

Практическое задание №4

1. Случайная непрерывная величина A имеет равномерное распределение на промежутке $(200, 800]$. Найдите ее среднее значение и дисперсию.

$$M(X) = \frac{a + b}{2} = \frac{200 + 800}{2} = 500$$

$$D(X) = \frac{(b - a)^2}{12} = \frac{(800 - 200)^2}{12} = 30000$$

2. О случайной непрерывной равномерно распределенной величине B известно, что ее дисперсия равна 0.2. Можно ли найти правую границу величины B и ее среднее значение зная, что левая граница равна 0.5? Если да, найдите ее.

$$D(X) = 0.2, \quad a = 0.5$$

$$b = \sqrt{12D(X)} + a = \sqrt{12 * 0.2} + 0.5 \approx 2.05$$

$$M(X) = \frac{a + b}{2} = \frac{0.5 + 2.05}{2} = 1.275$$

3. Непрерывная случайная величина X распределена нормально и задана плотностью распределения $f(x) = (1 / (4 * \sqrt{2 * \pi})) * (\exp(-(x+2)**2) / 32)$.

Найдите:

а). $M(X)$

б). $D(X)$

в). $std(X)$ (среднее квадратичное отклонение)

$$f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{32}}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}} - \text{плотность вероятности нормального распределения} \Rightarrow$$

$$M(X) = -2$$

$$D(X) = 16$$

$$std(X) = 4$$

4. Рост взрослого населения города X имеет нормальное распределение. Причем, средний рост равен 174 см, а среднее квадратичное отклонение равно 8 см. Какова вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост:
- а). больше 182 см
 - б). больше 190 см
 - в). от 166 см до 190 см
 - г). от 166 см до 182 см
 - д). от 158 см до 190 см
 - е). не выше 150 см или не ниже 190 см
 - ж). не выше 150 см или не ниже 198 см
 - з). ниже 166 см.

В силу того что таблицы стандартного нормального (Z) распределения имеют отличия по их использованию, в домашней работе использовал таблицу <http://statsoft.ru/home/textbook/modules/sttable.html>

$$a.) \quad Z = \frac{X - M(X)}{std(X)} = \frac{182 - 174}{8} = 1$$

$$f(z) = f(1) = 0.3413$$

$$P(X > 182) = 0.5 - 0.3413 = 0.1587$$

$$\text{b.) } Z = \frac{X-M(X)}{\text{std}(X)} = \frac{190-174}{8} = 2$$

$$f(z) = f(2) = 0.4772$$

$$P(X > 190) = 0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

$$\text{c.) } Z_{166} = \frac{X-M(X)}{\text{std}(X)} = \frac{166-174}{8} = -1,$$

$$Z_{190} = 2$$

$$f(z_{166}) = f(-1) = f(1) = 0.3413 \quad (\text{в силу правил использования таблицы})$$

$$f(z_{190}) = f(2) = 0.4772$$

$$P(166 < X < 190) = 0.3413 + 0.4772 = 0.8185$$

$$\text{d.) } Z_{166} = -1,$$

$$Z_{182} = 1$$

$$f(z_{166}) = f(-1) = f(1) = 0.3413 \quad (\text{в силу правил использования таблицы})$$

$$f(z_{182}) = f(1) = 0.3413$$

$$P(166 < X < 182) = 0.3413 + 0.3413 = 0.6826$$

$$\text{e.) } Z_{158} = \frac{X-M(X)}{\text{std}(X)} = \frac{158-174}{8} = -2,$$

$$Z_{190} = 2$$

$$f(z_{158}) = f(-2) = f(2) = 0.4772 \quad (\text{в силу правил использования таблицы})$$

$$f(z_{190}) = f(2) = 0.4772$$

$$P(158 < X < 190) = 0.4772 + 0.4772 = 0.9544$$

$$\text{f.) } Z_{150} = \frac{X-M(X)}{\text{std}(X)} = \frac{150-174}{8} = -3,$$

$$Z_{190} = 2$$

$$f(z_{150}) = f(-3) = f(3) = 0.4987 \quad (\text{в силу правил использования таблицы})$$

$$f(z_{190}) = f(2) = 0.4772$$

$$P(X < 150 \cup X > 190) = 1 - (0.4987 + 0.4772) = 0.0241$$

$$\text{g.) } Z_{198} = \frac{X-M(X)}{\text{std}(X)} = \frac{198-174}{8} = 3,$$

$$Z_{150} = -3$$

$$f(z_{150}) = f(-3) = f(3) = 0.4987 \quad (\text{в силу правил использования таблицы})$$

$$f(z_{198}) = f(3) = 0.4987$$

$$P(X < 150 \cup X > 198) = 1 - (0.4987 + 0.4987) = 0.0026$$

$$\text{h.) } Z_{166} = -1,$$

$$f(z_{166}) = f(-1) = f(1) = 0.3413 \quad (\text{в силу правил использования таблицы})$$

$$P(X < 166) = 0.5 - 0.3413 = 0.1587$$

- 5. На сколько сигм (средних квадратичных отклонений) отклоняется рост человека, равный 190 см, от математического ожидания роста в популяции, в которой $M(X) = 178$ см и $D(X) = 25$ кв.см?**

$$Z = \frac{X - M(X)}{\sqrt{D(X)}} = \frac{190 - 178}{5} = 2.4$$

На 2,4 сигм (средних квадратичных отклонений) отклоняется рост человека