Самостоятельная работа №1

Воробьёв Сергей

Ноябрь 2019

Задание 1. Вычислить $f'(x)$ в точке $x_0 = 1$

$$f(x) = \sqrt[3]{arctg(\sqrt[5]{cos(ln^3 x)})}$$

Решение:
По теореме о производной сложной функции получаем:

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{arctg^2(\sqrt[5]{cos(ln^3 x)})}} * \frac{1}{1 + \sqrt[5]{cos^2(ln^3 x)}} * \frac{(-sin(ln^3 x)) * \frac{3ln^2 x}{x}}{5\sqrt[5]{cos^4(ln^3 x)}}$$

$$f'(1) = 0$$

Ответ: 0

Задание 2. В каких точках, обратная функция к y имеет бесконечную положительную производную

$$y = x + sinx \quad x \in R$$

Решение:
Воспользуемся теоремой о производной обратной функции:

$$x'_y = \frac{1}{y'_x} = \frac{1}{1 + cosx}$$

Производная бесконечна, когда косинус принимает значение -1, следовательно, $x = \pi(2n+1), \quad n \in N$
Ответ: $x = \pi(2n+1), \quad n \in N$

Задание 3. Вычислить y''_{xx} в точке $(0, 0)$

$$x = sin(log_2 t), \quad y = tg(log_2 t) \quad 0 \le log_2 t \le \frac{\pi}{4}$$

Решение:

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{\frac{1}{cos^2(log_2 t)*tln2}}{\frac{cos(log_2 t)}{tln2}} = \frac{1}{cos^3(log_2 t)}$$

$$y''_{xx} = \frac{(y'_x)'_t}{x'_t} = \frac{\frac{3sin(log_2 t)}{tln2*cos^4(log_2 t)}}{\frac{cos(log_2 t)}{tln2}} = \frac{3sin(log_2 t)}{cos^5(log_2 t)}$$

Ответ: 0

Задание 4. Найти производную y'_x в точке $x_0 = 0$

$$\left(\sqrt{lny+1}\right)^{sh(x^2)} * \left(ln(ch(y) - log_{ex}x\right) + (1+x)^x = 0$$

$$y = y(v(x)) \quad v(x) = \alpha^2 + \beta^2 t, \quad \alpha, \beta = const, \quad t \in R$$

Решение:

Так как t-независимая переменная, то заключаем, что y не зависит от x, следовательно, $y'_x = 0$

Ответ: 0

Задание 5. Вычислить производную функции 2019-порядка

$$f(x) = \frac{x - x^{2020}}{1-x}$$

Решение:

Заметим, что по формуле суммы n членов геометрической прогрессии, имеем:

$$f(x) = \frac{x - x^{2020}}{1-x} = x + x^2 + x^3 + ...x^{2019}, \quad x \neq 1$$

Вычислив производную 2019 производную полинома, получим:

$$2019 * 2018 * ... * 1 = 2019!$$

Ответ: 2019!