

Семинарское занятие №29

Воробьёв Сергей

Апрель 2020

Предел и непрерывность функции нескольких переменных:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta(\varepsilon) > 0 : \forall x \in E, \quad 0 < \rho(x, x^{(0)}) < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow x^{(0)}} f(x) = f(x^{(0)})$$

Задание 1. Найти предел:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-y}{x+y}$$

Решение:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{x-y}{x+y} = 1$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-y}{x+y} = -1$$

Ответ: предела нет

Задание 2. Найти предел:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$$

Решение:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r^4 \sin^2(\phi) \cos^2(\phi)}{r^2} = 0$$

Ответ: 0

Задание 3. Найти предел:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

Решение:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r^2 \sin(\phi) \cos(\phi)}{r^2} = \sin(\phi) \cos(\phi)$$

Предел зависит от угла, следовательно, предела не существует

Ответ: предела нет

Задание 4. Найти предел

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1 + \sin(xy))}{\arctg(3x^2)}$$

Решение:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1 + \sin(xy))}{\arctg(3x^2)} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{3x^2} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y}{3x}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,kx)} \frac{y}{3x} = \frac{k}{3}$$

Предел зависит от k , следовательно, предела не существует

Ответ: предела нет

Задание 5. Найти предел

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\alpha \cos(\phi)}{\cos(\phi) + r \sin(\phi)}, \alpha \neq 0$$

Решение:

$$\phi \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\alpha \cos(\phi)}{\cos(\phi) + r \sin(\phi)} = \alpha$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\alpha \cos(\phi)}{\cos(\phi) + r \sin(\phi)} = 0$$

Ответ: предела нет