Pràctica de PDA, Constraints (2024-2025)

Pablo Pozo Alonso i Sergi López Romero

Gener 2025

Part Minizinc

Explicació del model triat

Variables i dominis:

1. Variables principals:

- partits[d, s]: Per cada dia d i estadi s, és un conjunt de variables que indica quins equips juguen al mateix estadi aquest dia. Domini: subconjunt de {1..nteams}.
- estadi_actual[n, d]: Per cada equip n i dia d, indica l'estadi on l'equip juga aquest dia. Domini: {1..nstadiums}.
- total_distancia: Variable que calcula la distància total recorreguda pels equips durant el torneig.
- espectadors_sense_entrada: Variable que calcula el nombre d'espectadors que no han pogut accedir per manca de capacitat als estadis.
- total_objectiu: Funció objectiu que combina les dues mètriques anteriors ponderades per weight_distancia i weight_espectadors.

2. Variables auxiliars:

- S'han fet servir variables derivades per gestionar reificacions i relacions com:
 - bool2int(...): Per comptabilitzar condicions booleans com nombres enters.
 - fixes[d, s] subset partits[d, s]: Utilitzada per garantir els equips prefixats.

Restriccions:

1. Gestió dels partits:

- Cada partit només pot tenir com a màxim 2 equips per estadi i per dia.
- Cada equip juga exactament un cop contra cada altre equip (utilitzant sum i bool2int).
- Cada equip juga exactament un partit per dia (alldifferent aplicada a estadi_actual).

2. Condicions d'equitat:

• Cada equip juga exactament un partit en cada estadi durant el torneig.

3. Restriccions globals:

- alldifferent([estadi_actual[n, d] | d in 1..ndays]): Assegura que un equip no repeteix estadi en el torneig.
- card(partits[d, s]) <= 2: Controla el nombre màxim d'equips per estadi en un dia.

4. Restriccions reificades:

• bool2int(n in partits[d, s] / j in partits[d, s]): Reificació per garantir que cada parella d'equips juga exactament un cop.

5. Prefixos fixes:

• fixes[d, s] subset partits[d, s]: Obliga a respectar els partits prefixats.

Viewpoints i canalització:

- Viewpoint principal: Es basa en modelar la relació entre equips, dies i estadis mitjançant:
 - partits[d, s]: Els equips que juguen per estadi i dia.
 - estadi_actual[n, d]: L'estadi actual d'un equip per cada dia.
- Canalització: La relació entre partits i estadi_actual es manté amb la restricció:
 - n in partits[d, s] -> estadi_actual[n, d] = s.

Nombre de variables i restriccions:

1. Variables:

- partits: $ndays \times nstadiums$ conjunts, amb fins a nteams elements per conjunt.
- estadi_actual: $nteams \times ndays$ variables enters.
- total_distancia i espectadors_sense_entrada: 2 variables totals.
- Total aproximat: $ndays \times nstadiums + nteams \times ndays + 2$.

2. Restriccions:

- Prefixos fixes: $ndays \times nstadiums$.
- Jugar un cop contra cada equip: $\frac{nteams \times (nteams 1)}{2}.$
- \bullet Jugar en tots els estadis: $nteams \times nstadiums.$
- Espectadors i distància total: globals.
- Total approximat: $O(nteams^2 + nstadiums \times ndays)$.

Restriccions globals, reificacions i variables auxiliars:

1. Restriccions globals:

- alldifferent: Utilitzada per garantir que un equip juga en estadis diferents.
- sum amb bool2int: Per comptar condicions booleans, com jugar exactament un cop contra un altre equip.
- card: Controla la mida dels conjunts en partits.

2. Reificacions:

• bool2int: Per convertir expressions booleans en enters comptables.

3. Variables auxiliars:

- Capacitació i espectadors: Calculats amb restriccions derivades.
- Distàncies entre estadis: Utilitzada com a dada d'entrada, però combinada per calcular total_distancia.

Upper bound o lower bound de la funció objectiu:

1. Upper bound:

• La total_distancia pot tenir un màxim que depèn de la suma de les distàncies màximes entre estadis.

2. Lower bound:

• Per espectadors_sense_entrada, el mínim és 0, si tots els estadis poden acollir els tifosi.

Restriccions implicades i trencament de simetries:

1. Restriccions implicades:

- Prefixos fixos: Simplifiquen l'espai de cerca.
- Si un equip juga a un estadi, cap altre partit pot ocupar l'estadi en el mateix dia.

2. Trencament de simetries:

- Assignació d'estadis seqüencial: Els estadis es distribueixen de forma ordenada per evitar permutacions equivalents.
- Al tenir un model basat en conjunts la majoria de les simetries basades en la permutació d'equips desapareix.
- Rendiment: S'ha reduït significativament el temps de cerca al trencar simetries redundants.

Solucions obtingudes amb Solve Satisfy:

TO

```
▼ Running calendari.mzn, t0.dzn
=====UNSATISFIABLE=====
%%mzn-stat: nSolutions=0
%%mzn-stat-end
%%%mzn-stat: boolVariables=877
%%%mzn-stat: failures=8589
%%%mzn-stat: objective=0
%%%mzn-stat: objectiveBound=0
%%%mzn-stat: propagations=4337864
%%%mzn-stat: solveTime=0.744965
%%%mzn-stat-end
Finished in 961msec.
```

• T1

```
Distància total recorreguda: 1388
Nombre total d'espectadors sense entrada: 225000
Estadis actuals per cada equip i dia:
        2-3 | 1-4 | 5-6 | 7-8 |
                                       3-7
Dia 2:
       4-5 |
                                 6-8
            | 2-7 | 3-8 |
                                       1-5
Dia 3:
                                             4-6
Dia 4: 1-8 | 3-6
                                 2-4
                                             5-7
Dia 5:
            | 5-8
                         | 3-4
                               | 1-7
                                 3-5
Dia 6:
Dia 7: 6-7 |
                         1 2-5 1
                                       4-8
```

• T1Fix

• T2

Distància total recorreguda: 2613 Nombre total d'espectadors sense entrada: 453000 Estadis actuals per cada equip i dia:							
:Es 1 Es 2 Es 3 Es 4 Es 5 Es 6 Es 7 Es 8 Es 9							
Dia 1: 5-6 1-4 2-9 3-7 8-10							
Dia 2: 4-9 2-3 1-6 5-8 7-10							
Dia 3: 2-7 4-8 3-10 1-5 6-9							
Dia 4: 5-7 4-10 3-8 1-9 2-6							
Dia 5: 5-10 8-9 6-7 3-4 1-2							
Dia 6: 7-9 3-6 4-5 2-10 1-8							
Dia 7: 1-3 7-8 2-4 6-10 5-9							
Dia 8: 9-10 2-8 1-7 4-6 3-5							
Dia 9: 6-8 1-10 2-5 3-9 4-7							

• T2Fix

```
Distància total recorreguda: 2452
Nombre total d'espectadors sense entrada: 451000
Estadis actuals per cada equip i dia:
Dia 1:
            | 1-4 | 2-10|
Dia 2: 2-8 | |
Dia 3: 7-10| 2-6 |
                    | 3-9 |
                                      | 4-8 |
                                                 | 1-5
                                   | 4-9 | 1-10|
Dia 4:
          | 3-8 | 6-7 | 2-5 |
Dia 5: 1-3 | 5-7 |
                       | 8-10|
                                                4-6 | 2-9 |
                   5-8 I
                                          7-9 | 1-2 | 4-10|
| 3-10| 6-8 |
Dia 6:
                   1-9 I
                                                7-8 I
Dia 8:
```

T3

• T3Fix

• T4

• T4Fix

```
Distància total recorreguda: 7159

Nombre total d'espectadors sense entrada: 801000

Estadis actuals per cada equip i dia:

:Es 1|Es 2|Es 3|Es 4|Es 5|Es 6|Es 7|Es 8|Es 9|Es 10|Es 11|Es 12|Es 13|

Dia 1: 1-2 | | |10-12| 6-8 | |3-5 |13-14| |7-11| | |4-9 |
Dia 2: 6-10| 1-3 | | 9-13| |2-11| 8-12| | |4-5 |7-14|
Dia 3: | |1-4 | |8-10| | |2-6 |9-12| 5-14 |7-13| 3-11|
Dia 4: 7-12| 8-13| |1-5 |11-14| | | |2-4 |6-9 |3-10| |
Dia 5: 5-11|12-14| 7-9 |6-13| 1-10| |2-3 |4-8 | | |9-11| |
Dia 6: | |8-14| 2-7 | |1-12| |4-10| 5-13| 3-6 |9-11| |
Dia 7: | |2-10| |4-7 | |1-13| 5-9 |11-12| |3-8 |6-14| |
Dia 8: 4-13| 5-6 | | |3-9 |7-8 |1-11| 10-14| |2-12| |
Dia 9: |7-10| 6-11| |3-12| |4-14| |1-9 |5-8 |2-13| |
Dia 10: |5-12| 3-4 | |11-13| 9-10| 6-7 |1-14| |2-8 |
Dia 11: 8-9 |4-11| 3-13| |2-14| 6-12| |1-7 |5-10|
Dia 12: | |9-14| 2-5 |4-6 | |3-7 | |10-13| 4-12| |1-6 |
```

La variant d'optimització escollida per a fer les següents proves ha estat la darrera, que maximitza els espectadors i minimitza la distància recorreguda. Hem fet servir el solver OR Tools que era el que millors resultats ens estava donant i el nombre de threads l'hem pujat fins a 12. Generalment, hem deixat l'execució durant uns 45-50 minuts tot i que en la majoria dels casos la darrera solució s'obté abans dels 30 minuts.

TO: Durant els 5-10 primers minuts aquesta és la millor solució que troba. El vam deixar fins a 40 minuts, però no en va trobar cap de millor.

```
▼ Running calendari.mzn, t0.dzn
=====UNSATISFIABLE=====
%%mzn-stat: nSolutions=0
%%%mzn-stat-end
%%%mzn-stat: boolVariables=877
%%%mzn-stat: failures=8589
%%%mzn-stat: objective=0
%%%mzn-stat: objectiveBound=0
%%%mzn-stat: propagations=4337864
%%%mzn-stat: solveTime=0.744965
%%%mzn-stat-end
Finished in 961msec.
```

• T1

```
Distància total recorreguda: 1265
Nombre total d'espectadors sense entrada: 188000
Estadis actuals per cada equip i dia:
     :Es 1 |Es 2 |Es 3 |Es 4 |Es 5 |Es 6 |Es 7 |
                 | 3-4 | |
Dia 1: 3-7 | 1-8 | 2-6 |
                                         | 4-5 |
Dia 2: 1-2 |
                             | 5-7 | 6-8 |
                                           3-8
Dia 3:
                  | 1-7 | 2-5 | 4-6 | |
            1 6-7
Dia 4:
                 | 5-8 | 1-4 |
                                     2 - 3
Dia 5: 5-6 | 2-4 |
                             | 1-3
Dia 6:
                       | 3-6
                                   | 1-5
                                           2-7
      4-8
             3-5
Dia 7:
                             | 2-8 | 4-7 | 1-6 |
```

• T1Fix: La solució òptima es troba en 271 ms.

```
Distància total recorreguda: 1452
Nombre total d'espectadors sense entrada: 233497
Estadis actuals per cada equip i dia:
     :Es 1 |Es 2 |Es 3 |Es 4 |Es 5 |Es 6 |Es 7
                       | 1-2 | 5-7 | | 3-4
Dia 1:
                             | 4-8 | 6-7 |
Dia 2: 2-3 | 1-5 |
Dia 3: 1-7 | 2-4 | 3-8 |
                                          5-6
Dia 4:
                               2-6 | 3-5
                                          1-8
Dia 5:
                                  | 1-4 |
                                           2-7
       | 3-7 | 1-6 | 4-5 |
Dia 6:
                                   1 2-8 1
       4-6 | | 2-5 | 7-8 | 1-3 |
Dia 7:
Finished in 271msec
```

• T2: Durant els 20 primers minuts aquesta és la millor solució que troba. Fins als 45 minuts no troba cap solució millor.

```
Distància total recorreguda: 2298
Nombre total d'espectadors sense entrada: 394000
Estadis actuals per cada equip i dia:
:Es 1 |Es 2 |Es 3 |Es 4 |Es 5 |Es 6 |Es 7 |Es 8 |Es 9 |
                                                             5-6 |
Dia 3: 9-10 | | 2-3 | 5-8 |
Dia 4: | 5-10 | 7-8 | | 1-2
Dia 5: 2-5 | | 6-10 | | 3-9
Dia 5: 2-5 |
                  | 6-10 |
                                     | 3-9 | 4-7 |
                2-4 | 1-9 | 3-6 | 5-7 | |
Dia 6:
                                                  | 1-10 |
Dia 7: 3-7 |
                     | 4-5 | 2-9 | 6-8 |
                                          | 1-5 | 3-8 | 2-10 | 4-9
Dia 8:
Dia 9: 1-6 |
                                    | 4-10 | 2-8 |
```

• T2Fix: Aquesta és la millor solució trobada en 30 minuts, durant els 20 pròxims minuts no se'n troba cap de millor.

```
Distància total recorreguda: 2562
Nombre total d'espectadors sense entrada: 409000
Estadis actuals per cada equip i dia:
:Es 1 |Es 2 |Es 3 |Es 4 |Es 5 |Es 6 |Es 7 |Es 8 |Es 9 |
Dia 2: 4-8 |
                       | 6-10
Dia 3: 2-10
Dia 4:
                 3-8 | 1-7
Dia 5:
                                                                1-10
Dia 6:
                                        3-6 |
                                                                       8-10
                                                                5-6 I
Dia 7:
                       18-9
                                         4-10 | 2-7
                                                         2-6
Dia 8:
                  5-10
Dia 9: 1-6 |
                               | 3-10
                                                         5-8
                                                                 2-4 |
```

• T3: En prop de 35 minuts aquesta és la millor solució obtinguda, després de 45 minuts no se n'ha obtingut cap de millor.

• T3Fix: Aquesta és la millor solució trobada en 25 minuts, fins als 45 minuts no se'n troba cap de millor.

```
Distància total recorreguda: 3826

Nombre total d'espectadors sense entrada: 423000

Estadis actuals per cada equip i dia:

:Es 1 | Es 2 | Es 3 | Es 4 | Es 5 | Es 6 | Es 7 | Es 8 | Es 9 | Es 10 | Es 11 |

Dia 1: 1-8 | 7-10 | | 5-9 | 3-11 | | | | | 4-6 | | 2-12 |

Dia 2: 3-10 | 1-5 | 4-12 | 6-7 | | | 8-11 | | | | | | 2-9 | |

Dia 3: 6-12 | 8-9 | 1-10 | 4-11 | 5-7 | | | | | | | 2-3 | | |

Dia 4: 4-9 | | 3-7 | 1-12 | 8-10 | | | | 2-11 | | | 5-6 | |

Dia 5: | | | 6-9 | 3-8 | 1-4 | 5-12 | 2-7 | | | | | 10-11 |

Dia 6: 7-11 | | | | 9-12 | 1-2 | 6-8 | 3-5 | | 4-10 | |

Dia 7: | 3-12 | | | 2-6 | 7-9 | 1-11 | 4-8 | 5-10 | |

Dia 8: | | 5-11 | 2-10 | | | 3-9 | 1-6 | 8-12 | | 4-7 |

Dia 9: | | 2-8 | | | | 4-5 | 9-10 | 1-7 | 11-12 | 3-6 |

Dia 10: | 2-4 | | | | | 6-10 | | 7-12 | 9-11 | 1-3 | 5-8 |

Dia 11: 2-5 | 6-11 | | | | 3-4 | 10-12 | | | 7-8 | 1-9 |
```

• T4: Amb una hora d'execució aquesta és la millor solució obtinguda.

```
Distància total recorreguda: 6637

Nombre total d'espectadors sense entrada: 706000

Estadis actuals per cada equip i dia:

Est | [Bs 2 | [Bs 3 | [Bs 4 | [Bs 5 | [Bs 6 | [Bs 7 | [Bs 8 | [Bs 9 | [Bs 10 | [Bs 11 | [Bs 12 | [Bs 13 | [Bs 13 | [Bs 12 | [Bs 13 | [Bs 13 | [Bs 12 | [Bs 13 | [Bs 13 | [Bs 12 | [Bs 13 | [Bs 13
```

• T4Fix: En uns 55 minuts d'execució, aquesta és la millor solució obtinguda.

Cal dir que vam fer millores a l'output quan ja havíem fet les proves de rendiment pel que a les anteriors imatges quan s'introdueixen nombres majors a 9 els espais es desquadren.

L'output final millorat és el següent:

Taula de temps $(instància \times temps)$

Temps d'instància per solver:

m = minuts

s = segons

Hem estat fent proves de normal amb el Chuffed i el Gecode, com una prova del Gecode amb els que no són fix havia trigat 1 hora i 20 minuts i no acabava, per tant, si trigava massa simplement hem posat el + indicant que trigava més, com si fos un t.o més petit.

	Chuffed	Coin	$\mathbf{find}\mathbf{MUS}$	\mathbf{Gecode}	Globalizer	HiGHS	OR Tools
t0	$6 \mathrm{m}$	10+m	10+m	5.2s	10+m	10+m	0.701s
t1	10+m	10+m	10+m	0.309s	10+m	10+m	1.2s
t1 fix	0.742s	0.649s	1.645s	0.306s	1.2s	1.2s	$0.287 \mathrm{s}$
t2	10+m	10+m	10+m	0.821s	10+m	10+m	4.8s
t2fix	2.6s	10+m	10+m	0.381s	10+m	10+m	2.2s
t3	10+m	10+m	10+m	10+m	10+m	10+m	$3\mathrm{m}$
t3 fix	17s	10+m	10+m	38s	10+m	10+m	10s
t4	10+m	10+m	10+m	10+m	10+m	10+m	28m
t4fix	$10 \mathrm{m}$	10+m	10+m	$6 \mathrm{m}$	10+m	10+m	$4\mathrm{m}$

Taula 1: Comparació de temps entre diferents eines.

Per minimitzar els quilòmetres recorreguts per l'equip simplement li diem que ho minimitzi al propi solve, igual per maximitzar el nombre d'espectadors que podran entrar a tots els partits.

A l'hora de trobar una solució òptima que minimitzi els quilòmetres i, alhora, maximitzi els espectadors i l'invers hem fet una funció objectiu que minimitzar per tots dos casos. Finalment per controlar que la diferència entre km

recorreguts entre equips podríem per exemple minimitzar una variable que sigui el resultat d'agafar l'equip amb més i amb menys km recorreguts i sumar la diferència dels dos amb la mitjana de km. Aleshores podríem assignar un pes menor a aquesta variable que als km totals depenent de les nostres necessitats. Una altra opció semblant seria fer servir alguna mesura d'error com el MAE i de la mateixa manera assignar un pes inferior al nombre de km a l'hora de minimitzar segons que tan important volem que sigui la igualtat entre els km recorreguts pels equips respecte a la suma de km totals.