Практическое задание №2

1. **Даны значения зарплат из выборки выпускников: 100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150. Посчитать (желательно без использования статистических методов наподобие std, var, mean) среднее арифметическое, среднее квадратичное отклонение, смещенную и несмещенную оценки дисперсий для данной выборки.**

$$\overline{\mathrm{X}} = \frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} x_{\mathrm{i}} - \text{ среднее арифметическое}$$

$$\overline{X} = \frac{(100+80+75+77+89+33+45+25+65+17+30+24+57+55+70+75+65+84+90+150)}{20} = 65.3$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}} - \text{среднее квадратичное отклонение}$$

$$S = \sqrt{\frac{(100-65.3)^2 + (80-65.3)^2 + (75-65.3)^2 + \ (77-65.3)^2 + \cdots}{20}} = \sqrt{950.11} \approx 30.824$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n} - \text{смещенная диспекрсия}$$

$$S^2 = 950.11$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1} - \text{несмещенная диспекрсия}$$

$$S^2 \approx 1000.12$$

2. **В первом ящике находится 8 мячей, из которых 5 - белые. Во втором ящике - 12 мячей, из которых 5 белых. Из первого ящика вытаскивают случайным образом два мяча, из второго - 4. Какова вероятность того, что 3 мяча белые?**

Событие A – из первого ящика достали 0 белых мячей, из второго – 3
Событие B – из первого ящика достали 1 белый мяч, из второй – 2
Событие C – из первого ящика достали 2 белого мяча, из второй – 1

$$\mathrm{P}_{\text{общ}} = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$C_{\text{общ}} = \ C_8^2 * C_{12}^4 = 28 * 495 = 13860 - \text{число способо достать 2 мяча из 1 ящика, и 4 мяча из 2} - \text{ого}$$

Событие A

$C_3^2 -$ Способов достать 0 белых мячей их 1 ящика
$C_5^3 * \ C_7^1 -$ Способов достать 3 белых мячей их 2 ящика

$$P(A) = \frac{C_3^2 * C_5^3 * \ C_7^1}{\mathrm{C}_{\text{общ}}} = \frac{3 * 10 * 7}{13860} = \frac{210}{13860}$$

Событие B

$C_3^1 * C_5^1 -$ Способов достать 1 белых мячей их 1 ящика
$C_5^2 * C_7^2 -$ Способов достать 2 белых мячей их 2 ящика

$$P(B) = \frac{C_3^1 * C_5^1 * C_5^2 * C_7^2}{С_{общ}} = \frac{3 * 5 * 10 * 21}{13860} = \frac{3150}{13860}$$

Событие C

$C_5^2 -$ Способов достать 2 белых мячей их 1 ящика
$C_5^1 * C_7^3 -$ Способов достать 1 белых мячей их 2 ящика

$$P(C) = \frac{C_5^2 * C_5^1 * C_7^3}{С_{общ}} = \frac{10 * 5 * 35}{13860} = \frac{1750}{13860}$$

$$Р_{общ} = \frac{210 + 3150 + 1750}{13860} = \frac{5110}{13860} \approx 0.369$$

3. На соревновании по биатлону один из трех спортсменов стреляет и попадает в мишень. Вероятность попадания для первого спортсмена равна 0.9, для второго — 0.8, для третьего — 0.6. Найти вероятность того, что выстрел произведен: а). первым спортсменом б). вторым спортсменом в). третьим спортсменом.

Событие A — мишень поражена

Событие B_n — стрелял n спортсмен, $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$$

$$P(A) = \frac{1}{3} * \frac{9}{10} + \frac{1}{3} * \frac{8}{10} + \frac{1}{3} * \frac{6}{10} = \frac{23}{30}$$

$$P(B_n|A) = \frac{P(B_n) * P(A|B_n)}{P(A)}$$

a.) Стрелял первый стрелок

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1) * P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} * \frac{9}{10}}{\frac{23}{30}} = \frac{9}{23}$$

b.) Стрелял второй стрелок

$$P(B_2|A) = \frac{P(B_2) * P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} * \frac{8}{10}}{\frac{23}{30}} = \frac{8}{23}$$

c.) Стрелял третий стрелок

$$P(B_3|A) = \frac{P(B_3) * P(A|B_3)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} * \frac{6}{10}}{\frac{23}{30}} = \frac{6}{23}$$

4. В университет на факультеты А и В поступило равное количество студентов, а на факультет С студентов поступило столько же, сколько на А и В вместе. Вероятность того, что студент факультета А сдаст первую сессию, равна 0.8. Для студента факультета В эта вероятность равна 0.7, а для студента факультета С - 0.9. Студент сдал первую сессию. Какова вероятность, что он учится: а). на факультете А б). на факультете В в). на факультете С?

Событие A — студент сдал сессию

Событие B_n — студент учится на факультете n,

$P(B_A) = \frac{1}{4}, \qquad P(A|B_A) = \frac{8}{10}$

$P(B_B) = \frac{1}{4}, \qquad P(A|B_B) = \frac{7}{10}$

$P(B_C) = \frac{1}{2}, \qquad P(A|B_C) = \frac{9}{10}$

$$P(A) = P(B_A)P(A|B_A) + P(B_B)P(A|B_B) + P(B_C)P(A|B_C)$$

$$P(A) = \frac{1}{4} * \frac{8}{10} + \frac{1}{4} * \frac{7}{10} + \frac{1}{2} * \frac{9}{10} = \frac{33}{40}$$

$$P(B_n|A) = \frac{P(B_n) * P(A|B_n)}{P(A)}$$

a.) Студент учится на факультете А

$$P(B_A|A) = \frac{P(B_A) * P(A|B_A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4} * \frac{8}{10}}{\frac{33}{40}} = \frac{8}{33}$$

b.) Студент учится на факультете В

$$P(B_B|A) = \frac{P(B_B) * P(A|B_B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4} * \frac{7}{10}}{\frac{33}{40}} = \frac{7}{33}$$

c.) Студент учится на факультете С

$$P(B_C|A) = \frac{P(B_C) * P(A|B_C)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} * \frac{9}{10}}{\frac{33}{40}} = \frac{18}{33}$$

5. Устройство состоит из трех деталей. Для первой детали вероятность выйти из строя в первый месяц равна 0.1, для второй - 0.2, для третьей - 0.25. Какова вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя: а). все детали б). только две детали в). хотя бы одна деталь г). от одной до двух деталей?

$A_1 -$ выйдет из строя 1 деталь, $P(A_1) = 0.1,$

$B_1 -$ деталь 1 не выйдет из строя, $P(B_1) = 1 - P(A_1) = 0.9$

$A_2 -$ выйдет из строя 2 деталь, $P(A_2) = 0.2$

$B_2 -$ деталь 2 не выйдет из строя, $P(B_2) = 1 - P(A_2) = 0.8$

$A_3 -$ выйдет из строя 3 деталь, $P(A_3) = 0.25$

$B_3 -$ деталь 3 не выйдет из строя, $P(B_3) = 1 - P(A_3) = 0.75$

События не зависимые

a.) Выйдут из строя все детали

$$P(A) = P(A_1) * P(A_2) * P(A_3) = 0.1 * 0.2 * 0.25 = 0.005$$

b.) Выйдут из строя только 2 детали

$$P(A) = P(A_1)P(A_2)P(B_3) + P(A_1)P(B_2)P(A_3) +* P(B_1)P(A_2)P(A_3)$$
$$= 0.1 * 0.2 * 0.75 + 0.1 * 0.8 * 0.25 + 0.9 * 0.2 * 0.25 = 0.08$$

c.) Выйдет из строя хотя бы одна деталь

$B -$ ни одна деталь не выйдет из строя

$P(B) = P(B_1) * P(B_2) * P(B_3) = 0.9 * 0.8 * 0.75 = 0.54$

$P(A) = 1 - P(B) = 0.46$

d.) Выйдут из строя 1 или 2 детали

1 вариант

$P(A_1) -$ Вероятность что выйдет из строя одна деталь

$$P(A) = P(A_1)P(B_2)P(B_3) + P(B_1)P(A_2)P(B_3) + P(B_1)P(B_2)P(A_3)$$
$$= 0.1 * 0.8 * 0.75 + 0.9 * 0.2 * 0.75 + 0.9 * 0.8 * 0.25 = 0.375$$

$P(A_2) = 0.08$ (пункт $b.$) $-$ вероятность что выйдет из строя две детали

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) = 0.375 + 0.08 = 0.455$$

2 вариант

$$P(A) = P(A_-) - P(A_3), \qquad \text{где}$$

$P(A_-) = 0{,}46$ (пункт $c.$) — вероятность того что выйдет из строя хотя бы одна деталь

$P(A_3) = 0.005$(пункт $a.$) — вероятность что выйдут из строя 3 детали

$$P(A) = 0.46 - 0.05 = 0.455$$