

Домашнее задание №1

Воробьёв Сергей

Ноябрь 2019

Критерии оценивания

- 1) В данной работе представлено пять заданий
- 2) За каждое задание можно получить от нуля до одного балла
- 3) Первое задание делится на три пункта: за пункт (а) можно получить 0.4 балла, за пункт (б) 0.5 балла, за пункт (в) 0.1 балла. Промежуточные баллы от 0 до 0.4 в первом пункте не используются, промежуточные баллы от 0 до 0.5 во втором пункте не используются, промежуточные баллы от 0 до 0.1 в третьем пункте не используются
- 4) Задания со второго по пятое оцениваются либо в ноль баллов, либо в один балл, промежуточной оценки между нулем и единицей нет.
- 5) Полный балл выставляется, если приведён правильный итоговый ответ, а также приведены обоснованные переходы
- 6) В сумме за домашнее задание можно получить не более 5 баллов
- 7) "Похожее решение" хотя бы одной задачи служит основанием для выставления оценки 0 баллов за всю работу

Задание 1

$$1 * 1! + 2 * 2! + 3 * 3! + \dots + n * n! = (n + 1)! - 1$$

- (а) Доказать утверждение выше по индукции
- (б) Доказать утверждение выше, не используя индукции
- (в) Найти значение суммы при $n = 2019$

Задание 2

Найти предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + n^2 + n - 1}{n^3 + n^2 + n + 1} \right)^{\frac{2019}{n^3}}$$

Задание 3

Найти предел последовательности, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln\left(\frac{k}{n}\right) = -1$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^{\frac{1}{n}}}{n}$$

Задание 4

Найти предел функции при $x \rightarrow 0$

$$f(x) = \ln\left(1 + \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin x}{x} - e^{\frac{(x+\alpha)^n - \alpha^n}{x} - \frac{n\alpha^{n-1} \operatorname{sh}(x^2)}{x^2}}\right)\right)$$

Задание 5

Найти предел функции при $x \rightarrow 2$

$$f(x) = \frac{\operatorname{arctg}(2-x) + \sin((x-2)^2)}{x^2 - 4}$$