Практическое задание №5

1. **Известно, что генеральная совокупность распределена нормально со средним квадратическим отклонением, равным 16.**
   Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания а с надежностью 0.95, если выборочная средняя M = 80, а объем выборки n = 256.

$$M(X) \pm\ Z_{\frac{a}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \text{доверительный интервал. Используем } Z \text{ распределение т. к. } \sigma_{\text{Г.С.}} \text{ определена}$$

$$a = 100\% - 95\% = 5\%, \qquad \frac{a}{2} = 2.5\%$$

$$f(Z_{\frac{a}{2}}) = 0.975, \quad => \ Z_{\frac{a}{2}} = 1.96$$

$$80 \pm 1.96 * \frac{16}{\sqrt{256}} = 80 \pm 1.95$$

$$[78.04, 81.96] - \text{доверитлеьный интервал}$$

2. **В результате 10 независимых измерений некоторой величины X, выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные:**
   6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1
   Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, оценить истинное значение величины X при помощи доверительного интервала, покрывающего это значение с доверительной вероятностью 0,95.

$$M(X) \pm\ t_{\frac{a}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \text{доверительный интервал. Используем распределение Стьюдента т. к. } \sigma_{\text{Г.С.}} \text{ не определена}$$

$$M(X) = \frac{6.9 + 6.1 + 6.2 + 6.8 + 7.5 + 6.3 + 6.4 + 6.9 + 6.7 + 6.1}{10} = 6.59$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - M(X))^2}{n-1}} \approx 0{,}45$$

$$\frac{a}{2} = 2.5\%\,, \quad => \ t_{\frac{a}{2}} = 2.262$$

$$6.59 \pm 2.262 * \frac{0.45}{\sqrt{10}} \approx 6.59 \pm 0{,}32$$

$$[6{,}27, 6{,}91] - \text{доверитлеьный интервал}$$

3, 4 задачи через тест гипотезы решаем

3. **Утверждается, что шарики для подшипников, изготовленные автоматическим станком, имеют средний диаметр 17 мм.**
   Используя односторонний критерий с α=0,05, проверить эту гипотезу, если в выборке из n=100 шариков средний диаметр
   оказался равным 17.5 мм, а дисперсия известна и равна 4 кв. мм.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

$$\text{используем } Z - \text{распределение т. к. задана дисперсия}$$

$$f(Z_{таб}) = 0.95 \quad => Z_{таб} = 1.65$$

$$Z_{расч} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{(17.5 - 17)}{\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}}} = \frac{0.5}{0.2} = 2.5$$

$$Z_{расч} > Z_{таб} => H_1 - \text{верна}, \qquad \mu > \mu_0$$

4. **Продавец утверждает, что средний вес пачки печенья составляет 200 г.
Из партии извлечена выборка из 10 пачек. Вес каждой пачки составляет:
202, 203, 199, 197, 195, 201, 200, 204, 194, 190.
Известно, что их веса распределены нормально.
Верно ли утверждение продавца, если учитывать, что доверительная вероятность равна 99%?**

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$\text{используем распределение Стьюдента т. к. не задана дисперсия}$$

$$\frac{a}{2} = 0{,}5\%\,, \quad => t_{\frac{a}{2}} = 3.250$$

$$M(X) = \frac{202 + 203 + 199 + 197 + 195 + 201 + 200 + 204 + 194 + 190}{10} = 198.5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - M(X))^2}{n-1}} \approx 4.45$$

$$Z_{расч} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{(198.5 - 200)}{\frac{4.45}{\sqrt{10}}} = \frac{-1.5}{1.41} = -1.06$$

$$|Z_{расч}| < Z_{таб} => H_0 - \text{верна}, \qquad \mu = \mu_0$$