Robots Móviles y Agentes Inteligentes

M.I. Marco Negrete

Resumen de temas

Índice

1. Introducción

La palabra *robot* tiene su origen en la obra *Rossum's Universal Robots* del escritor checo *Karel Čapeck*, publicada en 1921, y su significado es "trabajo duro". Existen varias definiciones de robot y en general varían dependiendo del campo de aplicación o del área de investigación.

De acuerdo con la Real Academia Española, un robot es una máquina o ingenio electrónico programable capaz de manipular objetos y realizar operaciones antes reservadas sólo a las personas. Esta definición incluye conceptos como "proglamable" y "manipulación de objetos", sin embargo, no es la más adecuada para el tipo de robots que se desarrollarán en este curso.

Latombe (1991) define un robot como un dispositivo mecánico versátil equipado con sensores y actuadores bajo el control de un sistema de cómputo. Dado que el objetivo de este curso es brindar cierto nivel de autonomía a un robot móvil, la definición más adecuada es la de Arkin (1998), quien propone que un robot inteligente es una máquina capaz de extraer información de su ambiente y usar el conocimiento acerca de su mundo para moverse de manera segura y significativa, con un propósito específico. Esta última definición es la más adecuada para los propósitos de este curso.

En las secciones subsecuentes se tocarán temas últiles para brindar autonomía a un robot móvil, pero, ¿qué es un robot autónomo?. De acuerdo con Latombe (1991), un robot autónomo es aquel que sólo necesita descripciones de alto nivel para llevar a cabo una determinada tarea y que no requiere de intervención humana para tal fin, es decir, las descripciones de entrada deberán especificar más el qué que el cómo. En este curso se abordará sólo el tema de la navegación autónoma.

1.1. Primitivas de la robótica

Las tareas que puede llevar a cabo un robot pueden clasificarse en tres grandes conjuntos conocidos como primitivas de la robótica: sensar, planear y actuar.

Sensar: Se refiere a la extracción de información ya sea del ambiente externo o interno del robot.

Planear: Es la generación de subtareas y toma de decisiones a partir de la información obtenida de los sensores y/o de alguna representación del conocimiento generada anteriormente. La planeación genera *directivas*.

Actuar: Es la modificación del ambiente por alguno de los dispositivos del robot. Los comandos enviados a los *actuadores* del robot se generan a partir de la información sensada o de las directivas generadas por la planeación.

Como se verá más adelante, la forma en que se relacionan las diferentes primitivas define los diferentes *paradigmas de la robótica*.

1.2. Componentes básicos de un robot móvil

Cada una de las primitivas tiene un correlato en hardware: sensores, microcomputadoras y actuadores.

Sensores: Son los transductores utilizados para extraer información del ambiente. Se pueden clasificar en propioceptivos o exteroceptivos dependiendo de si extraen información

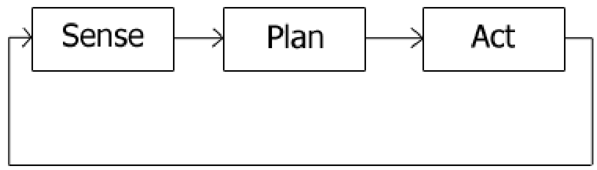


Figura 1: Paradigma jerárquico o tradicional.

del ambiente interno o externo del robot respectivamente. Los encoders para los motores o los medidores de nivel de bateria son ejemplos de sensores propioceptivos mientras que las cámaras y micrófonos son ejemplos de sensores exteroceptivos.

Otra forma de clasificar los sensores es en activos y pasivos. Los primeros son aquellos que necesitan emitir energía para realizar el sensado, contrario a los segundos, que no requieren de dicha emisión. Ejemplos de sensores pasivos son las cámaras RGB, micrófonos o sensores de contacto. Una cámara infrarroja o un sensor láser son ejemplos de sensores activos.

Microcomputadoras: En esta categoría entran los CPUs, GPUs, microprocesadores, microcontroladores, DSPs, etc. La elección de alguno de estos está en función del tipo de procesamiento que se desee realizar.

Actuadores: Son los dispositivos que sirven para realizar alguna modificación al ambiente. En el caso de los robots móviles autónomos, los más utilizados son los eléctricos.

1.3. Paradigmas de la robótica

Los paradigmas de la robótica se definen en función de la forma en que se relacionan las primitivas y existen tres: el jerárquico o tradicional, el reactivo y el híbrido.

Jerárquico: En este paradigma las tres primitivas se realizan en forma secuencial, como se muestra en la figura 1. Tiene las siguientes características:

- Fuerte dependencia de una representación interna del ambiente.
- El tiempo de respuesta es lento comparado con el paradigma reactivo.
- El costo computacional es alto.
- Con este paradigma se pueden resolver tareas con algo nivel cognitivo.
- Dada la dependencia de una representación del ambiente, la capacidad de predicción es alta.

Reactivo: En este paradigma el sensado y la actuación se conectan directamente sin que haya de por medio una planeación, como se muestra en la figura 2. Sus características en general son contrarias a las del paradigma jerárquico:

- No requiere de una representación del ambiente.

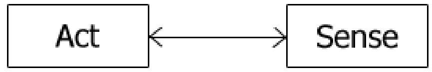


Figura 2: Diagrama de bloques del paradigma reactivo.

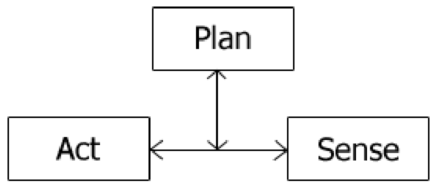


Figura 3: Diagrama de bloques del paradigma híbrido.

- El tiempo de respuesta es rápido comparado con el paradigma jerárquico.
- Bajo costo computacional.
- En general no es posible resolver tareas que requieran de un alto nivel cognitivo.
- La capacidad de predicción es baja.

Híbrido: Tiene como objetivo utilizar las ventajas de ambos paradigmas, es decir, emplear comportamientos reactivos para que el robot responda rápidamente ante cambios en el ambiente sin perder la alta capacidad cognitiva y de predicción que brinda el paradigma jerárquico. La figura 3 muestra la forma en que se relacionan las primitivas en este paradigma.

2. El problema de la planeación de movimientos

2.1. Tareas en la planeación de movimientos

El problema de la planeación de movimientos comprende cuatro tareas principalmente: navegación, cobertura, localización y mapeo. Para estas cuatro tareas es necesario tener una descripción o representación de los puntos en el espacio que ocupa el robot. A esta descripción se le llama *configuración* y el *espacio de configuraciones* es el conjunto de todas las configuraciones posibles que puede tener el robot.

La navegación es el problema de encontrar un movimiento libre de colisiones desde una configuración inicial a una final. La cobertura se refiere al problema de mover un sensor o una herramienta de modo que se asegure que se cubren todos los puntos de un espacio determinado. La localización consiste en determinar la configuración del robot dado un mapa y un conjunto de lecturas de los sensores. El mapeo consiste en la exploración y sensado de un ambiente desconocido de modo que se obtenga una representación de dicho ambiente que sea úitil para alguna de las otras tareas. Al problema de la localización y mapeo simultáneos se le conoce como SLAM (por sus siglas en inglés).

En este curso se abordarán únicamente las tareas de navegación y localización.

2.2. Características del robot

Para poder construir un planeador de movimientos es necesario conocer primero las características del robot a utilizar. La primera de ellas es el número de *grados de libertad* que se refiere al número de parámetros independientes que definen la configuración del robot. En el caso de un robot móvil que sólo se mueve en el plano se tienen tres grados de libertad: dos coordenadas de posición (x, y) y una orientación θ. Los espacios de configuración pueden describirse empleando variedades y los grados de libertad definen la *forma* de dicha variedad.

Otra característica importante son las restricciones de movimiento. Si el robot se puede mover en cualquier dirección en el espacio de configuración (en ausencia de obstáculos) se habla de un robot omnidirecciones. Si existen restricciones de velocidad, como en el caso de un automóvil que sólo se puede desplazar en la dirección en la que apuntan las llantas delanteras, entonces se habla de un robot con restricciones *no holonómicas*. Es importante aclarar que una restricción es no holonómica cuando sólo se puede representar en términos de velocidades pero no de posición, por ejemplo, un robot diferencial sólo se puede mover con una velocidad perpendicular al eje que une las llantas, sin embargo, con la planeación adecuada, es posible alcanzar cualquier configuración. El caso contrario es la restricción de movimiento al plano XY que se puede expresar como $\dot{z} = 0$ (en términos de la velocidad) o como $z = Cte$ (en términos de la posición).

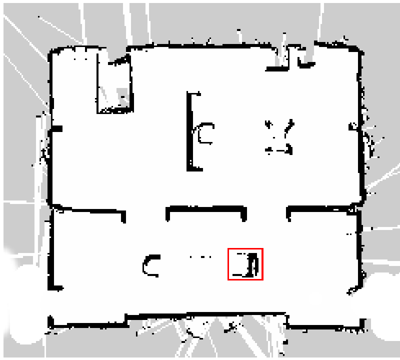
Finalmente, es importante tomar en cuenta si el modelo del robot será dinámico o solamente cinemático. En el primer caso las señales de entrada pueden ser fuerzas o pares y en el segundo se asume que las velocidades se pueden manipular arbitrariamente y por lo tanto pueden considerarse como señales de entrada.

2.3. Características de los algoritmos

Una vez que se ha definido la tarea a realizar y con base en las características del robot, puede elegirse un algoritmo para resolver determinado problema. Si lo que nos interesa es que el robot ejecute una terea en un tiempo mínimo, con el menor gasto de energía posible o recorriendo la distancia más corta, entonces se requiere de un algoritmo *óptimo*.

El *costo computacional* de un algoritmo se refiere a la cantidad de recursos necesarios para resolverlo, es decir, cantidad de memoria y tiempo de ejecución. La complejidad se expresa como función de la cantidad de datos de entrada y se suele clasificar como exponencial, polinomial, logarítmica, factorial, etc, dependiendo de la función que pueda acotar ya sea el peor caso o un promedio de los distintos casos. Los datos de entrada pueden ser el número de grados de libertad o el número de estados en un planeador, por ejemplo.

Otra característica importante de los algoritmos es su *completitud* (se empleará esta palabra a falta de una mejor traducción del vocablo *completeness* en inglés). Se dice que un



(a) A pesar de ser una discretización, con una buena resolución la representación puede ser bastante exacta. Este es un mapa obtenido con el Robot Justina.

(b) Parte del mapa ampliada donde se aprecia la discretización: las partes blancas son celdas libres, las negras, ocupadas y las grises, aquellas sin información.

Figura 4: Ejemplos de celdas de ocupación.

algoritmo es completo si garantiza encontrar la solución al problema si es que ésta existe. Algunas veces, para disminuir la complejidad de un algoritmo se maneja una completitud para una resolución dada, es decir, el algoritmo garantiza encontrar una solución si se maneja un cierto nivel de discretización. Un ejemplo de esto se verá en la sección 3.2, en el que una ruta se puede calcular sólo si el espacio navegable se discretiza.

Una última característica que está más relacionada con la implementación del planeador que con los algoritmos en general, es aquella que se refiere al momento en que se realiza la planeación. Si el planeador construye un plan previo a la ejecución se dice que éste es *fuera de línea*. Si el planeador actualiza el plan conforme lo ejecuta, entonces se dice que es *en línea*.

3. Planeación de rutas

3.1. Celdas de ocupación

El primer paso para resolver la tarea de navegación es la planeación de una ruta con base en un mapa construido previamente. Como se mencionó en la sección 2.1, un mapa es una representación del ambiente que contiene información útil para tomar decisiones. En este curso se emplerán mapas basados en *celdas de ocupación*. En esta representación, el espacio se discretiza con una resolución determinada y a cada celda se le asigna un número $p \in [0, 1]$ que indica su nivel de ocupación. En un enfoque probabilístico este número se puede interpretar como la certeza que se tiene de que una celda esté ocupada.

3.2. El algoritmo A*

Si se tiene un mapa del ambiente con celdas de ocupación, el problema de la planeación de rutas se puede resolver aplicando un algoritmo de búsqueda en grafos. En este caso cada celda representa un nodo en el grafo y se considera que está conectada únicamente con aquellas celdas vecinas que pertenezcan al espacio libre. Para determinar los nodos vecinos se puede utilizar conectividad cuatro u ocho.

A* es un algoritmo de búsqueda que explora la ruta con el menor costo esperado. Para un nodo n, el costo esperado $f(n)$ se calcula como

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

donde $g(n)$ es el costo de la ruta desde el nodo origen hasta el nodo n y $h(n)$ es una heurística que determina *un* costo que se esperaría tener desde el mismo nodo n hasta el nodo objetivo. Este costo esperado de hecho subestima el valor real, es decir, se debe cumplir que $h(n) \leq g(n) \quad \forall\, n \in \, Grafo$.

En la búsqueda por A* se manejan dos conjuntos principales: la *lista abierta* y la *lista cerrada*. La lista abierta contiene todos los nodos que han sido visitados pero no expandidos y la cerrada, aquellos que han sido visitados *y* expandidos (también llamados nodos conocidos). El algoritmo 1 muestra los pasos en pseudocódigo para implementar A*.

3.3. Suavizado por descenso del gradiente

Dado que la ruta que arroja A* se calcula a partir de celdas de ocupación, las vueltas siempre serán ángulos rectos, en caso de que se haya utilizado conectividad cuatro, o bien vueltas a 45°, en caso de que se haya utilizado conectividad ocho. En cualquier caso, no es deseable tener "esquinas" en las rutas por varias razones: la primera de ellas es que la función de posición no es diferenciable en dichas esquinas y, además, este tipo de vueltas ocasionan cambios bruscos en las señales de control, lo que finalmente ocasiona daños a los actuadores del robot. Por otro lado, las restricciones de movimiento en algunos tipos de bases (como es el caso de los automóviles) pueden impedir ejecutar vueltas en ángulo recto.

Por lo anterior, es conveniente suavizar la ruta calculada por A* de modo que la nueva ruta sea lo suficientemente parecida a la original pero al mismo tiempo, lo suficientemente suave para evitar curvas muy pronunciadas. La figura 5 muestra un ejemplo de suavizado con dos casos extremos: la ruta roja es una ruta igual a la original, la azul es una ruta sin vueltas pero que ha dejado de ser una ruta útil, y la verde, que es un *promedio ponderado* de las dos anteriores.

Para poder obtener una ruta como la verde de la figura 5, plantearemos una función de costo que tome en cuenta el parecido con la ruta original y el *nivel de suavizado* que se desee. Estos dos criterios están en conflicto: entre más suavizado, menor será el parecido con la ruta original y viceversa, es decir, la función de costo será grande con mucho suavizado y también debe ser muy grande si la ruta es muy parecida a la orignal. La idea es que dicha función de costo tenga un mínimo en un punto intermedio de modo que este punto corresponda a una ruta como la verde de la figura 5.

Las funciones cuadráticas son una buena opción como función de costo ya que tienen un mínimo global y además son diferenciables. Para el suavizado de la ruta se propone la función de costo

$$V = \frac{1}{2}\alpha \sum_{i=1}^{n} (p_i - q_i)^2 + \frac{1}{2}\beta \sum_{i=1}^{n-1} (p_i - p_{i+1})^2 \tag{1}$$

Algoritmo 1: Búsqueda con A*

```
Datos: Grafo (celdas de ocupación), nodo inicial, nodo meta
Resultado: Ruta óptima expresada como una secuencia de nodos
Cerrado ← ∅
Abierto ← {nodo_inicial}
previo(nodo_inicial) ← ∅
mientras Abierto ≠ ∅ hacer
    nodo_actual ← nodo con el menor valor f del conjunto Abierto
    Abierto ← Abierto - {nodo_actual}
    Cerrado ← Cerrado ∪ {nodo_actual}
    si nodo_actual es nodo_meta entonces
        Anunciar éxito y salir de este ciclo
    fin
    para cada nodo_vecino de nodo_actual hacer
        si nodo_vecino ∈ Cerrado entonces
            Continuar con el siguiente nodo_vecino
        fin
        si nodo_vecino ∈ Abierto entonces
            costo_temporal ← g(nodo_actual) + d(nodo_actual, nodo_vecino)
            si costo_temporal < g(nodo_vecino) entonces
                g(nodo_vecino) ← costo_temporal
                f(nodo_vecino) ← costo_temporal + heurística(nodo_vecino, nodo_meta)
                previo(nodo_vecino) ← nodo_actual
            fin
        en otro caso
            g(nodo_vecino) ← g(nodo_actual) + d(nodo_actual, nodo_vecino)
            f(nodo_vecino) ← gnodo_vecino) + heurística(nodo_vecino, nodo_meta)
            previo(nodo_vecino) ← nodo_actual
            Abierto ← Abierto ∪ {nodo_vecino}
        fin
    fin
fin
si nodo_actual ≠ nodo_meta entonces
    Anunciar falla
en otro caso
    RutaOptima ← ∅
    mientras nodo_actual ≠ ∅ hacer
        //El nodo actual se inserta al principio de la ruta
        RutaÓptima ← {nodo_actual} ∪ RutaÓptima
        nodo_actual ← previo(nodo_actual)
    fin
    Regresar RutaÓptima
fin
```

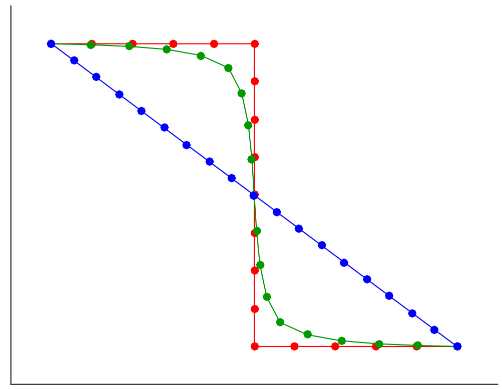


Figura 5: Ejemplos de suavizado

donde $Q = \{q_1 \dots q_n\}$ son todos los puntos $q = [x\,y]$ que forman la ruta original calculada con A* y $P = \{p_1 \dots p_n\}$ son los puntos de la ruta ya suavizada. La constante $\alpha \geq 0$ es un parámetro de diseño para indicar cuánto peso se le quiere dar al parecido de la ruta original con la suavizada y $\beta \geq 0$ indica el peso que se le da al suavizado en sí. Con $\alpha = 0$ se obtendría una línea recta, como la ruta azul de la figura 5, y con $\beta = 0$ se obtendría una ruta igual a la original.

La ruta suavizada se obtiene encontrando el argumento que minimiza la función 1, sin embargo, dada la cantidad tan grande de variables, es difícil encontrarlo analíticamente. Una forma más sencilla es mediante el médoto del descenso del gradiente, que consiste en mover el argumento pequeñas cantidades proporcionales al gradiente de la función V y en sentido contrario a éste. Dado que el cambio entre cada iteración es proporcional a ∇V, se puede asumir que cuando el cambio en el argumento es menor que una tolerancia, entonces se ha alcanzado el mínimo.

El algoritmo 2 contiene los pasos en pseudocódigo para implementar descenso del gradiente. La constante $\delta > 0$ debe ser lo suficientemente pequeña para evitar inestabilidad en el algoritmo, sin embargo, se debe considerar que entre más pequeña sea ésta, mayor será el costo computacional.

La ecuación 1 toma como argumentos las posiciones tanto de la ruta original como de la suavizada, sin embargo, dado que sólo varían los puntos de la nueva ruta, se puede considerar que el gradiente ∇V está dado por:

$$\underbrace{\Big[\,\alpha(p_1 - q_1) + \beta(p_1 - p_2)}_{\frac{\partial V}{\partial p_1}}, \dots, \underbrace{\alpha(p_i - q_i) + \beta(2p_i - p_{i-1} - p_{i+1})}_{\frac{\partial V}{\partial p_i}}, \dots, \underbrace{\alpha(p_n - q_n) + \beta(p_n - p_{n-1})\,\Big]}_{\frac{\partial V}{\partial p_n}} \tag{2}$$

Nótese que se está derivando con respecto a p (puntos de la ruta suavizada), no con respecto a q (puntos de la ruta original). Recuerde que cada punto de la ruta tiene coordenadas $[x\,y]$, por lo que el descenso de gradiente se tiene que aplicar a ambas coordenadas.

Algoritmo 2: Descenso del gradiente.

Datos: Función V cuyo mínimo se desea encontrar, condición inicial $p(0)$, tolerancia tol.
Resultado: Argumento p que minimiza V.
$i = 0$
$p_i \leftarrow p(0)$
mientras $\|\nabla V(p_i)\| > tol$ **hacer**
  $p_{i+1} \leftarrow p_i - \delta \nabla V(p_i)$
  $i \leftarrow i + 1$
fin
Regresar p_i

4. Modelo cinemático y control de posición

En la sección 3 se explicó el modo en que se puede calcular una ruta desde una configuración inicial hasta una final. El siguiente paso es hacer que el robot en efecto siga dicha ruta y para ello se empleará la teoría de control.

4.1. Modelo en variables de estado

Para poder diseñar una ley control que haga que el robot siga la ruta deseada es necesario primero tener un modelo del robot. Para los fines de este curso, un modelo cinemático es suficiente.

Considérese un robot diferencial como el de la figura 6 en el que la configuración está dada por tres valores $[x_r, y_r, \theta_r]$. Considerando sólo la parte cinemática y asumiendo que no existe deslizamiento en las llantas, el modelo del robot está dado por

$$\dot{x_r} = \frac{v_l + v_r}{2}\cos\theta_r \tag{3}$$

$$\dot{y_r} = \frac{v_l + v_r}{2}\sin\theta_r \tag{4}$$

$$\dot{\theta}_r = \frac{v_r - v_l}{L} \tag{5}$$

donde v_l y v_r son las velocidades lineales de las llantas izquierda y derecha respectivamente, consideradas como señales de entrada, y L es el diámetro del robot medido de eje a eje de las llantas. Se considera que el centro del robot está en el centro de dicho eje.

Nótese que no se está modelando la parte dinámica del robot, esto es, se considera que el estado del robot está dado por los mismos tres valores $[x_r, y_r, \theta_r]$ y que las velocidades de las llantas se pueden fijar de manera arbitraria. En realidad, esto no sucede así. La verdadera señal de control es el voltaje que se fija en las terminales de los motores, sin embargo, se puede considerar que las dinámicas tanto eléctrica como mecánica de dichos motores son lo suficientemente rápidas para suponer que un voltaje en el motor se reflejará *rápidamente* en una velocidad angular.

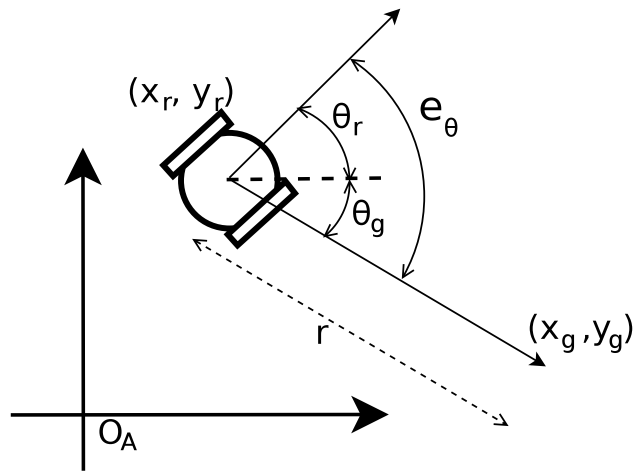


Figura 6: Posición del robot y posición deseada.

4.2. Estabilidad de sistemas no lineales

Cuando se tiene un sistema lineal invariante con el tiempo de la forma

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (6)$$
$$z = Cx + Du \quad (7)$$

es sencillo probar su estabilidad. Basta con obtener los valores propios de la matriz A y si todos tienen parte real estrictamente menor que cero, entonces se puede asegurar que el sistema (6)-(7) es exponencialmente estable, o bien, se puede obtener la función de transferencia equivalente y verificar que todas las raíces del polinomio denominador tengan parte real estrictamente negativa.

Sin embargo, el sistema dado por las ecuaciones (3)-(5) es no lineal y por lo tanto su estabilidad no se puede analizar con las herramientas descritas en el párrafo anterior. La estabilidad en el sentido de Lyapunov o estabilidad de puntos de equilibrio es una herramienta que nos permite analizar la estabilidad de sistemas no lineales.

Considérese un sistema dinámico de la forma

$$\dot{x} = f(x) \quad (8)$$

donde $x \in R^n$ es el vector de estados. Se dice que x_e es un punto de equilibrio del sistema (8) si se cumple que

$$x(0) = x_e \implies x(t) = x_e \qquad \forall t > 0 \quad (9)$$

es decir, si el sistema “comienza” en el punto x_e, entonces permanece en ese punto para todo tiempo finito.

La estabilidad en el sentido de Lyapunov se define para puntos de equilibrio y existen varios tipos. Para fines de este curso sólo se utilizará la estabilidad asintótica. Suponga que se tiene un sistema de la forma (8) con un punto de equilibrio $x_e = 0$. Se dice que x_e es asintóticamente estable, es decir, las trayectorias del sistema convergen a él conforme el tiempo tiende a infinito, si existe una función $V : R^n \to R$ tal que

$$V(0) = 0 \qquad \text{y} \qquad V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0 \quad (10)$$

$$\dot{V}(x) < 0 \tag{11}$$

La ecuación (10) define a V como una función positivia definida, es decir, como una función escalar de variable vectorial cuyo valor es cero sólo para el vector cero, y estrictamente mayor que cero para cualquier valor diferente de cero. Esta función puede considerarse como una representación de la energía del sistema, solo que expresada en un sistema de coordenadas diferentes a las usuales.

La equación (11) representa la variación de energía del sistema conforme pasa el tiempo y, si ésta es siempre negativa, significa que la energía siempre disminuirá y en algún momento llegará a cero, es decir, el sistema dejárá de "moverse". Esta derivada se tiene que evaluar a lo largo de las trayectorias del sistema (8).

Nótese que se está suponiendo que el sistema tiene un punto de equilibrio en cero, sin embargo, esto no provoca pérdida de generalidad dado que cualquier punto de equilibrio se puede trasladar a cero mediante una transformación de coordenadas. Por otro lado, en la ecuación (8) la dinámica sólo es función de los estados y no aparecen señales de entrada, sin embargo, si se diseña un control realimentado, las señales de entrada quedarán en términos de los estados y la dinámica en lazo cerrado podrá expresarse en la forma (8).

Regresando a la aplicación del robot móvil, si se quiere que el robot alcance una posición deseada, las velocidades deben ser tales que el robot tenga un punto de equilibrio asintóticamente estable en dicha posición deseada.

4.3. Leyes de control

La idea del control es diseñar las señales v_l y v_r de modo que se garantice que el robot llegue a la posición (x_g, y_g) aun en presencia de incertidumbres (como las dinámicas no modeladas) y perturbaciones. Se proponen dos leyes de control para las cuales es necesario definir primero un par de variables.

Considérese el esquema de la figura 6. El ángulo deseado θ_g corresponde al ángulo del vector de error de posición $[x_g - x_r, y_g - y_r]$, esto es

$$\theta_g = \operatorname{atan2}(y_g - y_r, x_g - x_r)$$

de donde se define el error de ángulo

$$e_\theta = \theta_g - \theta_r = \operatorname{atan2}(y_g - y_r, x_g - x_r) - \theta_r$$

El error de distancia r es simplemente la magnitud del vector de error de posición:

$$r = [(x_g - x_r) + (y_g - y_r)]^{1/2}$$

En la primera ley de control las velocidades se calculan tomando en cuenta tanto el error de posición como el de ángulo:

$$v_l = -k_\theta e_\theta + k_d r e^{-\psi e_\theta^2} \tag{12}$$

$$v_r = k_\theta e_\theta + k_d r e^{-\psi e_\theta^2} \tag{13}$$

Nótese que los primeros términos tienen igual magnitud pero signo opuesto, lo que provoca una velocidad angular que es proporcional al error de ángulo. Los segundos términos, al tener el mismo signo y misma magnitud, provocan una velocidad lineal que es proporcional al error de distancia, es decir, el robot se irá deteniendo conforme se acerque al punto meta. La exponencial sirve para hacer pequeña la velocidad lineal cuando el error de ángulo es grande, es decir, este término logra que el robot comience a avanzar hasta que esté apuntando en la dirección correcta.

En esta ley de control se tienen tres parámetros de diseño: $k_\theta > 0$, $k_d > 0$ y $\psi > 0$. Las dos primeras determinan la rapidez con que el robot girará y avanzará hacia el punto meta. La tercera es muy importante. Un valor de ψ muy grande hará que la velocidad lineal decrezca muy rápido cuando crece el error de ángulo, es decir, el robot comenzará a avanzar hasta que esté apuntando casi sin error hacia la meta. Por el contrario, una ψ muy pequeña hará que el robot describa curvas muy grandes.

La segunda ley de control sólo toma en cuenta el error de ángulo:

$$v_l = v_{max} e^{-\frac{e_\theta^2}{\alpha}} + \frac{D}{2}\omega_{max}\left(\frac{2}{1+e^{-\frac{e_\theta}{\beta}}} - 1\right) \quad (14)$$

$$v_r = v_{max} e^{-\frac{e_\theta^2}{\alpha}} - \frac{D}{2}\omega_{max}\left(\frac{2}{1+e^{-\frac{e_\theta}{\beta}}} - 1\right) \quad (15)$$

En estas ecuaciones se tienen cuatro parámetros de diseño: v_{max} y ω_{max} son las velocidades lineales y angulares máximas respectivamente que el robot alcanzará durante su movimiento. La constante α tiene una función parecida a la ψ en las ecuaciones (12)-(13), solo que en este caso, al estar dividiendo, una *alpha* más pequeña provocará un descenso más pronunciado en la magnitud de la velocidad lineal. El valor de β determina qué tanto decrece la velocidad angular conforme decrece el error de ángulo.

5. Campos potenciales artificiales

5.1. Diseño mediante campos atractivos y repulsivos

5.2. Movimiento por descenso del gradiente

6. Conceptos básicos de visión computacional

6.1. Espacios de color

6.2. Operadores morfológios

7. Localización

7.1. El Filtro de Kalman Extendido

7.2. Método del histograma

La localización por el método de histograma permite estimar la posición del robot con base en observaciones del ambiente pero tomando en cuenta las probabilidades de error tanto en la observación como en el movimiento. Se asume que el robot sólo puede estar en configuraciones discretas bien definidas por lo que el método es factible sólo cuando se tienen pocos grados de libertad, como en el caso del robot diferencial que se mueve sólo en un plano.

Considere la posición del robot como un variable aleatoria discreta X que puede tomar los valores $x_i = \{x_1 \dots x_n\}$ y las observaciones que puede realizar el robot como otra variable aleatoria O con posibles valores $o_i = \{o_1 \dots o_m\}$. Las observaciones del robot pueden ser cualquier tipo de *marca* que se pueda extraer a partir de la información de los sensores.

Se asume que la posición inicial se desconoce por completo, por lo que el primer paso es asignar a cada posición la misma probabilidad

$$P(x_i) = \frac{1}{n} \tag{16}$$

es decir, inicialmente se tiene una distribución uniforme que indica total incertidumbre sobre la posición actual del robot. El objetivo es construir una función de densidad de probabilidad que, conforme el robot se mueva y realice observaciones, tienda hacia una distribución unimodal cuyo máximo indique la posición actual del robot.

8. La plataforma ROS

Referencias

Arkin, R. (1998). *Behavior-based robotics.* MIT Press.

Latombe, J. (1991). *Robot motion planning.* Kluwer Academic.