

Семинарское занятие №18

Воробьёв Сергей

Февраль 2020

Задание 1. Найти определённый интеграл по определению:

$$\int_0^1 x dx$$

Решение:

$$s_n = \sum_{i=1}^n \frac{i}{n} \frac{1}{n} = \frac{n(n+1)}{2n^2} = \frac{n+1}{2n}$$
$$s_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

Задание 2. Найти определённый интеграл по определению:

$$\int_1^2 x^2 dx$$

Решение:

$$s_n = \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{i}{n}\right)^2 \frac{1}{n} = \frac{1}{n^3} \left(\sum_{i=1}^n n^2 + 2 \sum_{i=1}^n in + \sum_{i=1}^n i^2 \right) =$$
$$= 2 + \frac{1}{n} + \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{1}{n}\right)$$
$$s_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{7}{3}$$

Ответ: $\frac{7}{3}$

Задание 3. Найти определённый интеграл:

$$\begin{aligned}\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx &= \{x = a \sin t, dx = a \cos t dt\} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 t} a \cos t dt = \\ &= \frac{a^2}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos(2t)) dt = \frac{\pi a^2}{4}\end{aligned}$$

Ответ: $\frac{\pi a^2}{4}$