джордж будет ждать.  
**A^BvC**  
c) Я поеду или на автобусе, или на такси.  
**AvB**  
f) Ни Север, ни Юг не победили в гражданской войне.  
**(~A^~B)~C**  
g) Хлеба уцелеют тогда и только тогда, когда будут вырыты ирригационные канавы; если хлеба не уцелеют, то фермеры обанкротятся и оставят фермы.   
**(A<->B)^~A->(C^D)**  
h) Если я устал или голоден, я не могу заниматься.  
**(A^B)->~C**  
i) Если Джон встанет и пойдет в школу, он будет доволен, а если он не встанет, он не будет доволен.  
**((A^B)->C)^(~A->~C)**

Задание 2. Пусть С будет «сегодня ясно», R — «сегодня идет дождь», S— «сегодня идет снег» и Y—«вчера было пасмурно». Переведите на обычный язык следующие предложения:  
a) **C->~(R^S)**  
Если сегодня ясно, то не будет ни снега ни дождя  
b) **Y<->C**  
Сегодня будет ясно, тогда и только тогда, когда вчера было пасмурно  
c) **Y^(CvR)**  
Вчера было пасмурно, значит сегодня будет ясно или сегодня пойдет дождь  
d) **(Y->R)vC**  
Если вчера было пасмурно, то сегодня пойдет дождь или сегодня будет ясно  
e) **C<->(R^~S)vY**  
Сегодня будет ясно, тогда и только тогда, когда сегодня будет идти дождь и не пойдет снег, или вчера было пасмурно  
f) (**C<->R)^(~SvY)**  
Сегодня будет ясно, тогда и только тогда, когда сегодня закончится идти дождь и сегодня не пойдет снег, ведь вчера было пасмурно

***Раздел 2.***

Задание 1. Предположим, что высказываниям Р, Q, R и S соответственно приписаны значения Т, F, F и Т. Найти истинностные значения каждого из следующих высказываний:

a) (РVQ)VR - истина  
b) PV(QVR) - истина  
c) R→(SΛP) - истина  
d) P→(R→S) - истина   
e) P→(RVS) - истина  
f) РVR↔RΛ~S - ложь  
g) S↔P→(~PVS) - истина  
h) QΛ~S→(P↔S) - ложь  
i) R Λ S →(P →~QVS) - ложь  
j) (P V~Q)VR→(SΛ~S) - истина

Задание 2. Составить истинностную таблицу для каждого из следующих высказываний:  
а) P → (Р → Q)  
b) P V Q↔Q V P  
c) P→~(Q Λ R)   
d) (P→Q)↔~P V Q  
e) (P→Q Λ R) V (~P /\ Q)  
f) P V Q→(Q Λ~ Q →R Λ Q)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **P** | **Q** | **R** | **a** | **b** | **c** | **d** | **e** | **f** |
| T | T | T | T | T | F | T | T | T |
| T | T | F | T | T | T | T | F | T |
| T | F | T | F | T | T | T | F | F |
| T | F | F | F | T | T | F | F | F |
| F | T | T | T | T | T | T | T | T |
| F | T | F | T | F | T | T | T | T |
| F | F | T | T | T | T | T | T | T |
| F | F | F | T | T | T | T | F | T |

Задание 3. Пусть значение высказывания P → Q есть Т. Что можно сказать о значении высказывания ~Р /\ Q ↔ Р V Q?  
Пусть P есть T и Q есть T, тогда выражение ~P^Q<->PvQ – истина  
Пусть P есть F и Q есть T, тогда выражение ~P^Q<->PvQ – истина  
Пусть P есть T и Q есть F, тогда выражение ~P^Q<->PvQ – истина

Задание 4. а) Пусть значение высказывания P ↔ Q есть Т; что можно сказать о значениях высказываний P ↔ ~Q И ~P ↔ Q? b) Пусть значение высказывания P ↔ Q есть F; что можно сказать о значениях высказываний P ↔ ~ Q и ~Р ↔ Q?  
a) Пусть P есть T и Q есть T, тогда выражение P<->~Q – ложь; ~P<->Q – ложь  
 Пусть P есть F и Q есть F, тогда выражение P<->~Q – ложь; ~P<->Q – ложь  
b) Пусть P есть T и Q есть F, тогда выражение P<->~Q – истина; ~P<->Q – истина  
Пусть P есть F и Q есть T, тогда выражение P<->~Q – истина; ~P<->Q – истина

Задание 5. Для каждого из помещенных ниже высказываний определить, достаточно ли приведенных сведений, чтобы установить истинностное значение высказывания. Если достаточно, то указать это значение. Если недостаточно, то показать, что возможны и одно, и другое истинностные значения.

a) (P→Q)→R, T  
b) РΛ(Q→ R), T  
c) РV(Q→R), T  
d) ~(PVQ)↔~PΛ~Q, T  
е) (Р→Q)→(~Q→~Р), T  
f) (PΛQ)→(PVS), T F

a) (P→Q)→R  
Достаточно ли при R=T

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| P | Q | R | f |
| T | T | T | T |
| T | T | F |  |
| T | F | T | T |
| T | F | F |  |
| F | T | T | T |
| F | T | F |  |
| F | F | T | T |
| F | F | F |  |

Достаточно

b) РΛ(Q→ R)

Достаточно ли при (Q->R)=T

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| P | Q | R | Q->R | Pv(Q->R) |
| T | T | T | T | T |
| T | T | F | F |  |
| T | F | T | T | T |
| T | F | F | T | T |
| F | T | T | T | F |
| F | T | F | F |  |
| F | F | T | T | F |
| F | F | F | T | F |

Достаточно

c) РV(Q→R),  
Достаточно ли при (Q->R) = T

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| P | Q | R | Q->R | Pv(Q->R) |
| T | T | T | T | T |
| T | T | F | F |  |
| T | F | T | T | T |
| T | F | F | T | T |
| F | T | T | T | T |
| F | T | F | F |  |
| F | F | T | T | T |
| F | F | F | T | T |

Достаточно

d) ~(PVQ)↔~PΛ~Q  
Достаточно ли при (PvQ)=T

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| P | Q | PvQ | ~(PvQ) | ~(PVQ)↔~PΛ~Q |
| T | T | T | F | F |
| T | F | T | F | T |
| F | T | T | F | F |
| F | F | F | T |  |

Недостаточно

е) (Р→Q)→(~Q→~Р)  
Достаточно ли при Q=T

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q | f |
| T | T | T |
| T | F |  |
| F | T | T |
| F | F |  |

Достаточно

f) (PΛQ)→(PVS)  
Достаточно ли при P=T; S=F

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| P | Q | S | f |
| T | T | T |  |
| T | T | F | T |
| T | F | T |  |
| T | F | F | T |
| F | T | T |  |
| F | T | F |  |
| F | F | T |  |
| F | F | F |  |

Достаточно

Задание 6. В третьем примере параграфа 1 мы записали символически высказывание «Если рабочие или администрация упорствуют, то забастовка будет урегулирована тогда и только тогда, когда правительство добьется судебного запрещения, но войска не будут посланы на завод» в следующем виде: L V M → (S ↔ G Λ ~ R). Путем рассмотрения истинностных значений определить, истинно или ложно это высказывание при каждом из следующих предположений:  
a) Рабочие упорствуют, а администрация нет, забастовка будет урегулирована, правительство добилось судебного запрещения и войска посылаются на завод – **ложь**

b) И рабочие, и администрация упорствуют, забастовка не будет урегулирована, правительству не удалось добиться судебного запрещения, и войска посылаются на завод – **истина**

***Раздел 3.***

Задание 1. Докажите, построив таблицу истинности, что Р V Q ↔ Q V Р действительно является тавтологией

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q | f |
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | T |

Является тавтологией

Задание 2. Является ли выражение (R → S) \/ Q → Q \/ (R → S) тавтологией? Докажите, используя теорему 1, а также постройте таблицу истинности.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q | PvQ->QvP |
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | F T T T T T F |
| F | F | T |

Т1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| R | S | Q | (R → S) \/ Q → Q \/ (R → S) |
| T | F | T | F T T F |

Т2

Из Т1 следует I = PvQ->QvP => на основании теоремы: I = (R->S)VQ->Q(R->S). Сказанное можно подтвердить, подвергнув результат прямой проверке Т2 и пользуясь при этом тем же рассуждением, что и в доказательстве теоремы. Чтобы пояснить зависимость между таблицами, рассмотрим записанную строку 5 в Т2. Сначала в Т2 вносим, в двух местах, значение F для R->S, т.к. R было прописано значение T, а S значение F. Затем вписали дважды приписываемое Q значение Т. Остальная часть вычисления помещена в 3 строке Т1, после того как были внесены подчеркнутые в ней истинностные значения.  
Вывод: (R → S) \/ Q → Q \/ (R → S) – является тавтологией

Задание 3. Убедитесь, построив таблицу истинности в том, что |= (R \/ Q) Λ (R V Q→ Q) → Q Укажите, из какой тавтологии с помощью теоремы 1 она была получена?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P | Q | f |
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | F | F |

Не является тавтологией

Задание 4. Являются ли тавтологиями следующие импликации?  
a) А Λ (А → В) → В

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | f |
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | T |

Является тавтологией

b) ~В Λ (А → В) → ~ А

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | f |
| T | T | F |
| T | F | T |
| F | T | F |
| F | F | T |

Не является тавтологией  
c) А → (В →А Λ В)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | f |
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T |  |
| F | F |  |

Не является тавтологией  
d) (А → В) Λ (В → С) → (А → С)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | f |
| T | T | T | T |
| T | T | F | T |
| T | F | T | F |

Не является тавтологией  
e) (А Λ В → С) → (А→ (В → С))

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | f |
| T | T | T | T |
| T | T | F | T |
| T | F | T | T |
| T | F | F | T |
| F | T | T | T |
| F | T | F | T |
| F | F | T | T |
| F | F | F | T |

Является тавтологией  
f) (А→ В) → (А Λ С→ В Λ С)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | f |
| T | T | T | T |
| T | T | F | F |

Не является тавтологией  
g) (А↔ В) Λ (В ↔ С) → (А ↔ С)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | f |
| T | T | T | T |
| T | T | F | T |
| T | F | T | F |

Не является тавтологией

Задание 5. Являются ли тавтологиями следующие эквиваленции?  
a) (А ↔ В) → (В ↔ А)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | f |
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | T |

Является тавтологией  
b) (А → В) Λ (С → В) ↔ (А \/ С → В)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | f |
| T | T | T | T |
| T | T | F | T |
| T | F | T | F |

Не является тавтологией  
c) (А → В) Λ (А → С) ↔ (А → В Λ С)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | f |
| T | T | T | T |
| T | T | F | T |
| T | F | T | F |

Не является тавтологией  
d) (А ^ В) Λ^ С ↔ А Λ^ (В Λ^ С)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | f |
| T | T | T | T |
| T | T | F | F |

Не является тавтологией  
e) А Λ (В \/ С) ↔ (А Λ В) \/ (А Λ С)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | f |
| T | T | T | T |
| T | T | F | T |
| T | F | T | T |
| T | F | F | T |
| F | T | T | F |

Не является тавтологией

f) ~ (А Λ В) ↔ ~ А \/ ~ В

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | f |
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | T |

Является тавтологией  
g) (А ↔ В) ↔ (А → В) Λ (В → А)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | f |
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | F |
| F | F |  |

Не является тавтологией