

Семинарское занятие №31

Воробьёв Сергей

Май 2020

Задание 1. Пусть $f(u, v) : u = xy, v = x^2 - y^2$. Найти $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$
Решение:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y \frac{\partial f}{\partial u} + 2x \frac{\partial f}{\partial v}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x \frac{\partial f}{\partial u} - 2y \frac{\partial f}{\partial v}$$

Ответ: нашли

Задание 2. Найти дифференциал функции f :

$$f(x, y, z) = 1 + \frac{z}{x^2 + y^2}$$

Решение:

$$df = d\left(1 + \frac{z}{x^2 + y^2}\right) = -\frac{2xz}{(x^2 + y^2)^2}dx - \frac{2yz}{(x^2 + y^2)^2}dy + \frac{1}{(x^2 + y^2)}dz$$

Ответ: нашли

Задание 3. Найти в точке $(1, 1)$ частные производные функции $u = f(x, y)$:

$$u^3 - 2u^2x + uxy - 2 = 0$$

Решение:

$$u(u - 1)^2 = 2 \Rightarrow u = 2$$

$$F(x, y, u) = u^3 - 2u^2x + uxy - 2$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -2u^2 + uy$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = ux$$

$$\frac{\partial F}{\partial u} = 3u^2 - 4ux + xy$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{2}{5}$$

Ответ: нашли

Задание 4. Исследовать на экстремум:

$$f = x^3 + 3xy^2 - 39x - 36y + 26$$

Решение:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 + 3y^2 - 39$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 6xy - 36$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases}$$

Стационарными точками являются следующие пары: $(2, 3); (3, 2); (-2, -3); (-3, -2)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 6x$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 6y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6x$$

$$\Delta_1 = 6x$$

$$\Delta_2 = 36x^2 - 36y^2$$

$$\Delta_1(3) = 18$$

$$\Delta_2(3, 2) = 180 \Rightarrow f_{\min} = f(3, 2) = -100$$

$$\Delta_1(-3) = -18$$

$$\Delta_2(-3, -2) = 180 \Rightarrow f_{\max} = f(-3, -2) = 152$$

Заметим, что оставшиеся точки не являются точками экстремума ввиду отрицательного второго минора

Ответ: происследовали