

MARCONI INTERNATIONAL UNIVERSITY

Bachelor in Computer Engineering



Capstone Project

UNA APROXIMACIÓN COMPUTACIONAL A LOS MERCADOS FRACTALES

Sergio Vargas Mateos

Tutor: D. Javier Parra

Miami, junio de 2020

A mis padres

Agradecimientos

A mis padres, por la educación recibida y por inculcarme lo valioso del esfuerzo personal.

A Jesús, por su apoyo continuo desde que tengo memoria.

A Alejandra, por hacerme tomar impulso cuando más falta me hacía.

A el equipo de tutores de la universidad, por el apoyo recibido y la rápida resolución de las dudas cuando estas hacían más difícil avanzar.

Índice

Índice.....	I
Índice de figuras.....	III
Índice de códigos.....	V
Índice de tablas.....	IV
Capítulo 1. Introducción.....	1
1.1. Presentación del problema	1
1.2. Antecedentes y justificación.....	3
1.3. Hipótesis y objetivos	6
1.4. Organización del documento.....	7
1.5. Glosario de términos	8
Capítulo 2. Estado del arte	16
2.1. Fundamentos teóricos y técnicos.....	16
2.2. Estudio del estado del arte.....	18
2.3. Análisis de la situación actual	21
Capítulo 3. Metodología de la investigación y análisis.....	23
3.1. Metodología de la investigación.....	23
3.2. Análisis de la solución propuesta	24
3.3. Diseño de la solución propuesta.....	27
Capítulo 4. Resultados	31
4.1. Implementación (Implantación) de la solución	31
4.2. Resultados y análisis	35
Capítulo 5. Conclusiones.....	39
5.1. Visión global del trabajo	39
5.2. Ventajas e inconvenientes de la solución desarrollada.....	41
5.3. Verificación de las hipótesis y objetivos del trabajo	42
5.4. Trabajos futuros y nuevas líneas de investigación	43
Referencias	45
Anexo I. Diseño del código.....	48

Índice de figuras

Figura 1. Tipos de simetrías.....	25
Figura 2. Tipos de curtosis.....	26

Índice de códigos

Código 1. Función desviación estándar.....	32
Código 2. Función curtosis.....	33
Código 3. Funciones media ajustada y desviación acumulativa.....	34
Código 4. Función rango reescalado.....	35
Código 5. Prueba de los algoritmos.....	37

Índice de tablas

Tabla 1. Resultados.....	38
--------------------------	----

Capítulo 1. Introducción

En este capítulo se hará una presentación global del trabajo. Primero se hará una presentación del problema en cuestión, introduciéndose este desde el punto de vista histórico. Se especificará la hipótesis en la que se basará el resto del trabajo.

Finalmente se explicará la organización del documento y se dará una presentación del glosario técnico presente en él.

1.1. Presentación del problema

Este trabajo trata sobre los mercados financieros y las operaciones especulativas que se realizan en ellos por empresas que utilizan técnicas matemáticas y algorítmicas muy sofisticadas. Para ello se ayudan de computadoras de gran capacidad de cálculo y cualificados grupos de ingenieros informáticos, que hacen posible manejar un enorme volumen de información y la implementación de tales algoritmos.

Hasta hace unos años, el costo de estos equipos de cómputo y la dificultad de implementación de tales técnicas hacía que solamente un selecto grupo de grandes bancos y compañías financieras pudieran plantearse sacar rédito económico de este tipo de actividades. Sin embargo, hoy en día, con los desarrollos tecnológicos que han propiciado que exista software especializado, y han provocado la bajada de precios de los equipos de cómputo y de los sistemas para el almacenamiento de datos, se hace posible que cada vez más empresas de tamaño reducido puedan acceder a este tipo de operativa.

Hoy en día, se calcula que más de un 70 por ciento de la operativa mundial en los mercados financieros, incluyendo en estos no solo a las grandes bolsas del mundo, si no igualmente a los mercados de intercambios monetarios y los mercados de bonos, se realizan siguiendo este tipo de técnicas que se han dado en llamar Trading de alta frecuencia. Estas empresas pueden llegar a

realizar un enorme nivel de operaciones por segundo, puesto que, a tal nivel de operativa, aunque actúen con márgenes pequeños, los puede llevar a obtener grandes beneficios económicos.

La disyuntiva que esto plantea es que como veremos, en el fondo estos algoritmos que en apariencia son tan sofisticados, una gran mayoría de las veces se basan en técnicas predictivas sobre el funcionamiento de los mercados que son erróneas.

Hace años, cuando estas operaciones se realizaban manualmente por los traders, las suposiciones igualmente eran equivocadas, pero el volumen de operaciones era menor y sobre todo se realizaba más lentamente. Esto tenía las implicaciones de que los mercados se veían afectados más despacio, o incluso no se notaba, porque el volumen de operaciones erróneas iba siendo absorbido por el volumen de operaciones dentro del mercado. Igualmente, al estar la mano del hombre detrás, la operativa era más meditada y muchas veces se subsanaban los errores.

Hoy en día la situación es muy diferente. Las operaciones se hacen casi literalmente a la velocidad de la luz y los algoritmos implementados fallarán en cascada. Esto se debe a que, si los mercados sufren bajadas demasiado abruptas debido a las circunstancias financieras y económicas, muchos de estos algoritmos tienden a vender, y como el volumen de operaciones suele ser tan grande, eso hará que por poner un ejemplo el índice bursátil baje más. Todo eso, a su vez hará que otros algoritmos que están programados de modo más conservador comiencen a vender igualmente, con lo que se crearan pequeños crash bursátiles que pueden ocasionar pérdidas de cuantioso valor a varias empresas, dejar a otras momentáneamente fuera de juego por la depreciación de sus activos y desestabilizar enormemente las finanzas internacionales. El último de tales flases crash, cuya investigación posterior apuntó directamente a este tipo de operativas, ocurrió el 6 de mayo de 2010. Ese día el Dow Jones estadounidense llegó a bajar casi un 9 por ciento y a recuperarse casi por completo en cuestión de 20 minutos, siendo la segunda mayor caída intradía del índice hasta comienzos de este año.

El poder realizar las operaciones tan rápido, igualmente abre la posibilidad, si el operador es lo suficientemente grande, de poder manipular el valor de las transacciones y por tanto manipular los precios de compra y venta al resto de inversores.

Para complicar un poco más la situación, actualmente se da otro factor añadido que todavía es muy difícil de cuantificar. El gran desarrollo en los últimos años de las técnicas de Deep Learning, y el incremento casi exponencial de empresas que realizan este tipo de operativas, con el consiguiente crecimiento en competitividad para obtener rentabilidad, hacen cada vez más comunes lo que se conoce como modelos caja negra. Este tipo de modelos diseñados para estar

aún más automatizados, puesto que cada vez hace falta más velocidad operativa para poder competir en el mercado, hacen que muchas veces los algoritmos que hay dentro del modelo puedan ser tan complejos e impredecibles, que ni los propios programadores puedan estar completamente seguros de lo que el modelo hará a continuación. Además, tenemos que en estos modelos se prima la velocidad de procesamiento, lo que hace que muchas veces se basen en modelos predictivos sin un fuerte componente teórico, por lo que como expusimos antes, si además el modelo es erróneo, conlleva un empeoramiento de la situación.

Si el comportamiento de estos algoritmos es complicada e impredecible, cuanto más puede serlo el uso combinado de ellos.

Con el trabajo se pretende mostrar la aplicación computacional, y posiblemente comercial, de una nueva visión sobre los mercados financieros. Esta nueva teoría económica es conocida como la Teoría del Mercado Fractal. Los mercados siempre serán impredecibles y tendrán un alto grado de aleatoriedad, puesto que surgen de las decisiones de millones de entes económicos. Sin embargo, desde el principio de estos, existen multitud de personas que intentan buscar tendencias en ellos para poder aprovecharlas.

También se mostrará una visión alternativa más segura a los anteriormente comentados algoritmos de caja negra, dada la inseguridad de que estos puedan fallar en cadena y propiciar problemas catastróficos a nivel económico y financiero.

1.2. Antecedentes y justificación

Para situarnos en contexto y darnos cuenta de cómo hemos llegado a la situación actual, haremos un recorrido histórico.

Nuestra historia comienza en la ciudad de París en 1900, aquí nos encontramos con un joven matemático llamado Louis Bachelier, que es considerado el padre de las matemáticas financieras modernas. Acababa de publicar su tesis doctoral con el nombre de Teoría de la especulación [12]. En ella se discute una idea revolucionaria para la época, y es que intenta demostrar que las matemáticas y más concretamente la teoría de la probabilidad puede aplicarse al estudio de los mercados financieros, aplicándola a su vez a la bolsa de París.

Hay que especificar que, aunque desde hace décadas sea normal, en aquella época era impensable aplicar las matemáticas al estudio de la economía. Con todo, Bachelier se basó en algunos estudios previos, como por ejemplo el del financiero francés Jean Joseph Nicolás Regnault [12], que ya en 1863 publica un análisis donde desarrolla la hipótesis de que la proporcionalidad de los precios sigue un patrón matemático similar al que luego se tomaría como base central para desarrollar la teoría del movimiento Browniano.

Bachelier desarrolla la idea de cómo la técnica del Camino Aleatorio, que es el aparato matemático del movimiento Browniano, puede aplicarse, no para predecir los precios, pero si para predecir las fluctuaciones de estos mediante las leyes matemáticas del azar. Como conclusión se obtiene que los riesgos son mensurables, que los grandes cambios en el precio son muy raros, y que el comportamiento de estos se puede modelar con la llamada distribución normal.

Bachelier fue un adelantado a su tiempo, desarrollando conceptos que luego se redescubrieron más tarde. Propone el concepto de lo que en 1933 Kolmogorov [12] llamaría esperanza condicionada, igualmente propone la idea de lo que en 1906 se llamaría proceso Markoviano. Tristemente, sus trabajos permanecen en el anonimato y sigue sin saberse mucho de la vida de este personaje, que fallece en 1946. Algunas explicaciones de esto parecen ser que sus trabajos eran demasiado disruptivos para el conocimiento de la época, además parecer ser que fue una personalidad difícil durante su vida y no se llevó nada bien con la élite matemática de la época.

Debemos dar un pequeño salto en el tiempo hasta principios de la década de los 60, donde el futuro premio Nobel de Economía Paul Samuelson, en una visita a la Universidad de la Sorbona se encuentra en la biblioteca la tesis de Bachelier. Samuelson la estudia y se sorprenden de que sea un trabajo desconocido. La reedita en 1964 y la toma como base para sus trabajos futuros, creando con ello los cimientos del edificio de la teoría económica moderna.

En 1965 Samuelson publica su artículo “Rational Theory of Warrant Prices” [12], en dónde introduce el concepto de movimiento económico browniano. Samuelson corrige algunos defectos del trabajo de Bachelier, por ejemplo, elimina la posibilidad de que los precios sean negativos. Posteriormente Samuelson da pruebas que parecen validar la hipótesis del mercado eficiente, que posteriormente se ha demostrado completamente errónea.

En 1973 Fischer Black y Miron Scholes publican un artículo llamado “The Pricing of Options and Corporate Liabilities” [12]. Partiendo del supuesto de la teoría del Mercado eficiente ellos formulan la conocida como fórmula de Black-Scholes que se usa para valorar contratos de

opciones y activos de riesgo. El también economista Robert Merton publica un artículo en el mismo año donde se obtienen resultados similares a los de Black y Scholes.

La fórmula, ya conocida como fórmula de Black-Merton-Scholes, se populariza y se acepta por la industria de Wall Street comenzando a usarse ampliamente en la creación de portafolios y carteras de inversión. Esta ecuación es el eslabón que convierte las finanzas cuantitativas en una parte esencial de la banca moderna.

Como muestra de la importancia y difusión de esta fórmula en el mundo financiero, sus creadores recibieron el premio Nobel de Economía en 1997, aunque Fischer Black había fallecido dos años antes.

A finales de los 80 y principios de los 90 cada vez hay más pruebas de que la fórmula de Black-Scholes necesita modificarse porque provoca severos fallos. Uno de los más famosos fue el conocido como “Crash del Lunes Negro” que sucedió en 1987. En ese día los mercados americanos bajaron más de un 20 por ciento de un día para otro. Las carteras, que estaban diseñadas según la fórmula de Black-Merton-Scholes sufrieron cuantiosas pérdidas. Hay que decir que, aunque aún no se usaba trading algorítmico como en la actualidad, estos modelos ya se encontraban programados en las computadoras de los bancos y los fondos de inversión.

Los modelos que tenían programados las computadoras estaban preparados para vender las acciones de forma gradual si el mercado caía, sin embargo, al desplomarse el mercado, todos quisieron vender al mismo tiempo y nadie compraba. Las computadoras ejecutaron las órdenes de venta a precios mucho más bajos de los que se esperaban los ocupados de diseñar las carteras financieras. El modelo de Black-Merton-Scholes no anticipaba la posibilidad de un desplome, puesto que el modelo del camino aleatorio basado en la distribución normal predecía que una caída de esta magnitud en un solo día no tenía probabilidad de ocurrir en más de un millón de años.

Desde 1998 se usan modelos de inversión, en apariencia más realistas, para la evaluación de riesgos. Estas reglas se empiezan a aplicar con la entrada en vigor del estándar financiero de Basilea II. A partir de este momento es cuando empieza a desarrollarse la conocida como Economía Informática, aunque algunos algoritmos de trading poco eficientes y programados en C++ empezaron a usarse al menos unos 5 años antes.

El uso de programas especializados y la contratación de ingenieros en el mundo financiero empieza a despegar a partir de esta fecha, entre otros, porque los modelos cada vez son más difíciles de implementar, requieren más datos, requieren cada vez ser más eficientes y rápidos.

Otra cosa para tener en cuenta es que, aproximadamente en las mismas fechas empieza a desarrollarse lo que se conoce como la segunda edad dorada de la Inteligencia Artificial, puesto que se cambia el enfoque con el que se investigaba esta y se comienza a usar un enfoque más probabilístico. Igualmente, el desarrollo de internet a partir de estas fechas hace mucho más fácil acceder a los datos, y facilita la creación de redes de transmisión de la información financiera más eficaces.

A partir de estas fechas, los métodos de inversión comienzan a ser cada vez más computacionales. Aunque con algunas aportaciones económicas novedosas, las compañías de inversión empiezan a utilizar el potencial de cálculo y rapidez de los ordenadores primero, y los avances en Inteligencia Artificial para automatizar procesos posteriormente como principales herramientas de uso.

1.3. Hipótesis y objetivos

La hipótesis de este trabajo consiste en:

La hipótesis del Mercado Fractal aporta indicadores que pueden ser más precisos que los normalmente utilizados para predecir la dirección del mercado.

El **objetivo principal** de este trabajo es demostrar que el uso de algunos indicadores técnicos descubiertos en los últimos años pueda indicar una posible mejora en la predicción de las tendencias hacia las que se orientará el mercado, y cómo podrían implementarse computacionalmente para poder ser usados por los interesados.

Para llevar a cabo el objetivo principal programaremos e implantaremos computacionalmente los siguientes indicadores de la teoría fractal:

- Prueba de normalidad de la distribución.
- Estimación del análisis de rango reescalado R/S
- Estimación del coeficiente de Hurst.

1.4. Organización del documento

En el **capítulo 1**, Introducción, se presentará el problema planteado, a que, en parte, este trabajo pretende dar solución. De esta manera introduciremos la procedencia histórica del problema en cuestión.

En este capítulo se planteará igualmente la hipótesis con la que se iniciará el trabajo, y los objetivos a conseguir para lograr demostrarla. Acompañándolo de un glosario de los términos más técnicos que se usarán a lo largo de la exposición.

En el **capítulo 2**, Estado del arte, se presentará de donde surge, los fundamentos teóricos, y los fundamentos técnicos de la Hipótesis de los Mercados Fractales. Se incluirá un breve análisis de la situación actual.

En el **capítulo 3**, Metodología de la investigación y análisis, se presentará el motivo de la investigación y de donde surge ésta.

Igualmente se incorporarán los fundamentos para construir la solución y el diseño de ésta a nivel teórico.

En el **capítulo 4**, Resultados, se presentará un prototipo de la solución implementada a nivel computacional. Para eso se realizará un análisis de los datos financieros y los cálculos con la solución implementada.

Para realizar la solución y el análisis a nivel computacional se usará el lenguaje de programación Python [3] [4] [8]. En finanzas se trabaja principalmente con los lenguajes Python, R y MATLAB. Pero justifico el uso de este lenguaje porque primero es de código abierto, segundo tiene una gran comunidad de desarrollo detrás, y también por la facilidad de prototipar código con él.

En el **capítulo 5**, Conclusiones, se presentará una visión global del trabajo. Lo que se ha aprendido al aplicar la solución computacional, con sus posibles ventajas e inconvenientes. Para finalizar, se propondrán las posibles futuras líneas de investigación que, serían recomendable se llevasen a cabo.

1.5. Glosario de términos

Acción: Activo que representa la propiedad de una empresa. Un reclamo por parte de los activos y ganancias de una empresa. Hay dos tipos principales: comunes y preferentes.

Acciones comunes: Tipo principal de acciones, da derecho al propietario a recibir dividendos y votar en las juntas de accionistas.

Acciones preferentes: El otro tipo principal de acciones; generalmente no implica derechos de voto, pero da derecho al propietario a un reclamo más alto sobre los activos y ganancias de una empresa.

Análisis fundamental de una empresa: Tipo de análisis que implica mirar el balance general de la empresa y los estados de flujo de efectivo, que generalmente se actualizan cada trimestre.

Análisis de sensibilidad: Tipo de análisis que mide cuál es el efecto que puede provocar en los resultados finales de la estrategia de inversión un leve cambio en las variables que tenemos en la entrada.

Backtesting: Método de trabajo que consiste en probar una estrategia de inversión en datos históricos de un mercado para evaluar cual fue su rendimiento.

Break Even: Umbral de una inversión donde el beneficio obtenido es cero, si vendemos por debajo de este umbral tendremos pérdidas.

Broker: Intermediario financiero entre el inversor y la liquidez del mercado, gracias a ellos un inversor puede encontrar la contrapartida a sus órdenes de compra/venta.

CFD: Es un contrato derivado entre un comprador y el vendedor por la diferencia que hay entre el valor subyacente del producto entre el momento de la compra y el de la venta.

Colas gruesas: Se utiliza este término cuando las colas de la distribución se encuentran por encima de las colas de la distribución normal.

Correlación: Relación que se establece entre dos variables diferentes según qué tan parecido es su movimiento.

Dark Pools: Redes de clientes privados donde se puede comercializar con órdenes de mercado muy grandes de manera anónima.

Datos de mercado: Datos generados por las transacciones, quizá son los más importantes a la hora de realizar el análisis. Son datos temporales y son una serie de datos comerciales que ocurren en un momento dado.

Deep Learning: Tipo de aprendizaje automático en el que se usan redes neuronales.

Derivado financiero: Instrumento de inversión cuyo valor se basa en el precio de otro activo conocido como subyacente.

Desviación estándar: Medida que indica cuanto se apartan los datos de su media aritmética.

Distribución Normal: Tipo de distribución matemática suave modelada por la curva conocida como Campana de Gauss. El dibujo de dicha curva y la distribución de valores queda totalmente determinada por su media aritmética y su desviación típica

Diversificación: Estrategia de inversión donde un portafolio está creado con diversos componentes sin relación entre ellos, disminuyendo el riesgo de la inversión respecto a un portafolio no diversificado.

Dividendo: Parte de los beneficios de una compañía que se reparten entre sus accionistas.

Econofísica: Campo interdisciplinar en el que se usan métodos matemáticos desarrollados dentro de la física estadística para estudiar los sistemas con cambios complejos.

Equidad: Valor de un activo propio menos el monto de todas las deudas de ese activo.

Equity Security: Valor que representa la propiedad fraccional de una entidad, como las acciones.

Estrategia de trading: Conjunto de pasos y reglas que le ayudan a decidir qué acciones comprar o vender, cuándo realizarlo y cuánto dinero invertir en ellas.

Exchange Traded Fund (ETF): Fondo cotizado dividido en acciones en el que un inversor puede participar a través de su compra en el mercado.

Finanzas Fractales: Reducen a una idea matemática sencilla procesos tan complejos como la variación de los precios o la convertibilidad de una moneda en otra.

Forex: Mercado internacional de intercambio de divisas.

Fórmula de Kelly: Fórmula matemática para determinar qué porcentaje de la cartera se invertirá en un determinado activo o estrategia. Se suele trabajar con la mitad o una cuarta parte de los valores que arroja dicha fórmula, dado que los valores de la fórmula suelen conllevar un alto nivel de optimismo, que puede ocasionar una colocación de capital demasiado arriesgada.

Futuros: Tipo de derivado financiero en los que se negocian contratos que vencen en una fecha determinada del futuro en la que hay que vender obligatoriamente.

Ganancias de capital: Ganancias que resultan de la venta de un activo a un precio superior al precio de compra

Gaps: Saltos en el precio de cotización de un activo financiero. Ocurren normalmente entre el cierre y la apertura diarios de los mercados, así como durante los fines de semana, provocando una discontinuidad en precio de los datos que es necesario manejar en los análisis computacionales.

Hedge Fund: Fondos de cobertura o de inversión libre. Tipo de instituciones de inversión que gozan de libertad absoluta a la hora de negociar en cualquier tipo de producto, mercado o activo. Suelen arriesgarse más y buscar más rentabilidad que otros colectivos de inversión más tradicionales.

High Frequency Trading (HFT): Es la rama del trading cuantitativo que por su rapidez se realiza computacionalmente. Se aprovecha de pequeñas ineficiencias en los precios o en los mercados. Se usan multitud de estrategias distintas.

Hipótesis del mercado eficiente: Teoría formulada por Paul Samuelson y Eugene Fama en la década de los 60. Esta teoría explica que los precios del mercado siempre reflejan el valor auténtico de aquello con lo que se comercia porque estos precios incorporan toda la información disponible. Asume que los cambios de precio son estadísticamente independientes y que estos siguen la distribución normal. De ser cierta implicaría que el comprador y el vendedor están compensados.

In Sample (IS): Datos que se utilizan para optimizar una estrategia de trading durante el backtesting.

Libro de órdenes: Registro de las órdenes pendientes que hay en el mercado. Determina cual es el mejor precio de compra y de venta, el volumen de operaciones y su prioridad relativa al nivel de precio prefijado por éstas.

Movimiento browniano: Movimiento aleatorio que se observa en las partículas que se hallan en un medio fluido, como resultado del choque entre las moléculas de dicho fluido. El primero en dar una explicación y formulación matemática de este fenómeno fue Albert Einstein, pero Louis Bachelier se le adelantó unos años analizando un problema similar, el comportamiento errático

de partículas de polen suspendidas en el agua. Bachelier utilizó la técnica matemática del Camino Aleatorio, consiguiendo una solución igual de elegante que la de Einstein.

OOS: Tipo de datos que se utilizan para verificar la validez de una estrategia de trading durante el backtesting.

Opciones: Producto derivado que se utiliza para cubrir los riesgos de inversión en otros productos. Son básicamente un tipo de contrato que da a su comprador el derecho, pero no la obligación, de ejecutar la compra o la venta de un determinado activo financiero a un precio determinado previamente a cambio de una prima.

Optimización: Proceso aplicado a la inversión por el cual se decide el peso de determinados activos en una estrategia de inversión cuando buscamos un fin concreto, como por ejemplo reducir el riesgo.

Pandas/Numpy: Paquetes computacionales del lenguaje Python que se usan para analizar y operar con los datos.

PER: Medida que se calcula aplicando el precio de mercado actual de una acción dividido por sus ganancias por acción informadas más recientemente. Puede interpretarse esta relación como cuánto se valora la empresa en comparación a cuánto dinero ganó. Es importante tener cuidado con la forma en que interpretamos una relación PER como alta o baja, porque no podemos decir si ésta es buena o mala al mirarla de modo aislado.

Portafolio: Conjunto de productos o activos que un inversor posee de manera simultánea con el objetivo de conseguir la máxima rentabilidad posible con el menor riesgo asociado.

Posición corta: Compra de un activo bajo la expectativa de que el precio del activo disminuirá.

Posición larga: Compra de un activo bajo la expectativa de que el precio del activo aumentará.

Precio de mercado: Cruce entre lo que unos están dispuestos a vender y otros a comprar.

Quants: Dícese de aquellas personas cuyo oficio es buscar la verdad en los datos ocultos de los mercados. Estos construyen modelos computacionales del mundo de las finanzas o los mercados, y aplican el método científico a las finanzas.

Random Walk: Nombre matemático de la técnica de Camino Aleatorio. Es un tipo de serie temporal donde los valores son independientes y aleatorios, y por tanto los movimientos pasados no pueden utilizarse para predecir los movimientos futuros.

Red neuronal: Tipo de algoritmo de aprendizaje automático de tipo profundo que consiste en una capa de entrada que puede admitir varios datos a la vez y una capa de salida de un solo valor. Entre medias se sitúan las llamadas capas ocultas, que son las que realizan las operaciones que nos devolverán el valor al final. El número de estas capas es variable, un mayor número de estas implica mayor capacidad de aprendizaje e igualmente un aumento considerable en la necesidad de recursos computacionales de cálculo.

Riesgo financiero: Normalmente se refiere a la incertidumbre o variabilidad de los retornos. Hay muchas formas diferentes de cuantificarlos matemáticamente.

Señal alfa: Señal de trading. Es cualquier señal numérica que puede usarse para informar una operación, podría ser un sólo número, por tanto, los vectores alfa son un subgrupo de este tipo de señales.

Servidor de emparejamiento: Servidor encargado de casar emparejar las órdenes de compra de un inversor con las órdenes de venta de otro, garantizando que la operación se realiza de modo correcto y que cada inversor recibe o entrega la cantidad de acciones o contratos que haya operado.

Simulación de Montecarlo: Método estadístico que se utiliza para medir las distintas probabilidades de riesgo que pueden existir en una estrategia mediante la combinación aleatoria de todas sus entradas durante un periodo determinado de tiempo o de un backtesting.

Sobreoptimización: Este concepto ocurre cuando se optimiza tanto una estrategia que lo que se consigue es modelar el propio ruido de los datos que se están usando para optimizar, por lo que al aplicar este modelo en otros casos nos dará resultados erróneos.

Splits/Contrasplits: Nombre que recibe la división o la unión de las acciones de una compañía para aumentar o reducir el número de títulos en el mercado, por tanto, habrá una variación en el precio que depende del porcentaje dividido o agrupado. Hay que tener cuidado con esto cuando realizamos nuestros análisis en las series de precios puesto que producen saltos importantes en éste.

Stop Loss: Nivel de precio que representa la pérdida máxima que el inversor está dispuesto a asumir en la inversión, por lo que si el precio traspasa ese umbral se producirá una orden de venta automática.

Survivorship Bias: Significa “sesgo de supervivencia” y es un error que se comete al no tener en cuenta los productos que fueron descartados de una muestra, debido a que estos desaparecieron o fueron eliminados. De esta manera se obtienen datos más optimistas que los reales puesto que no se tienen en cuenta las acciones de compañías que no sobrevivieron con el tiempo.

Teorema central del límite: Teorema cuyo enunciado dice que la suma de variables aleatorias que tienen la misma distribución, cuando esta suma va al infinito se puede modelizar como una distribución normal.

Tick: Cada actualización de precio de un activo en el mercado financiero.

Trading cuantitativo: Proceso de usar análisis estadístico y modelado para predecir el comportamiento del mercado y el uso de esas predicciones para hacer intercambios con el objetivo de obtener ganancias.

Universo de acciones: Término de las finanzas que se refiere a un grupo de acciones que comparten ciertas características comunes como pertenecer al mismo mercado o simplemente un conjunto de acciones que se utilizan para verificar o simular estrategias comerciales.

Valor: Activo financiero que tiene algún tipo de valor negociable. Pueden ser opciones, bonos y acciones, se pueden dividir en tres grandes tipos: representados de deuda, valores de renta variable y valores derivados.

Valores atípicos: Valores extremos o inesperados que pueden o no regresar eventos reales. Estos pueden aparecer por muchas razones diferentes, algunos más comunes que otras. Estos siempre pueden aparecer por algún error humano.

Varianza: Medida de dispersión que se define como la esperanza del cuadrado de la desviación estándar respecto a la media aritmética de la variable que estamos analizando.

Vector alfa: Lista de números, uno para cada acción en una cartera, que nos da una señal del rendimiento futuro relativo de estas acciones. En la comunidad financiera, tanto académica como industrial, se usa alfa para denotar múltiples ideas.

Volatilidad: Medida que nos indica el cambio que sufre el precio de un activo financiero en un momento de tiempo determinado.

Volumen: Cantidad de un activo que se negocia en el mercado de valores en una cantidad de tiempo determinada.

Walk Forward: Análisis que se realiza con una estrategia de inversión en un entorno lo más parecido posible a la realidad para intentar averiguar cuál sería su comportamiento. Se realiza a través de una serie de optimizaciones en datos IS y verificación de datos OOS, obteniéndose de estos últimos una curva de rendimiento real.

Capítulo 2. Estado del arte

En este capítulo se introducirá de dónde surge la Teoría del Mercado Fractal, los fundamentos teóricos y técnicos que la sustentan, y una visión de la situación actual.

2.1. Fundamentos teóricos y técnicos

La teoría fractal de los mercados financieros es un campo muy reciente, el estudio de los fractales comienza con el matemático de origen polaco Benoît Mandelbrot.

Mandelbrot fue un matemático que trabajó en varios campos a lo largo de su vida, a mediados de la década de los 60 se interesó por la economía. Esta era la fecha donde se redescubrió la tesis de Louis Bachelier y se realizaron los trabajos de Paul Samuelson. Desde el principio Mandelbrot vio que el modelo del mercado eficiente tenía fallos y que tenía poca concordancia con la realidad, pero sus trabajos no se tuvieron muy en cuenta en un principio. A esto hay que unirle que Mandelbrot dejó de trabajar en economía y siguió trabajando en IBM en temas de matemáticas puras y computación.

Sin embargo, a finales de los 80, con el cuestionamiento de las teorías vigentes se volvieron para tener en cuenta los trabajos de Mandelbrot, el mismo volvió a trabajar en este campo a principios de la década de los 90. Fue la fecha en que igualmente surgió el campo interdisciplinar de la Econofísica como ciencia, donde se recogen todos estos estudios previos y se comienza a investigar en finanzas.

Las fuentes bibliográficas en que se ha basado este estudio son:

- Para el estudio de la parte histórica se ha usado *Cuando los físicos asaltaron los mercados* [12], *Un hombre para todos los mercados* [11], y por último *The Quants* [9].

El primero de ellos es el principal libro que se ha usado como referencia para entender la historia de la problemática estudiada, puesto que se hace un recorrido

completo desde principios del siglo XX hasta la actualidad en la temática de cómo han avanzado las técnicas para intentar predecir las tendencias en los mercados financieros, con sus aciertos y sus errores. Sobre todo, muestra la gran importancia de la revolución computacional en este sector desde mediados de los años 90 del pasado siglo hasta la actualidad.

El segundo libro aporta una visión más personal del matemático Edward Thorp, donde cuenta sus inicios intentando predecir las probabilidades en las mesas de Black Jack de los casinos. Para ello desarrolla un método probabilístico novedoso, pero cuyos cálculos le llevarán mucho tiempo realizar a mano. En esto le surge la oportunidad de ir a enseñar al MIT, donde casualmente se encuentra uno de los primeros computadores modernos. Él empieza a implementar los cálculos en el ordenador por lo que puede validar su teoría, que luego pasa a implementar en los mercados financieros, que trata de un modo similar, probabilísticamente hablando, a las mesas de Black Jack. Tiene éxito hasta los turbulentos mercados de mediados de los 80. Su uso novedoso de los computadores en los orígenes de esta ciencia para realizar cálculos tediosos a mano es una analogía muy buena de la situación que se quiere implementar en este trabajo. Básicamente digo que es una analogía porque los cálculos como tales no son complicados, pero hace falta tal cantidad de ellos y tal manejo de datos que sería imposible realizarlos de manera manual.

Por último, en *The Quants*, su autor da una visión de esta profesión en la actualidad y hace tener una referencia de cómo se comportan las personas que se dedican a invertir mediante técnicas computacionales en los mercados. Igualmente muestra los peligros inherentes a este tipo de actividades.

- Los dos libros de Benoît Mandelbrot han sido básicos en este estudio. En *La Geometría Fractal de la Naturaleza* [6] muestra cómo surge esta novedosa rama del conocimiento, explica lo que son los fractales y como están por todos lados en la naturaleza. Sin embargo, es su obra *Fractales y Finanzas* [5] la que sienta el marco teórico del estudio, puesto que en ella analiza los mercados a fondo, habla de la hipótesis del mercado eficiente y de porque está equivocada. Luego habla de su visión y estudios de cómo los fractales se pueden usar para estudiar este tipo de mercados y con el surge la teoría del mercado fractal. Todo esto ocurre cuando se da cuenta de la similitud de patrones que existen entre diversos gráficos financieros y sus estudios sobre los fractales y características de ellos como la autosimilitud.

- En *Introduction to Econophysics* [7], que es un libro clásico, más bien breve y medianamente técnico sobre esta novedosa y multidisciplinar ciencia. En ella se estudian los mercados desde un punto de vista mucho más moderno que con las teorías clásicas, sin embargo, no incluye las aportaciones de la teoría fractal.
- En *Fractal Market Analysis* [10], se realiza una explicación más detallada sobre esta teoría, y del método para formularla matemáticamente. En la tesina *Fractales en los mercados financieros* [1] se hace un resumen muy asequible de estos principios.
- Por último, los libros referidos al lenguaje Python [3] [4] [8] me han sido de mucha utilidad para llenar las lagunas que tenía en este lenguaje y su aplicación al mundo de las finanzas.

2.2. Estudio del estado del arte

Para empezar, recordemos los principios en los que se basa la teoría clásica:

- Todos los inversores tienen el mismo horizonte temporal de inversión.
- El cambio de precios en los activos financieros se produce de forma continua, no se producen cambios de forma abrupta.
- Los inversores actúan de manera racional y su único objetivo es enriquecerse, por tanto, harán que el mercado funcione eficientemente.
- En el mejor de los casos el tiempo es ignorado en estos modelos, los mercados no tienen memoria o esta es limitada.
- Los cambios de precios siguen el modelo matemático del Camino Aleatorio. Esto implica que los precios de un mismo activo son independientes unos de otros, incluso los que se producen a continuación o con anterioridad al presente. Y sobre todo la principal base de este modelo es que los precios se distribuyen siguiendo una distribución normal.

Esta teoría trata el mercado de una forma lineal, donde los cambios de precio son proporcionales. Sin embargo, aunque el mercado se puede comportar así durante breves periodos

de tiempo, esto es excepcional. Lo más normal es que los mercados se comporten de forma no-lineal.

La teoría de las finanzas fractales se basa en otros presupuestos que se puede demostrar que son mucho más certeros y coherentes con lo que observamos en la realidad:

- Los niveles extremos de precios en los mercados financieros no son sucesos extraordinarios, ocurren continuamente. La teoría de las finanzas fractales viene a demostrar este punto.
- El tiempo en los mercados es relativo y flexible. Sin una leyenda en los gráficos es imposible saber si un gráfico abarca seis minutos, seis meses o seis años. Además, el tiempo se puede estirar donde no ocurre nada en mucho tiempo y se puede contraer, donde hay fuertes turbulencias financieras en breves espacios de tiempo. Esto suele provocar que los problemas se produzcan a rachas.
- Los mercados tienen personalidad. La dinámica no se puede reducir a la suma de sus partes.
- Los cambios de precio no se producen de manera continua, muchas veces saltan varios escalones de golpe y las órdenes de compra o de venta llegan muy tarde y pueden provocar grandes pérdidas. Además, el mercado tiene una especie de “memoria larga”, pero la pauta de esta no es predecible. La explicación exacta no se conoce, se puede especular, pero se ve que el fenómeno es real y contradice el modelo anterior. Esto implica que haya una cierta correlación temporal en los precios.
- De la geometría fractal emana que la aleatoriedad puede ser de tres tipos: dócil, serena y salvaje. Las teorías económicas convencionales asumen que la variación de los precios se ajusta a la pauta dócil más simple, pero en la realidad no se comportan así, la aleatoriedad es más bien salvaje y abrupta.

El término fractal significa “fragmentado”. Se aplica a un conjunto de formas geométricas generadas por procesos meramente iterativos como puede ser una función recursiva. Estas formas tienen la característica de que son similares en toda escala de tamaño, no son diferenciables y poseen dimensión fractal. Una de sus características es la autosimilitud, esto es, la estructura está compuesta por partes más pequeñas que se parecen a la original.

Cuando hablamos de dimensión fractal nos referimos a “la rugosidad de la curva”. Se suele considerar que las figuras geométricas tienen dimensión entre 1 y 3. Sin embargo, los objetos fractales no tienen dimensiones enteras, está puede ser cualquier número entre 1 y 3.

Los fractales forman parte de los llamados sistemas caóticos. Las características de este tipo de sistemas son:

- Son muy sensibles a las condiciones iniciales, un pequeño cambio en el punto de inicio puede provocar cambios enormes en el modelo.
- Parecen desordenados y aleatorios, pero no lo son en absoluto. Existe cierto patrón y sentido del orden dentro de ellos.

Los mercados financieros tienen estas características de ser un sistema caótico, pequeñas variaciones pueden producir enormes cambios en los resultados finales.

La hipótesis del mercado fractal intenta proporcionar un modelo de comportamiento del mercado que se adapte más a la realidad. El mercado permanecerá estable si participan varios inversores y éstos actúan con diferentes horizontes temporales. Si por algún motivo se produjera un desajuste a corto plazo, los inversores que tienen un horizonte temporal más largo entrarían al mercado para aprovechar esta oportunidad y el mercado se volvería a estabilizar (esto ocurrirá siempre que el inversor que entre tenga un horizonte temporal más largo que el que permanece en el mercado). El mercado se va a estabilizar por sí mismo.

Los mercados se desestabilizarán cuando se rompe la estructura fractal, esto ocurrirá siempre que no existe una diferencia suficiente en los horizontes temporales de los inversores.

Los horizontes de inversión se reducirán cuando los inversores piensen que ya no disponen de suficiente información válida, sin embargo, si siguen entrando inversores con distintos horizontes temporales, el pánico que hace salir del mercado a unos será absorbido por otros. Si no se cumpliera esta condición el mercado se desestabilizaría porque habría falta de liquidez, ya que el pánico de salir no va a haber nadie que lo cubra. En este momento, en el cual no se absorbe la salida de los inversores es cuando los precios empiezan a bajar, y cuanto mayor sea la diferencia entre el horizonte temporal de los inversores más abrupta será la bajada.

Con estos conocimientos podemos afirmar algunas cosas sobre el mercado financiero con certeza:

- El mercado se comportará de una manera estable siempre que exista inversores con diferentes horizontes temporales de inversión. Esto facilitará el intercambio de activos y la liquidez entre unos y otros, puesto que las salidas de unos son absorbidas por los que quedan en el mercado.

- El nivel de información que creen poseer los inversores es muy importante. A corto plazo los inversores se fijan más en los conocidos análisis técnicos y de tendencias. Cuanto más se va alargando el horizonte temporal de los inversores, eso significa que estos tienen un objeto de inversión más serio y no se centran en el logro de comisiones rápidas, por tanto, mostrarán más interés por la información fundamental de la empresa.
- Los precios de los activos financieros son un resumen de la información que poseen los inversores, tanto a corto plazo como a largo plazo.

2.3. Análisis de la situación actual

Actualmente las implementaciones que se usan en la industria se basan en software construido como modelos de caja negra, cuya validez se está probando continuamente mediante técnicas estadísticas. Básicamente son algoritmos que tienen dentro técnicas de Inteligencia Artificial preparadas para la predicción rápida y la búsqueda de tendencias a corto.

Igualmente, se usa mucho todavía en la industria el modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model). Básicamente lo que hace este modelo es calcular la rentabilidad que un inversor debe exigir a un activo financiero para invertir en él, la decisión se toma en función del riesgo que se le asigne a este activo financiero. Este modelo se basa en la hipótesis del mercado eficiente, que como ya hemos visto es errónea. Hoy en día, que se conoce que es errónea lo que se usan son aproximaciones más o menos certeras que siguen usando la distribución normal como aproximación, pero ahora levemente parcial.

Normalmente, desde hace mucho tiempo, para minimizar el riesgo de una inversión las carteras se construyen con varios instrumentos financieros o universos de acciones diferentes. Estos van rotando temporalmente, normalmente durante periodos de un mes, y también van cambiando el peso de los diferentes activos en las carteras. Me parece una buena práctica puesto que el riesgo asociado a las inversiones se puede diversificar de esta manera.

Actualmente, a parte de estas prácticas, no tengo referencias de que se utilice el modelo del mercado fractal en fondos y compañías de inversión serias. Seguramente existen sujetos que lo utilizan para operaciones de trading intradía, aunque me parece que el rendimiento o pérdidas que se puede obtener así tiene un alto componente de azar.

Según he podido aprender, para diseñar una buena estrategia de inversión hay que cumplir al menos tres principios:

1. Debe haber un modelo financiero sólido detrás. Este modelo debe de poseer capacidad explicativa económica de manera sólida.
2. Debemos tener una fuente de datos financieros, este requisito es sencillo de cumplir hoy en día.
3. Debemos aplicar backtesting de nuestro modelo sobre los datos en diferentes periodos históricos y ver la viabilidad o no de este modelo.

Puesto que hoy en día la computación facilita todas estas cosas, yo propongo seguir con el modelo de construir una cartera con un conjunto de acciones diversificadas, y cuyo peso en la cartera vaya rotando con el tiempo, al igual que la elección de estas. La diferencia está en que yo propongo para la elección de estas usar los principios del mercado fractal, y es ahí donde ayuda la implantación computacional que he propuesto como hipótesis.

Capítulo 3. Metodología de la investigación y análisis

En este capítulo se explicará de donde surge la investigación por mi parte. Continuaremos el capítulo con la explicación teórica de la solución propuesta como hipótesis, así como la implementación algorítmica de esta.

3.1. Metodología de la investigación

La metodología de esta investigación surge de mi interés de muchos años en los mercados financieros y el mundo de la inversión.

Hace algunos años ya, leí el libro *Fractales y Finanzas* [5], aunque en aquella época no supe valorar y comprender toda la información que contenía por falta de conocimientos técnicos.

Cuando surgió la oportunidad de hacer este proyecto, me acordé del tema y volví a releerlo, ahora posee los conocimientos computacionales y mayor conocimiento matemático por lo que me resultó más fácil aprender lo que en él se explicaba. Igualmente me resultó un interesante punto de partida para poder profundizar más en el tema.

A partir de ahí tuve que buscar referencias más actualizadas del tema presentado. Fue ahí como conocí el campo de la Econofísica. Investigando sobre el tema llegué al libro *Introduction to Econophysics* [7], que fue el más breve y asequible matemáticamente hablando que encontré. Luego conocí los libros de Edgar Peters, y su libro *Fractal Market Analysis* [10] que me pareció un libro muy ameno y práctico para el conocimiento más profundo de la teoría. Por último, encontré la tesina *Fractales en los mercados financieros* [1], que es un resumen bastante bueno y asequible de todas estas informaciones.

Luego necesitaba un lenguaje más asequible en costo computacional para poder investigar e implementar los modelos. Los lenguajes de programación más clásicos, aunque evidentemente permiten construir estos modelos, resulta mucho más difícil implementarlos en ellos. Además, no

están preparados ni tienen las librerías adecuadas. Fue ahí como llegué a Python, era un lenguaje que nunca había tocado, pero vi que es fácil de implementar y es el que más se usa en esta industria hoy en día porque además de tener facilidad de uso hay multitud de librerías para el tema y una gran comunidad activa de desarrolladores creando mejoras continuas.

Luego, para hacer la introducción necesitaba conocer la historia de estos métodos. Buscando en internet y leyendo algunos blogs vi que se hacía referencia a un libro relativamente reciente llamado *Cuando los físicos asaltaron los mercados* [12], lo leí y de ahí he obtenido la mayoría de los conocimientos históricos para poder escribir la introducción de este trabajo. Para complementar el conocimiento histórico, me serví del libro *Un hombre para todos los mercados* [11], este libro y autor eran desconocidos para mí, pero oí hablar de ellos y su recomendación en un programa de radio sobre inversión. Al leerlo vi que igualmente había una parte del libro dedicada a los inicios de los cálculos computacionales a nivel no puramente militar, e igualmente había una parte del libro que hablaba sobre la aplicación de estos al mundo de las finanzas desde un punto de vista personal, puesto que el autor creó en el pasado una compañía de inversión y usó métodos computacionales para hacer los cálculos en los años 80.

3.2. Análisis de la solución propuesta

Para solucionar el problema se necesita trabajar sobre datos financieros reales. Se trabajará con series temporales de precios de acciones. Se llevará a cabo un estudio analítico de estas series y se utilizarán ciertos parámetros de la teoría de los mercados fractales para validar la hipótesis.

Tras la investigación se ha visto que lo que puede resultar más práctico para validar la hipótesis es una aplicación combinada y secuencial de ciertos parámetros en el conjunto de datos financieros reales.

Primero se necesitan ciertos datos previos y por eso se tiene que realizar la conocida como prueba de normalidad. Es necesario implementarla para saber el tipo de distribución ante la que nos encontramos. Para tener una intuición del tipo de distribución se usarán dos métodos estadísticos clásicos: el coeficiente de asimetría o sesgo y la curtosis.

Recordemos que para caracterizar una distribución normal solamente nos hacen falta dos parámetros: la de media de la distribución, representada por μ , y la desviación estándar de la distribución, representada por σ , que nos viene a marcar la varianza de los valores de la distribución en referencia a la media de esta.

El coeficiente de asimetría o sesgo viene a indicar la simetría de la curva de la distribución respecto a su media. Si el valor de este es 0, la distribución es perfectamente simétrica. Si el valor es positivo o negativo, la curva estará sesgada a la derecha o a la izquierda respectivamente.

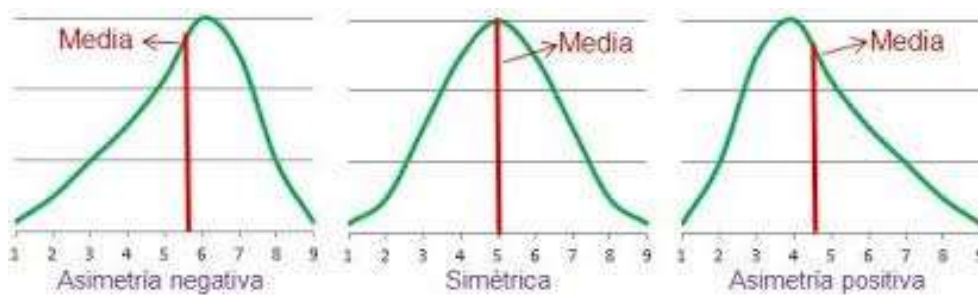


Figura 1. Tipos de simetría

La curtosis nos determina el grado de concentración que presentan los valores en la región central de la distribución. Si el valor de la curtosis es igual a 3, la distribución será perfectamente normal. Si el valor es mayor a 3 hay una gran concentración de valores respecto a la media y llamaremos a la distribución Leptocúrtica. Nosotros estamos buscando el conocido como fenómenos de colas gruesas, es decir, cuando existen muchas observaciones alejadas de la media, en este caso estamos interesados en una curtosis con un valor menor a 3, este tipo de distribuciones reciben el nombre de Platicúrticas. Esto nos permitirá saber si la distribución es de colas pesadas o más conocida como distribuciones de Pareto-Lévy.

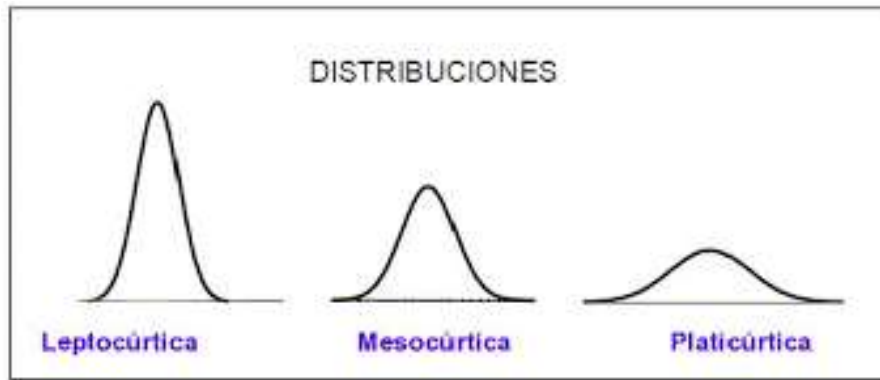


Figura 2. Tipos de curtosis

Los fundamentos matemáticos que hay detrás de la prueba de normalidad se basan en el teorema central del límite. Este teorema viene a demostrar que si tenemos una distribución de variables aleatorias y la varianza de estas es finita, pero no nula. Cuando tengamos un tamaño suficientemente grande de valores esta muestra se podrá aproximar relativamente bien por medio de una distribución normal.

Por último, pasaremos a calcular dos estadísticos que nos van a aportar más información sobre si la serie de precios exhibe características fractales o no. Estos estadísticos son conocidos como Análisis de rango reescalado R/S y el coeficiente de Hurst.

El coeficiente de Hurst (H), también conocido como exponente de Hurst, indica la persistencia o no en una serie de datos temporales. Este indicador muestra que cuanto más grande sea el retardo entre dos pares idénticos de valores en una serie temporal, menor será el coeficiente de Hurst. De encontrarse muestras de persistencia, esto se podría considerar como un fuerte indicador de que en la serie existe algún tipo de dependencia entre los datos, es decir, si los datos representan ese tipo de “memoria larga” que estamos buscando en los datos financieros.

Este coeficiente es debido al hidrólogo Harold Edwing Hurst [5], que estudiando las crecidas del Nilo y de otros ríos a través de los años, se dio cuenta de que estas no eran puramente aleatorias, si no que seguían un patrón. Hurst publicó sus estudios a principios de la década de los 50 del pasado siglo. Mandelbrot se dio cuenta de que este coeficiente se puede utilizar igualmente para la detección de memoria a largo plazo en las series temporales que representan los datos financieros [5].

El análisis R/S es otra técnica para el cálculo del coeficiente de Hurst aplicado a los mercados financieros. Se basa en determinar el rango ajustado $R(n)$, que equivale a la distancia que el sistema recorre en una unidad de tiempo. En esta característica se incluye la normalización de los

datos para que terminen con media cero y desviación estándar de valor unitario para compensar la inflación.

Una vez tengamos calculado el coeficiente o exponente de Hurst debemos pasar a valorar los valores de este, para eso debemos clasificarlo en tres casos distintos:

- El valor de H es igual a 0.5. Esto implica un proceso totalmente independiente. Los datos muestran que el proceso se puede considerar según el modelo del paseo aleatorio. Por tanto, no hay relación entre los datos.
- El valor se sitúa $0.5 < H \leq 1.0$. Esto muestra que la serie tiene rasgos de persistencia de datos, podemos afirmar que existe algún tipo de memoria a largo plazo en los datos de la serie. Si por ejemplo H fuera igual a 0.75, esto vendría a significar que existe un 75 por ciento de probabilidad de que lo que está ocurriendo en este periodo siga la misma tendencia al anterior. Se trata, en definitiva, de procesos cíclicos.
- El valor se sitúa $0 \leq H < 0.5$. Esto significa que hay anti persistencia en los datos de la serie. Este tipo de sistemas cambia más rápido que uno aleatorio, lo que queremos decir es que los cambios son más frecuentes, pero pequeños. En la naturaleza, este tipo de fenómenos se asocian a procesos turbulentos.

3.3. Diseño de la solución propuesta

Para la prueba de normalidad lo primero que tenemos que calcular sobre los datos es la media y la desviación estándar. Son datos que vienen en cualquier paquete estadísticos y se aplicarán directamente.

El próximo dato para calcular será el coeficiente de asimetría para datos no agrupados, cuya fórmula es:

$$\text{Coeficiente de Asimetría} = \frac{\sum (x_i - \mu)^3}{N(\sigma)^3}$$

Donde: μ es la media de la distribución

σ es la desviación estándar de la distribución

N es el número de casos totales

X_i es el caso particular

El estadístico siguiente para calcular es la curtosis, cuya fórmula es:

$$\text{Curtosis} = \frac{\sum (x_i - \mu)^4}{N\sigma^4}$$

Donde: μ es la media de la distribución

σ es la desviación estándar de la distribución

N es el número de casos totales

X_i es el caso particular

Estos dos métodos estadísticos se implementarán computacionalmente en un mismo algoritmo, cuya salida mostrará el tipo y las características de la distribución, es decir, el tipo de curva que tiene esta, si la distribución pertenece al grupo de distribuciones de Pareto-Lévy, y otros estadísticos.

Como se pretende que los algoritmos se ejecuten de forma secuencial, si los datos no cumplen con la distribución de Pareto-Lévy, el cálculo acaba ahí.

Si los datos, tras la aplicación de este primer algoritmo, son positivos para los requerimientos buscados se pasará a implementar un segundo algoritmo más complejo con los cálculos que se necesitan para estimar el coeficiente de Hurst y la realización del análisis R/S. Esto permitirá demostrar o no lo que se está buscando.

La fórmula para el cálculo del coeficiente de Hurst es la siguiente:

$$R/S \ N = a * N^H$$

Donde: a es una constante

N es el número de observaciones

H es el exponente o coeficiente de Hurst

R/S N es el estadístico R/S dependiente del tamaño de la serie

Para el cálculo algorítmico del rango-escalado o análisis R/S junto al coeficiente de Hurst, se deben de seguir los siguientes pasos:

1. Para realizar el cálculo se usará el precio diario de cierre ajustado. Por características del funcionamiento de los mercados financieros es mejor usar éste que el de apertura u otro, ya que este valor está normalizado con los split de acciones y otros factores. Con el precio de cierre será posible calcular las variaciones diarias y crear la serie X_t con $t = 1, 2, \dots, t$.
2. Particionaremos la muestra en una serie de intervalos con igual número de datos. Al hacer los intervalos realmente no importará mucho el número de estos, puesto que si tienen características fractales estos conservarán la invariabilidad a escala, por lo que las características de autosimilitud no deben depender del número de particiones.
3. Para cada intervalo de los creados anteriormente se calculará su media y su desviación estándar.
4. Se obtiene una nueva serie compuesta por las variaciones de cada dato respecto a la media y se acumulan las diferencias.
5. Se determina el recorrido de cada intervalo, esto es, la diferencia entre el valor mayor y el menor de los datos de la serie.

6. Dividimos el recorrido por la desviación estándar encontrada en el punto tercero. Con este paso hemos normalizado las series y ya tenemos el parámetro R/S.
7. Por último, como la fórmula para calcular el coeficiente de Hurst es una ley potencial, usamos logaritmos y las propiedades de estos para realizar los cálculos, obteniendo:

$$R/S \ N = a * N^H$$

$$\ln (R/S) \ N = \ln (a * N^H)$$

$$\ln (R/S) \ N = \ln (a) + H * \ln(N)$$

Ahora tenemos la ecuación de una regresión. Hay que recordar que una regresión nos sirve para explicar la relación existente entre una variable dependiente y un conjunto de variables independientes.

Con la expresión del logaritmo R/S de todos los intervalos y el logaritmo de los datos para cada intervalo (la ecuación anterior), se pasará a resolver la ecuación para cada intervalo de datos, realizándose luego una media de los valores obtenidos.

Capítulo 4. Resultados

En este capítulo vamos a implementar la parte computacional de este trabajo. Incluiremos el código de desarrollo de la hipótesis, con los algoritmos contruidos para tal efecto.

Por último, haremos un análisis de los resultados obtenidos con la implementación.

4.1. Implementación (Implantación) de la solución

La implementación del código se ha realizado en lenguaje Python. Se han utilizado algunos paquetes como Numpy o Pandas para poder manejar los datos financieros y el manejo de arrays.

El código se ha dividido en dos grandes algoritmos. El primero de ellos se ha dedicado a hacer la prueba de normalidad a los datos, esta incluye el cálculo de la media, la desviación estándar, el coeficiente de asimetría y la curtosis.

El segundo algoritmo se ha ocupado de la implementación del análisis R/S y del cálculo del coeficiente de Hurts propiamente dicho. Para ello se han llevado a cabo una serie de pasos secuenciales en el manejo de los datos, la manipulación de estos y la realización de los cálculos

Igualmente se ha creado un pequeño algoritmo para facilitar la graficación de los datos sin tener que andar codificando las características más comunes de las gráficas.

El código completo de los algoritmos implementados se encuentra representado en el Anexo I.

```
#ALGORITMO PRUEBA DE NORMALIDAD

def prueba_normalidad(valores):

    #FUNCIÓN DESVIACIÓN ESTÁNDAR

    def des_estandar(valores):

        import math

        calculo = []

        for i in valores:

            calculo.append((i-media(valores))**2)

        suma = sum(calculo)

        resultado = math.sqrt(suma/len(valores))

        return resultado
```

Código 1. Función desviación estándar

Esta primera función calcula el parámetro estadístico de la desviación estándar en la muestra de datos. Para eso se recorre el array de valores. A cada valor se le resta la media de todos los valores del array y se eleva al cuadrado. A medida que se va iterando sobre ellos, estos valores se van introduciendo en un nuevo array creado vacío para evitar modificar el original. Por último, se suman los valores de este array y se dividen por la longitud del array de valores original, guardando el resultado en una variable.

```
#FUNCIÓN CURTOSIS

def curtosis(valores):

    calculo = []

    for i in valores:

        calculo.append((i-media(valores))**4)

    suma = sum(calculo)

    resultado = (suma/((len(valores)*(des_estandar(valores)**4))))

    return resultado
```

Código 2. Función curtosis

Con esta función calculamos el parámetro estadístico llamado curtosis. Para ello recorremos los datos del array que contiene los valores. A cada valor se le resta la media y se eleva a la cuarta potencia. Los nuevos datos se van guardando en un nuevo array, creado vacío previamente, para evitar modificar el original. Por último, se suman los valores del array, estos se dividen entre la longitud del array de valores original multiplicado por el resultado obtenido por la función precedente llamada `des_estandar` y elevado a la cuarta potencia.

```
# FUNCIÓN CALCULAR LA MEDIA AJUSTADA

def media_ajustada(valores, media):

    calculo = []

    for i in valores:

        calculo.append(i - media)

    return calculo


# FUNCIÓN DESVIACIÓN ACUMULATIVA

def desvia_acu(valores):

    suma = 0

    nuevocalculo = []

    for i in valores:

        suma = suma + i

        nuevocalculo.append(suma)

    return nuevocalculo
```

Código 3. Funciones media ajustada y desviación acumulativa

En este bloque de código, primero se calcula la función media-ajustada, que toma como parámetros el array de valores y la media de los datos. Consiste en iterar sobre los valores del array de datos y restarle la media de la distribución. Guardando a continuación los datos en un array llamado cálculo, previamente vacío.

La siguiente función en aplicarse calcula la desviación acumulativa. Para esto, se crea un array vacío llamado nuevocalculo, en él se van guardando los valores del array original más la suma del siguiente valor del array, dando como resultado un array con los valores n , $n+(n+1)$, $(n+(n+1))+(n+2)$... $(n+(n+n-2))+(n+n-1)$.

```
# FUNCIÓN RANGO REESCALADO

def R_S (rango, desviacion):

    resultado = rango/desviacion

    return resultado
```

Código 4. Función rango reescalado

Con esta última función se calcula el rango reescalado de la distribución, para ello se crea una función que toma el rango de la muestra, es decir, el valor mayor de la muestra menos el menor. Este valor se divide por la desviación estándar de la muestra de datos calculada en pasos anteriores, guardando el resultado en una variable.

4.2. Resultados y análisis

Para poder validar los resultados y comprobar la hipótesis del trabajo, se ejecutará el algoritmo diseñado sobre series de datos financieros reales de empresas americanas cotizadas. Se realizarán pruebas sobre series de datos largas (más de un mes de cotización), y sobre series de datos cortas (menos de un mes de cotización).

Si la hipótesis es correcta, a medida que pase el tiempo y sea mayor el conjunto de datos, los resultados obtenidos deben presentar patrones fractales, y el coeficiente de Hurst que vamos a calcular debería ser mayor a 0.5 y menor o igual a 1.

Por el contrario, para series de datos cortas, lo normal es que no se perciban todavía patrones fractales. Cosa que es perfectamente normal. Esto se puede comprobar cuando creamos un fractal mediante métodos iterativos, como por ejemplo con cualquier programa de computadora. Al representar gráficamente los primeros resultados del cálculo, nos aparecerán como puntos diseminados al azar y no se podrá apreciar ningún patrón en ellos. En estos casos, el coeficiente de Hurst debería ser mayor que cero y menor que 0.5.

Un ejemplo real de la aplicación de los algoritmos diseñados es el siguiente:

```
#SE OBTIENEN LOS DATOS

df = pdr.DataReader("SPY", "yahoo", "20010101", "20180110")

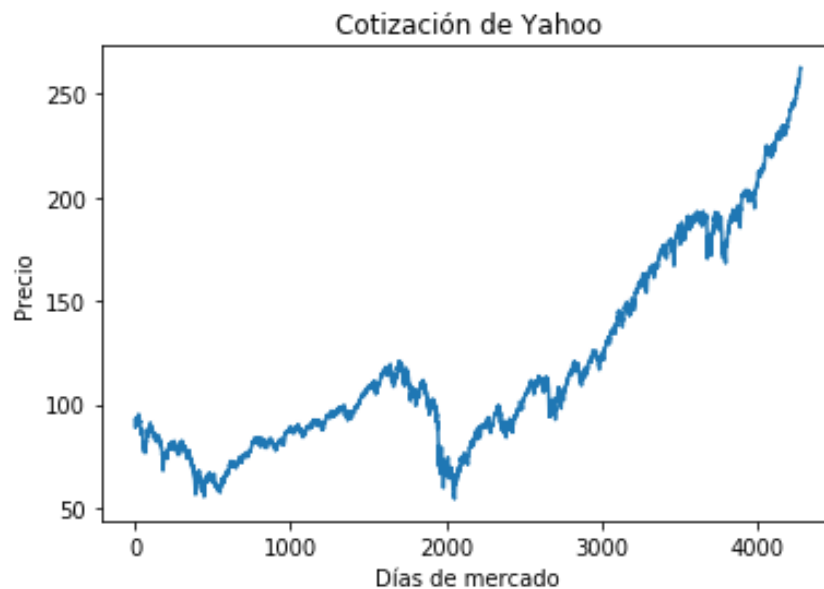
df=df.iloc[:,5]

df = df.to_numpy()

datos = df

#SE REPRESENTAN GRÁFICAMENTE LOS DATOS

graficar(datos, "Días de mercado", "Precio", "Cotización de Yahoo")
```



```
#SE EJECUTA EL ALGORITMO DE PRUEBA DE NORMALIDAD

prueba_normalidad(datos)

El número de datos es: 4283

El valor máximo de la serie de datos es: 262.869

El valor mínimo de la serie de datos es: 54.1844

La media de los valores es: 119.4

La desviación estándar de los valores es: 48.4123

El coeficiente de asimetría de los valores es: 0.99910
```

```

La distribución está sesgada a la derecha

La curtosis de los valores es: 2.901989

Muchos valores de la distribución alejados de la media, tenemos el
fenómeno de las colas gruesas

#SE EJECUTA EL ALGORITMO PARA ANALIZAR EL COEFICIENTE DE HURST, EN EL
CUAL PREVIAMENTE ESTÁ CALCULADO EL RANGO REESCALADO

coef_Hurst(datos)

El coeficiente de Hurst para esta serie de datos es: 0.873

Existe algún tipo de memoria a largo plazo en los datos. Se trata de un
proceso cíclico

Existe una probabilidad del 87.34% de que los resultados se vuelvan a
repetir próximamente

```

Código 5. Prueba de los algoritmos

Los resultados de la tabla de valores siguientes se han obtenido realizando la prueba anterior. Para obtener una tabla resumida los valores aportados serán el nombre de la compañía, el rango de tiempo calculado, si se trata de una serie corta o larga, y sobre todo el coeficiente de Hurst que será el valor más importante y que nos mostrará el carácter fractal o no de la serie. El único cambio realizado respecto al código de prueba se ha realizado en la primera línea de este, que es donde se introduce el nombre de la empresa a analizar, y las fechas entre las que queremos llevar a cabo el análisis.

Empresa	Periodo	Tipo de serie	Coeficiente de Hurst
Yahoo	1/1/2001 – 1/1/2017	Larga	0.874
Yahoo	1/1/2007 – 1/1/2012	Larga	0.860

Apple	31/12/2008 31/12/2012	Larga	0.793
Apple	24/11/2006 15/12/2006	Corta	0.438
Apple	24/9/2009 15/10/2009	Corta	0.455
Apple	24/03/2011 15/10/2011	Larga	0.718
Google	24/03/2011 15/04/2011	Corta	0.477

Tabla 1. Resultados

Tras haber realizado las pruebas, y según los valores de la tabla precedente, se puede comprobar que cuando las series de datos son largas se puede apreciar un patrón fractal en ellas, puesto que se obtienen valores del coeficiente de Hurst superiores a 0.5 y menores a 1. Esto implica que los datos financieros guardan una especie de memoria a largo plazo y se pueden calcular las probabilidades de repetición de estos.

Por el contrario, cuando las series de datos son cortas, se puede apreciar que el coeficiente de Hurst es menor a 0.5, y por tanto no se pueden apreciar aún las características fractales.

Como conclusión, tras realizar las pertinentes pruebas sobre diferentes grupos de datos y en diferentes fechas, se puede dar por validada la hipótesis en la que se ha basado el trabajo.

Capítulo 5. Conclusiones

En este capítulo haremos primeramente un recorrido global por el trabajo. A continuación, analizaremos la solución aportada desde el punto de vista de sus ventajas y de sus posibles inconvenientes. Se realizará un análisis para ver si hemos cumplido los objetivos del trabajo y finalizaremos éste con las posibles tendencias de estudio futuro.

5.1. Visión global del trabajo

Hasta ahora, los métodos que se han estado usando en la industria financiera eran de dos tipos principalmente. Los primeros, los métodos analíticos, que se han estado usando durante varias décadas, cada vez eran más complejos matemáticamente hablando. Contaban con una teoría matemática detrás que era difícil de comprender para los no iniciados en la materia. El problema de estas técnicas, como ya vimos, es que tienen los pies de barro, porque los fundamentos y las ideas preconcebidas que hay detrás se han demostrado falsas, con las terribles consecuencias que esporádicamente han tenido en los mercados.

La otra característica que tenían estos métodos es que desde mediados de la década de los 90 del pasado siglo, se ha estado usando cada vez computadoras más potentes y algoritmos predictivos de Inteligencia Artificial más especializados y complejos. Al final, los sistemas se han vuelto tan opacos que ni si quiera sus programadores saben bien lo que van a hacer a continuación, por lo que su validez hay que estar controlándola en todo momento mediante métodos estadísticos, situación ésta que los puede llevar fácilmente fuera de control y crear grandes problemas económicos, como ya se ha podido comprobar históricamente. Siendo ésta una tendencia que cada vez va a más por la gran competitividad de los mercados y de las empresas que participan en este sector, a mí, me parece cuanto menos preocupante el punto de oscurantismo y de descontrol al que se puede llegar.

Sin embargo, desde hace años hay, al menos, una teoría económica alternativa. Esta teoría fue postulada y desarrollada en sus orígenes por un matemático de origen polaco llamada Benoît Mandelbrot.

Las ideas principales de este matemático demostraban que los mercados no tienen, ni mucho menos, el comportamiento que la teoría económica clásica parece idealizar. A la luz de los datos históricos, y los acontecimientos diarios, la visión de la teoría clásica se muestra completamente errónea.

La teoría clásica tiene una visión de los mercados en los que estos se muestran mucho más seguros y predecibles de lo que realmente son en la práctica. La nueva teoría llamada Teoría del Mercado Fractal proporciona una visión en la que los mercados son más turbulentos de lo que parecen en una primera aproximación. La variabilidad de los precios dentro de ellos no suele ser continua, sino que se produce en cambios abruptos de valoración. Por otro lado, los movimientos extremos en los precios, incluso intradía, suelen ser mucho mayores y sobre todo muchísimo más frecuentes que los predichos por la teoría clásica.

Igualmente, la Teoría del Mercado Fractal, predice que los mercados tienen una suerte de "memoria" a largo plazo. En la teoría clásica se predice que los precios actuales son independientes de los pasados y lo serán de los futuros, pero la nueva teoría demuestra que no. El por qué exactamente esto es así no se sabe actualmente, pero se puede ver sobre los datos que es así. Una de las explicaciones es que bajo la aparente aleatoriedad que sin duda existe, hay un cierto tipo de orden, es de hecho un orden fractal.

Si los mercados se comportan como una estructura fractal, existen ciertas tendencias que se pueden buscar, patrones que caracterizan a este tipo de estructuras. Ya existen fórmulas estadísticas desarrolladas y validadas para buscar estos patrones dentro de este tipo de estructuras. Los cálculos requeridos para poder validar estos estadísticos no son complejos si la estructura fractal es simple. Sin embargo, los mercados financieros no son simples, todos los días se producen millones de transacciones económicas, la economía es una cosa muy compleja y el volumen de datos es enorme. Estas características de los mercados financieros invalidan poder hacer estos cálculos de manera manual, el uso de ordenadores programados para tal efecto se vuelve imprescindible.

En este trabajo se han tomado estos estadísticos, se han programado en lenguaje Python, analizado una serie de datos financieros y sobre ellos aplicar los algoritmos para poder validar la hipótesis de trabajo.

Después de haber validado que el algoritmo funciona correctamente, se ha procedido a hacer pruebas en series de datos financieros reales, usando para esto el precio de cierre ajustado de las acciones. El motivo de utilizar este parámetro es porque el precio de cierre es una medida más exacta que el precio de apertura, ya que, antes de realizarse la apertura del mercado se producen muchas operaciones que afectan al precio de la acción en la apertura. Se ha usado igualmente el precio ajustado porque este tiene en cuenta otros parámetros que afectan al precio de las acciones como pueden ser que la compañía haya repartido dividendos, que se hubiera realizado un split o división de acciones...

Teniendo todo lo anterior en cuenta se ha podido validar la hipótesis con resultados positivos teniendo en cuenta que la serie de tiempo debe de ser mayor a un año para que los resultados sean certeros, la llamada memoria a largo plazo que parecen tener los mercados funciona mejor cuanto mayor es el rango de tiempo tomado para su cálculo.

5.2. Ventajas e inconvenientes de la solución desarrollada

Tras haber realizado el trabajo, se ha comprobado que esta técnica proporciona la ventaja de mejorar la aproximación cuantitativa que, en un gran número de veces, es más útil para buscar tendencias en los mercados. Los métodos antiguamente usados eran muy falibles y basados en suposiciones falsas. Los usados actualmente por la industria son tan complejos que verdaderamente nadie los entiende, y como están automatizados tienen un gran peligro detrás.

La hipótesis de este trabajo apuesta por una solución intermedia, en el sentido de que es una solución de índole computacional, pero también es más simple y barata en costes de cálculo que las modernas técnicas de Deep Learning que necesitan grandes unidades de procesamiento gráfico para realizar los cálculos. Igualmente, este método nunca debería ser opaco, ni se situaría fuera de control, aunque esté automatizado, porque la teoría matemática que hay detrás es relativamente comprensible con un poco de formación en matemáticas avanzadas que se aprenden en cualquier ingeniería.

Por último, el inconveniente de esta técnica es que no es siempre certera. Pero pienso que eso será siempre una característica de las técnicas que se aplican a los mercados financieros. Esto ocurrirá dada la gran complejidad del mercado, puesto que éste está formado por la intersección

de las decisiones de millones de agentes económicos diferentes e independientes. El mercado siempre será aleatorio en su esencia. Esta aleatoriedad podrá ser controlada en mayor o menor medida, pero nunca anulada del todo.

Teniendo lo anterior en cuenta podemos decir, sin embargo, que tras haberse validado la hipótesis del mercado fractal, se pueden utilizar los cálculos realizados para acotar algunos parámetros a la hora de invertir. Si se puede trabajar con una probabilidad del 70 por ciento o más, es una ventaja positiva que se tiene a la hora de invertir. Igualmente, no es posible calcular el tiempo necesario para que estos cálculos tengan resultados satisfactorios, aunque por las pruebas realizadas se ve probable que el tiempo sea de al menos un año.

5.3. Verificación de las hipótesis y objetivos del trabajo

Al inicio de este trabajo se propusieron como objetivos la implementación computacional de los siguientes parámetros:

- Prueba de normalidad de la distribución.
- Estimación del análisis de rango reescalado R/S
- Estimación del coeficiente de Hurst.

El estimador de prueba de normalidad de la distribución se usa para comprobar ciertos parámetros estadísticos de esta, como, por ejemplo, si se cumple la característica de ser una distribución de cola gruesa. Los dos estimadores restantes se usan para mostrar las características fractales de esta.

Esta programación e implementación han ayudado a demostrar el objetivo principal de este trabajo. Este objetivo era que el uso de estos indicadores estadísticos descubiertos en los últimos años pudiera indicar una posible mejora en la predicción de las tendencias hacia las que se orientará el mercado. Por otra parte, se pretendía indicar como podrían implementarse computacionalmente para poder ser usados por los interesados.

Tras haber realizado las pruebas pertinentes, cuyos resultados se han mostrado en el apartado correspondiente de este trabajo, se puede asegurar que la hipótesis de partida se ha

validado correctamente. Los valores numéricos obtenidos en las pruebas realizadas concuerdan con los valores numéricos predichos por la teoría del mercado fractal, por lo que se pueden utilizar estos en análisis predictivos futuros para complementar otros cálculos que pretendan anticiparse a las tendencias del mercado.

Queda mucha investigación futura por realizar en este nuevo campo del conocimiento, que de seguro nos deparará muchas sorpresas. Pero se ha podido comprobar que existe una especie de memoria larga en los mercados, que si bien, aún no sabemos el motivo de su existencia, se puede apreciar que se encuentra ahí.

Se puede aseverar que la teoría del mercado fractal es verdadera, al menos en sus aspectos más esenciales. Por otra parte, se ha demostrado la falsedad de algunos aspectos de la teoría clásica sobre los mercados, como, por ejemplo, el postulado de que las fluctuaciones de precios son completamente independientes y sin relación entre ellas.

5.4. Trabajos futuros y nuevas líneas de investigación

Las nuevas líneas de investigación que se pueden realizar a partir de este trabajo son:

- ***Algoritmos de aprendizaje automático fractales.***

En esta línea de trabajo se trataría de buscar la combinación de algoritmos de aprendizaje automático, que lo que hacen básicamente de por sí es buscar similitudes y características comunes, pero con la teoría del mercado fractal como núcleo. Esto implicaría que estos algoritmos estuvieran especialmente diseñados para buscar automáticamente las tendencias que se han planteado como hipótesis en este trabajo.

- ***Nuevos estimadores estadísticos en los mercados financieros fractales.***

En esta línea de trabajo se trataría de buscar o de diseñar nuevas fórmulas matemáticas que se ocuparan de hacer mejores predicciones estadísticas en los mercados

financieros, o que pudieran resumir mejor las características de estos. Este es un trabajo más especializado que debería de corresponder a personas con una fuerte formación en el campo de las matemáticas.

- ***Mejoras en la implementación computacional de los algoritmos fractales.***

En esta investigación se trataría de mejorar la eficiencia en la implementación de estos algoritmos, esto es, buscar maneras de implementarlos más eficientemente, sobre todo si va creciendo la complejidad de estos. La idea es que los cálculos se puedan llevar a cabo en un tiempo más corto y con menos recursos computacionales.

- ***Aplicación de los algoritmos fractales en el campo de la Biocomputación.***

En este trabajo hemos tratado la teoría fractal en los mercados financieros. Pero la geometría fractal se encuentra por todos lados en la naturaleza, hay patrones y tendencias de signo fractal en los sitios más insospechados. Es conocido que muchas estructuras biológicas se construyen siguiendo este modelo, por lo tanto, una vez conocida la implementación algorítmica sería fácil estudiar si es aplicable a otros campos. Por posibilidades de crecimiento hoy en día, la Biocomputación sería uno de los campos más prometedores.

Referencias

1. Battle Joher, Anna & Grébol Montoro, Sandra. (2009). *Fractales en los mercados financieros*. Tesina máster mercados financieros 2008-2009. <https://www.bsm.upf.edu/documents/Tesina-Fractales-en-los-mercados-financieros.pdf>

Es un proyecto final de máster muy completo donde se da una explicación fácilmente comprensible y poco técnica de qué es la teoría fractal y cómo, mediante ejemplos, se puede aplicar ésta al estudio de los mercados financieros. Ha resultado básica para tener una idea sobre cómo evaluar computacionalmente los parámetros estudiados.

2. Chan, Ernest P. (2013). *Algorithmic Trading: Winning strategies and their rationale*. John Wiley & Sons.

Es un libro conocido y pionero sobre las técnicas modernas del conocido como campo del trading automatizado. En él se explican estas técnicas y cómo implementarlas computacionalmente. Requiere conocimientos previos y es un libro técnico.

3. Hilpisch, Yves. (2015). *Python for Finance*. O'Reilly.

Libro sobre el lenguaje Python donde se explican los principales métodos y librerías para consultar y manipular datos financieros con este lenguaje.

4. Lutz, Mark. (2009). *Learning Python*. O'Reilly.

Libro sobre el lenguaje Python donde se muestran los fundamentos, la sintaxis y casos de uso desde un nivel básico hasta medio-avanzado.

-
5. Mandelbrot, Benoît & Richard L. Hudson. (2006). *Fractales y Finanzas. Una aproximación matemática a los mercados: arriesgar, perder y ganar*. Tusquets Editores.

Libro principal que se ha usado como guía para este trabajo. En él se habla del origen de la aplicación de la teoría fractal en los mercados financieros. Se dan pinceladas de los fundamentos de esta teoría, posibles casos de uso y se dan ciertas pinceladas de hacia dónde puede ir esta teoría en el futuro.

6. Mandelbrot, Benoît. (1997). *La Geometría Fractal de la Naturaleza*. Tusquets Editores.

Libro clásico sobre la teoría fractal, donde su creador habla del origen de esta. Desarrolla y explica sus fundamentos. Habla de las posibilidades de esta teoría para dar una explicación de multitud de fenómenos en la naturaleza.

7. Mantegna, Rosario N. & H. Eugene, Stanley. (1999). *Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge University Press.

Libro breve que introduce el nuevo campo de la Econofísica. Campo que se ha hecho cargo de fundamentar teóricamente la teoría del mercado fractal, entre otras cosas. Aunque sea un libro breve requiere conocimientos de matemáticas avanzados para comprenderlo en su totalidad.

8. McKinney, Wes. (2013). *Python for Data Analysis*. O'Reilly.

Libro clásico sobre el análisis de datos de todo tipo usando el lenguaje Python. La construcción y visualización de modelos con este lenguaje.

9. Patterson, Scott. (2010). *The Quants*. Random House.

Libro de este periodista financiero donde se habla del relativamente nuevo sector del trading algorítmico, de las empresas que lo forman, de las características del negocio y de la tipología de las personas que trabajan en él.

10. Peters, Edgar E. (1994). *Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. John Wiley & Sons.

Libro que explica la teoría del caos y su aplicación en las finanzas y modelos económicos. Es un libro de referencia que contiene mucha información.

11. Thorp, Edward O. (2018). *Un hombre para todos los mercados*. Valor Editions de España.

Autobiografía de este matemático estadounidense donde habla, entre otras cosas, de sus inicios como matemático, de la aplicación del estudio de la probabilidad a los juegos de azar. Posteriormente explica como con este punto de vista pasa del estudio de los juegos de azar a estudiar el mercado de valores desde una perspectiva matemática.

12. Weatherall, James. (2013). *Cuando los físicos asaltaron los mercados. Una historia de como se trató de predecir lo impredecible*. Ariel.

Libro básico que da una perspectiva sobre el estudio histórico de los mercados financieros desde un punto de vista matemático y computacional. Es el principal libro usado en este trabajo como referencia sobre este tema.

Anexo I. Diseño del código

```
import numpy as np

import pandas as pd

import matplotlib.pyplot as plt

import math

import pandas_datareader as pdr


#ALGORITMO PRUEBA DE NORMALIDAD

def prueba_normalidad(valores):

    #FUNCIÓN MEDIA

    def media(valores):

        resultado = sum(valores)/len(valores)

        return resultado

    #FUNCIÓN DESVIACIÓN ESTÁNDAR

    def des_estandar(valores):

        import math

        calculo = []

        for i in valores:
```

```
    calculo.append((i-media(valores))**2)

suma = sum(calculo)

resultado = math.sqrt(suma/len(valores))

return resultado
```

#FUNCIÓN COEFICIENTE DE ASIMETRÍA

```
def cof_corre(valores):

    calculo = []

    for i in valores:

        calculo.append((i-media(valores))**3)

    suma= sum(calculo)

    resultado = suma/((len(valores)*(des_estandar(valores)**3)))

    return resultado
```

#FUNCIÓN CURTOSIS

```
def curtosis(valores):

    calculo = []

    for i in valores:

        calculo.append((i-media(valores))**4)

    suma = sum(calculo)

    resultado = (suma/((len(valores)*(des_estandar(valores)**4))))

    return resultado
```

```
rmedia = str(media(valores))

rdesviación = str(des_estandar(valores))

rcoefi = str(cof_corre(valores))

vacurtosis = curtosis(valores)

curtosistexto=""

vacoefi = cof_corre(valores)

coefitexto=""

rcurtosis = str(curtosis(valores))

valorMax = str(max(valores))

valorMin = str(min(valores))


if(vacoefi) == 0:

    coefitexto = "La distribución es perfectamente simétrica respecto a la media"

elif (vacoefi) >0:

    coefitexto = "La distribución está sesgada a la derecha"

else:

    coefitexto = "La distribución está sesgada a la izquierda”


if(vacurtosis) == 3:

    curtosis = "La distribución es perfectamente normal"

elif(vacurtosis) > 3:
```

```
    curtosistexto = "Los valores de la distribución están concentrados respecto a la media"

else:

    curtosistexto = "Muchos valores de la distribución alejados de la media, tenemos el
fenómeno de las colas gruesas"


print("El número de datos es: ", len(valores))

print("El valor máximo de la serie de datos es: ", valorMax[:7])

print("El valor mínimo de la serie de datos es: ", valorMin[:7])

print("La media de los valores es: ", rmedia[:5])

print("La desviación estándar de los valores es: ", rdesviación[:7])

print("El coeficiente de asimetría de los valores es: ", rcoefi[:7])

print(coefitexto)

print("La curtosis de los valores es: ", rcurtosis[:8])

print(curtosistexto)
```

#FUNCIÓN CON LOS PARÁMETROS MÁS BÁSICOS PARA GRAFICAR DIRECTAMENTE

```
def graficar(valores, eje_x="", eje_y="", titulo=""):

    plt.plot(valores)

    plt.xlabel(eje_x)

    plt.ylabel(eje_y)

    plt.title(titulo)

    plt.show()
```

```
#ALGORITMO PARA CALCULAR EL COEFICIENTE DE HURST
```

```
def coef_Hurst(valores):
```

```
    #Dividimos la serie de datos en tres partes iguales
```

```
    primero, segundo, tercero = np.array_split(datos, 3)
```

```
#FUNCIÓN MEDIA
```

```
def media(valores):
```

```
    resultado = sum(valores)/len(valores)
```

```
    return resultado
```

```
#FUNCIÓN DESVIACIÓN ESTÁNDAR
```

```
def des_estandar(valores):
```

```
    calculo = []
```

```
    for i in valores:
```

```
        calculo.append((i-media(valores))**2)
```

```
    suma = sum(calculo)
```

```
    resultado = math.sqrt(suma/len(valores))
```

```
    return resultado
```

```
#Medias de los tres intervalos
```

```
primeroMe = media(primero)
```

```
segundoMe = media(segundo)
```

```
terceroMe = media(tercero)
```

```
# FUNCIÓN CALCULAR LA MEDIA AJUSTADA
```

```
def media_ajustada(valores, media):
```

```
    calculo = []
```

```
    for i in valores:
```

```
        calculo.append(i - media)
```

```
    return calculo
```

```
primeroAjus = media_ajustada(primero, primeroMe)
```

```
segundoAjus = media_ajustada(segundo, segundoMe)
```

```
terceroAjus = media_ajustada(tercero, terceroMe)
```

```
# FUNCIÓN DESVIACIÓN ACUMULATIVA
```

```
def desvia_acu(valores):
```

```
    suma = 0
```

```
    nuevocalculo = []
```

```
    for i in valores:
```

```
        suma = suma + i
```

```
        nuevocalculo.append(suma)
```

```
    return nuevocalculo
```



```
primeroAcu = desvia_acu(primeroAjus)
```

```
segundoAcu = desvia_acu(segundoAjus)
```

```
terceroAcu = desvia_acu(terceroAjus)
```

```
# FUNCIÓN CÁLCULO DEL RANGO
```

```
def rango(valores):
```

```
    rango = max(valores)-min(valores)
```

```
    return rango
```

```
primeroRango = rango(primeroAcu)
```

```
segundoRango = rango(segundoAcu)
```

```
terceroRango = rango(terceroAcu)
```

```
primeroDesvi = des_estandar(primero)
```

```
segundoDesvi = des_estandar(segundo)
```

```
terceroDesvi = des_estandar(tercero)
```

```
# FUNCIÓN RANGO REESCALADO
```

```
def R_S (rango, desviacion):
```

```
    resultado = rango/desviacion
```

```
    return resultado
```

```
primeroRS = R_S(primeroRango, primeroDesvi)

segundoRS = R_S(segundoRango, segundoDesvi)

terceroRS = R_S(terceroRango, terceroDesvi)


#FUNCIÓN PARA CALCULAR FINALMENTE EL COEFICIENTE DE HURST

def coeficiente(RS, valores):

    resultado = math.log(RS)/math.log(len(valores))

    return resultado


primeroResul = coeficiente(primeroRS, primero)

segundoResul = coeficiente(segundoRS, segundo)

terceroResul = coeficiente(terceroRS, tercero)


resultadoFinal = (primeroResul + segundoResul + terceroResul)/3

resultadoCa = str(resultadoFinal)

porcentaje = str(((primeroResul + segundoResul + terceroResul)/3)*100)


print("El coeficiente de Hurst para esta serie de datos es: ", resultadoCa[:5])


if(resultadoFinal > 0.5 and resultadoFinal <= 1):

    print("Existe algún tipo de memoria a largo plazo en los datos. Se trata de un proceso
    cíclico")
```

```
print("Existe una probabilidad del {}% de que los resultados se vuelvan a repetir  
próximamente".format(porcentaje[:5]))
```

```
elif(resultadoFinal >= 0 and resultadoFinal < 0.5):
```

```
    print("Existe antipersistencia en la serie. Se trata de un proceso turbulento")
```

```
else:
```

```
    print("Se trata de un proceso independiente, no hay relación entre los datos")
```