

# Семинарское занятие №1

Воробьев Сергей

Сентябрь 2019

## Задание 1

Какова вероятность того, что в группе из 25 человек хотя бы двое родились в один день? При каком количестве студентов на лекции вероятность того, что день рождения кого-то из них совпадает с вашим, меньше всего отличается от  $\frac{1}{2}$ ?

### Решение:

(а)  $A$  - родились в один день

$$P(\Omega/A) = \left(1 - \frac{1}{365}\right) \left(1 - \frac{2}{365}\right) \dots \left(1 - \frac{24}{365}\right) = \frac{365 * 364 * \dots * 341}{365^{25}} \approx 0.43$$

$$P(A) = 1 - P(\Omega/A) = 0.57$$

(б)  $A$  - родились в один день с вами

$$P(\Omega/A) = \left(1 - \frac{1}{365}\right) \left(1 - \frac{1}{365}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{365}\right) = \left(1 - \frac{364}{365}\right)^n$$

$$P(A) = 1 - P(\Omega/A) = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^n$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^n$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{364}{365}\right)^n$$

$$n \approx 252$$

**Ответ:** 0.57, 252

## Задание 2

В некоторых ресторанах Москвы, если клиент заказывает кувшин вина, то ему предлагают разыграть на костях еще один. Правила розыгрыша следующие: пара игральных костей бросается три раза, клиент выигрывает, если в результате хотя бы одного бросания выпадает на каждой из костей не ниже 5 (т.е. (5, 5), (6, 5), (5, 6), (6, 6)). Какова вероятность выиграть кувшин вина?

**Решение:**

Пусть  $A_i$  - событие, при котором выпала нужная пара при  $i$ -м броске

$$\begin{aligned} P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) &= P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1 \cap A_2) - P(A_1 \cap A_3) - P(A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \\ &= 3 * \frac{4}{36} - 3 * \frac{4^2}{36^2} + \frac{4^3}{36^3} \approx 0.298 \end{aligned}$$

**Ответ:** 0.298

**Задание 3**

На столе лежит колода из 36 карт. Отдельно от колоды лежит джокер. Из колоды достают карту и запоминают ее масть. Джокер полагается картой той же масти. После этого карту возвращают в колоду и кладут в нее джокера. Полученную колоду из 37 карт тасуют и достают из колоды карту. Найдите вероятность того, что: 1) достали две карты пик, 2) достали карту пик и карту червей

**Решение:**

Вероятность вытащить любую масть  $\frac{9}{36}$  Вероятность вытащить карту с джокером той же масти  $\frac{10}{37}$

$$1) \frac{9}{36} * \frac{10}{37} \quad 2) \frac{9}{36} * \frac{9}{37}$$

$$\textbf{Ответ: } \frac{9}{36} * \frac{10}{37}, \frac{9}{36} * \frac{9}{37}$$

**Задание 4**

Электричка состоит из  $n$  вагонов. Каждый из  $k$  пассажиров выбирает вагон наудачу. Какова вероятность того, что в каждом вагоне будет хотя бы один пассажир?

**Решение:**

$$|\Omega| = n^k$$

$P(A)$  - все вагоны непустые,  $P(\Omega/A) = P(B)$ -хотя бы один вагон пустой

$$P(\Omega/A) = P(B) = P(B_1 \cup \dots \cup B_n) = \sum_{i=1}^n P(B_i) - \sum_{i < j} P(B_i \cap B_j) + \dots + P(B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_n) (-1)^{n-1}$$

$$n * \frac{(n-1)^k}{n^k} - C_n^2 * \frac{(n-2)^k}{n^k} + \dots$$

$$\textbf{Ответ: } n * \frac{(n-1)^k}{n^k} - C_n^2 * \frac{(n-2)^k}{n^k} + \dots$$