Семинарское занятие №28

Воробьёв Сергей

Апрель 2020

Задание 1. Разложить в ряд Маклорена функцию:

$$f(x) = \frac{3x+8}{(2x-3)(x^2+4)}$$

Решение

$$f(x) = \frac{3x+8}{(2x-3)(x^2+4)} = \frac{A}{2x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$$
$$A = 2, B = -1, C = 0$$
$$f(x) = \frac{2}{2x-3} - \frac{x}{x^2+4} = -\frac{2}{3(1-\frac{2x}{3})} - \frac{x}{4(1+\frac{x^2}{4})}$$
$$f(x) = -\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}x^n + \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{x^{2n+1}}{4^{n+1}}$$

Радиус сходимости данного ряда равен $\frac{3}{2}$
Ответ: разложили

Задание 2. Разложить функцию в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 2$:

$$f(x) = ln(4+3x-x^2)$$

Решение:

$$ln(4+3x-x^2) = ln((4-x)(x+1))$$
$$x-2 = t \Rightarrow ln((4-x)(x+1)) \to ln((2-t)(3+t)) = ln\left(6\left(1-\frac{t}{2}\right)\left(1+\frac{t}{3}\right)\right)$$

$$g(t) = ln\left(6\left(1-\frac{t}{2}\right)\left(1+\frac{t}{3}\right)\right) = ln6 + ln\left(1-\frac{t}{2}\right) + ln\left(1+\frac{t}{3}\right)$$

$$g(t) = ln6 - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{t^n}{2^n n} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}t^n}{3^n n}$$

Ответ: разложили

Задание 3. Разложить функцию в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = \frac{\pi}{4}$:

$$f(x) = sin^4(x)$$

Решение:

$$f(x) = (sin^2(x))^2 = \left(\frac{1 - cos(2x)}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} - \frac{1}{2}cos(2x) + \frac{1}{8}cos(4x)$$

$$t = x - \frac{\pi}{4} \Rightarrow cos(2x) = -sin(2t); cos(4x) = -cos(4t)$$

$$f(x) = g(t) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}sin(2t) - \frac{1}{8}cos(4t)$$

$$g(t) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n 2^{2n+1}}{(2n+1)!}t^{2n+1} - \frac{1}{8}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n 4^{2n} t^{2n}}{(2n)!}$$

Ответ: разложили