

Семинарское занятие №16

Воробьёв Сергей

Март 2020

Задание 1. Листок 16

Пусть ξ, η - независимые случайные величины. Найдите $E[\xi + \eta|\xi]$

Решение:

По свойству линейности:

$$E[\xi + \eta|\xi] = E[\xi|\xi] + E[\eta|\xi] = \xi + E\eta$$

Ответ: требуемое найдено

Задание 2. Листок 16

Пусть $\rho_{\xi,\eta}(x, y) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} e^{-4y^2 - 2xy - x^2}$, $\forall x, y \in R$
Найдите $E[\xi|\eta]$ = ?

Решение:

$$\begin{aligned}\rho_{\eta}(y) &= \int_R \frac{\sqrt{3}}{\pi} e^{-4y^2 - 2xy - x^2} dx = \frac{\sqrt{3}}{\pi} e^{-3y^2} \int_R e^{-(x+y)^2} dx = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}} e^{-3y^2} \\ E[\xi|\eta] &= \int_R x \frac{\frac{\sqrt{3}}{\pi} e^{-4y^2 - 2xy - x^2}}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}} e^{-3y^2}} dx = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_R x e^{-(x+y)^2} dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\int_R t e^{-t^2} dt - \int_R y e^{-t^2} dt \right) = -y\end{aligned}$$

Ответ: требуемое найдено

Задание 3. Листок 16

Пусть ξ, η распределены равномерно на треугольнике с вершинами $(0, 0); (0, 10); (10, 0)$
Найдите $E[\xi|\eta]$?

Решение:

$$\begin{aligned}x > 0; \quad y > 0; \quad 0 < x + y < 10 \\ \rho_{\eta}(y) &= \int_0^{10-y} \frac{1}{50} dx = \frac{10-y}{50}\end{aligned}$$

$$\rho_{\xi|\eta} = \frac{\frac{1}{50}}{\frac{10-y}{50}} = \frac{1}{10-y}$$

$$E[\xi|\eta] = \int_0^{10-y} \frac{x}{10-y} dx = \frac{10-y}{2}$$

Ответ: искомое найдено