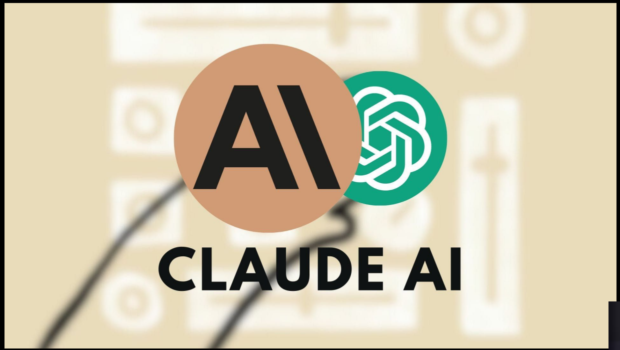
Redes Neuronales

Sistemas de Inteligencia Artificial

Segundo Cuatrimestre 2025

Alan Pierri
Rodrigo Ramele
Eugenia Piñeiro
Marina Fuster
Luciano Bianchi
Santiago Reyes
Marco Scilipoti
Paula Oseroff
Joaquín Girod


AI
CLAUDE AI


ALPHAGO
BFI LONDON FILM FESTIVAL
WINNER
MILL VALLEY FILM FESTIVAL
Official Selection


SORA

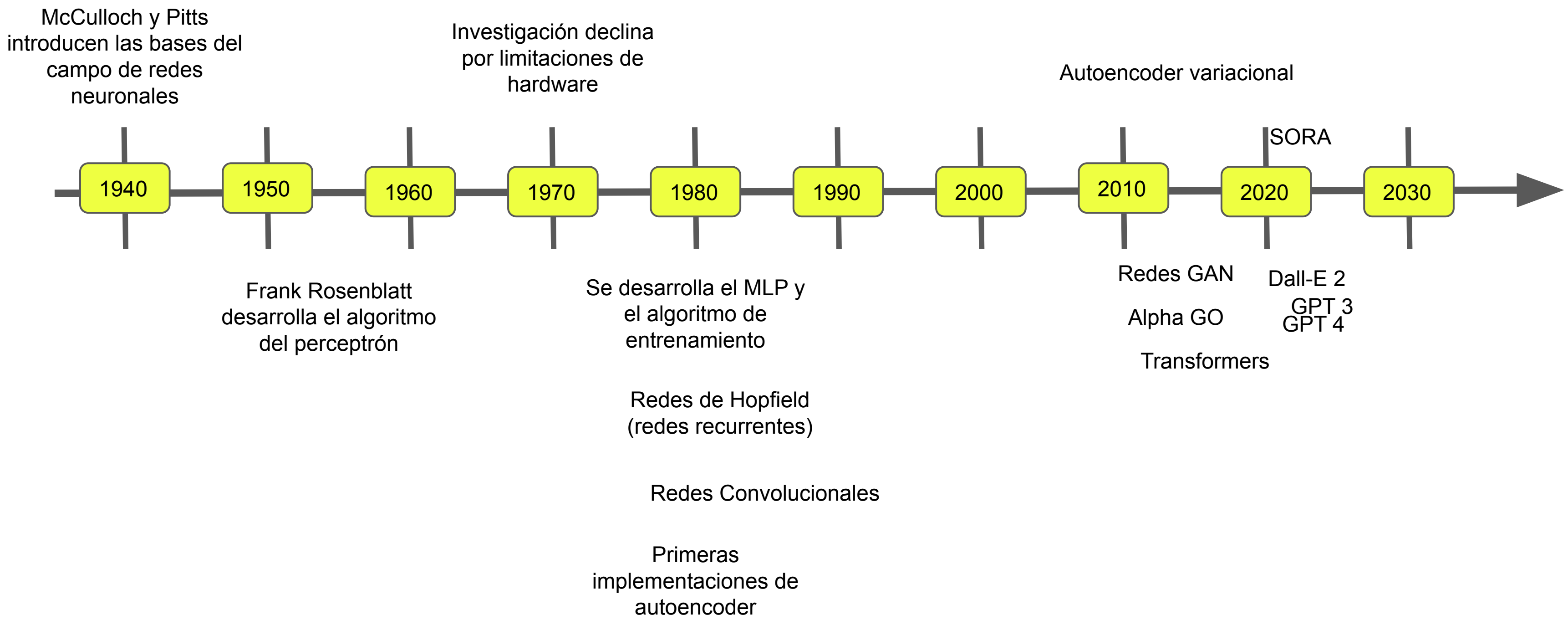
¿Qué entienden por **red neuronal**?

"Una red neuronal es un tipo de algoritmo de aprendizaje automático que está modelado según la estructura y función del cerebro humano.

Consiste en una gran cantidad de nodos de procesamiento interconectados (neuronas) que trabajan juntos para procesar y analizar datos.

Cada neurona recibe uno o más inputs, los procesa utilizando un conjunto de pesos aprendidos y produce una salida que se transmite a otras neuronas en la red."

EVENTOS EN EL ÁREA DE REDES NEURONALES



EVENTOS EN EL ÁREA DE REDES NEURONALES

1940 – McCulloch y Pitts introducen las bases del campo de redes neuronales

1950 – Frank Rosenblatt desarrolla el algoritmo del perceptrón

1960

1970 – Investigación declina por limitaciones de hardware

1980 – Se desarrolla el MLP y el algoritmo de entrenamiento

Redes de Hopfield (redes recurrentes)

Redes Convolucionales

Primeras implementaciones de autoencoder

1990

2000

2010 – Autoencoder variacional

Redes GAN

Alpha GO

Transformers

2020 – SORA

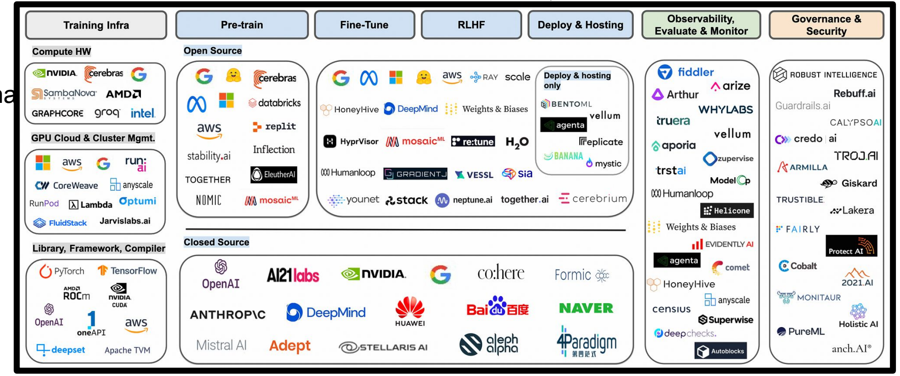
Dall-E 2

GPT 3

GPT 4

2030

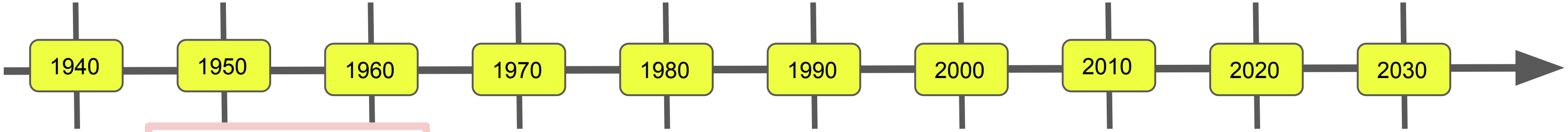
LLM BOOM



[LLM Explained: The LLM Training Landscape]

¿QUÉ IDEAS ESTUDIAMOS DURANTE EL TP3?

McCulloch y Pitts introducen las bases del campo de redes neuronales



Frank Rosenblatt desarrolla el algoritmo del perceptrón

Se desarrolla el MLP y el algoritmo de entrenamiento

- Por el momento no vamos a profundizar el área de “*Deep Learning*” (se ve más adelante en la materia)
- Objetivo: entender qué problemas se pueden resolver, los conceptos básicos que componen a una red neuronal y su entrenamiento

Clase 1: modelo básico de neurona (capítulo 6)

Clase 2: modelo básico de red neuronal (capítulo 7)

Clase 3: métricas de evaluación y sobreajuste (capítulo 8), métodos de optimización para RN (capítulo 7) + consultas hora extra

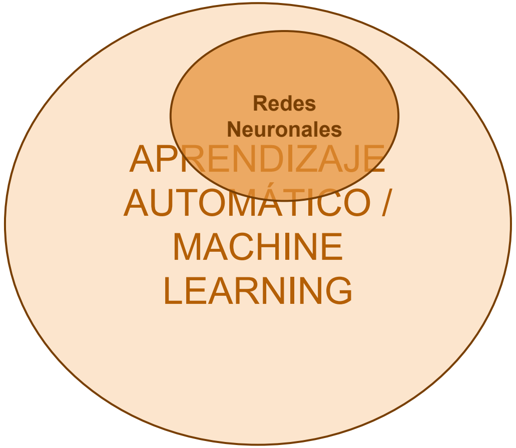
Clase 4: Backpropagation II consultas

DE LA CLASE DE OPTIMIZACIÓN

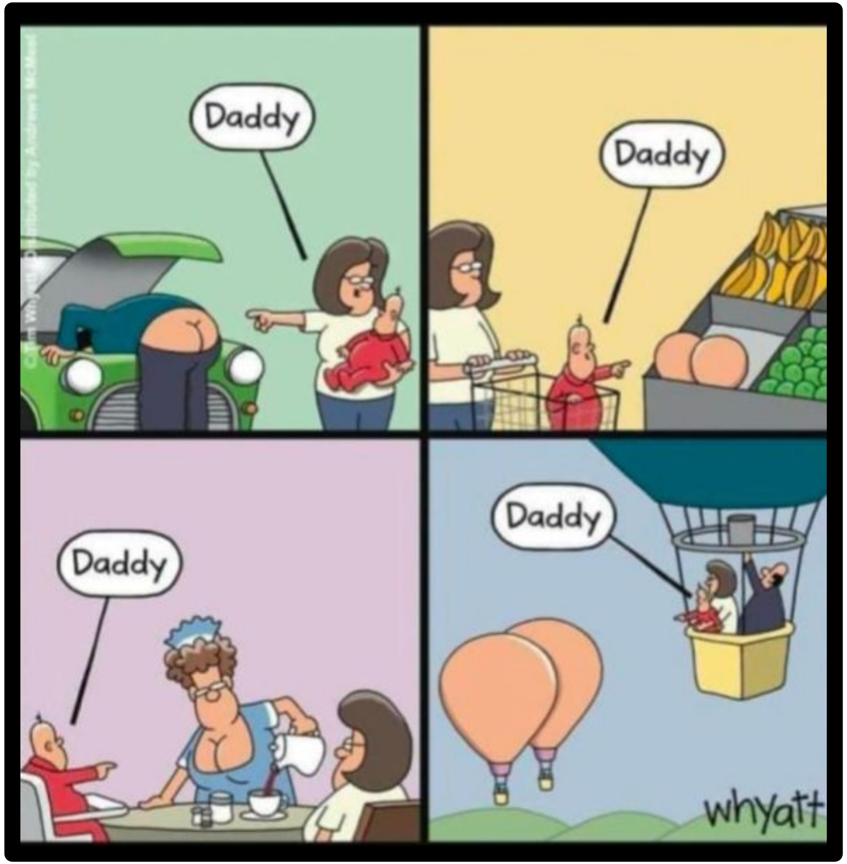
9.1 Redefiniendo Aprendizaje

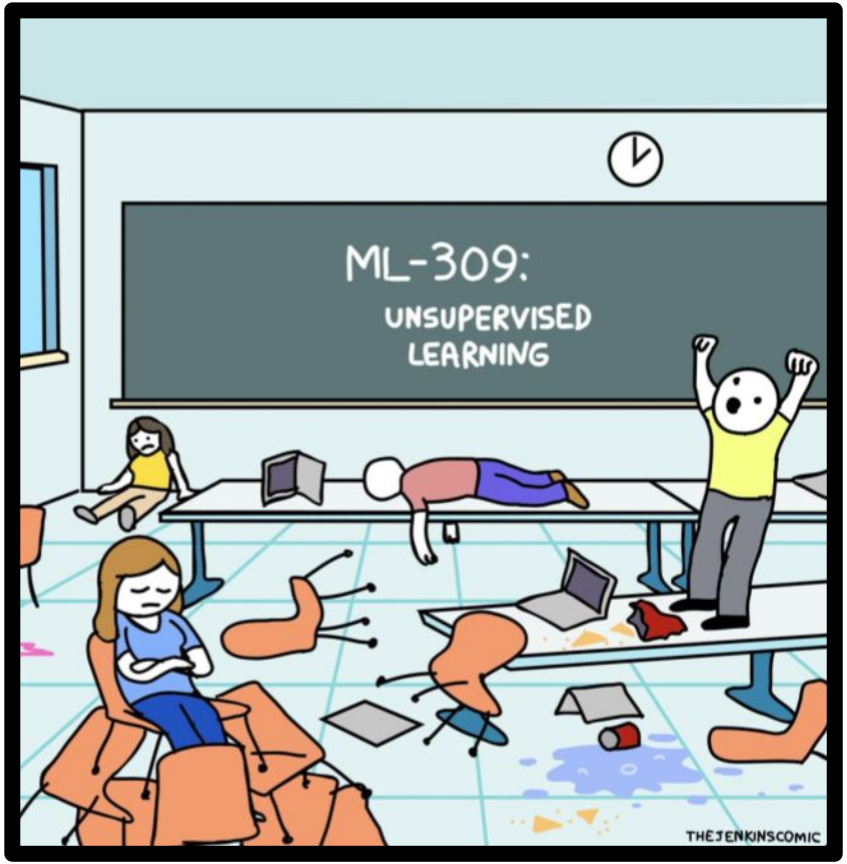
El área de redes neuronales cae dentro de la frontera de lo que se denomina **Aprendizaje Automático** o *Machine Learning*. Puede definirse como:

Definition 9.1.1 — Aprendizaje Automático. Técnicas para identificar relaciones entre datos (X) o mapeos $(X \to Y)$ basadas en algoritmos libres de modelo que dada una serie de parámetros libres que estructuran esas relaciones o mapeos, pueden ajustarse mediante algún proceso de optimización matemática [23].



APRENDIZAJE SUPERVISADO vs. APRENDIZAJE NO SUPERVISADO





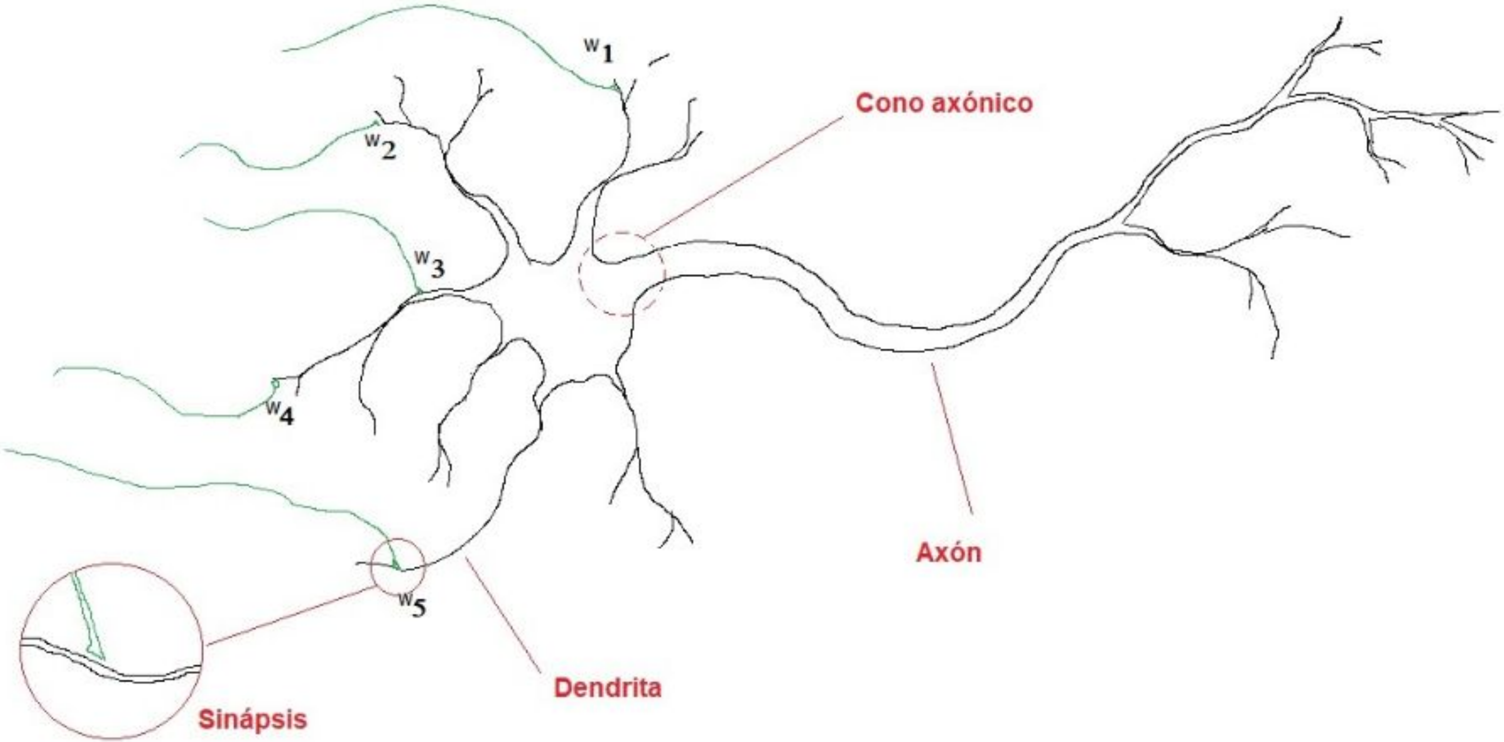
Perceptrón Simple

Sistemas de Inteligencia Artificial

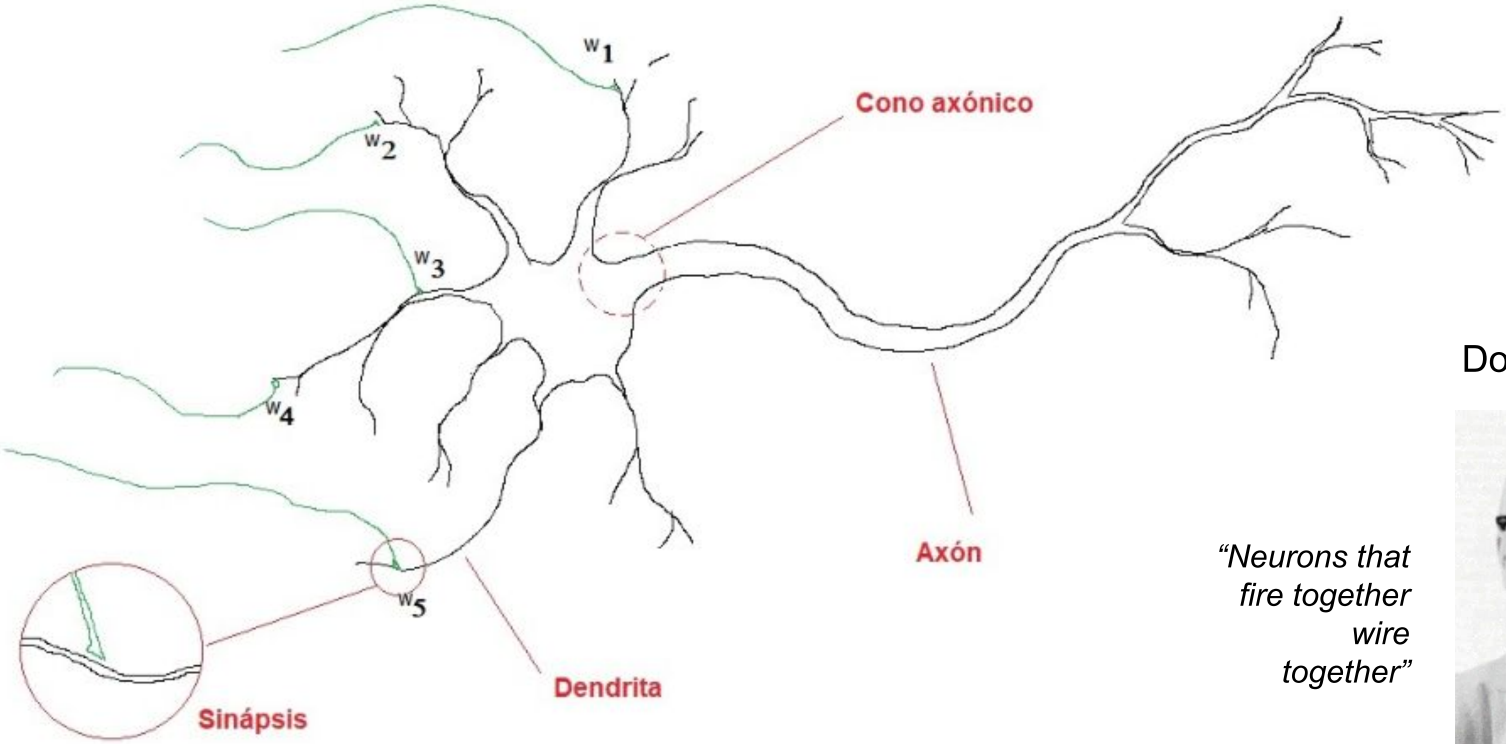
Segundo Cuatrimestre 2024

Alan Pierri
Rodrigo Ramele
Eugenia Piñeiro
Marina Fuster
Luciano Bianchi
Santiago Reyes
Marco Scilipoti
Paula Oseroff

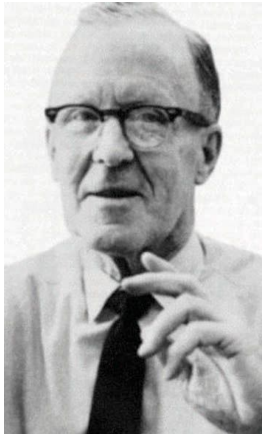
MODELO DE NEURONA - 1943



MODELO DE NEURONA - 1943

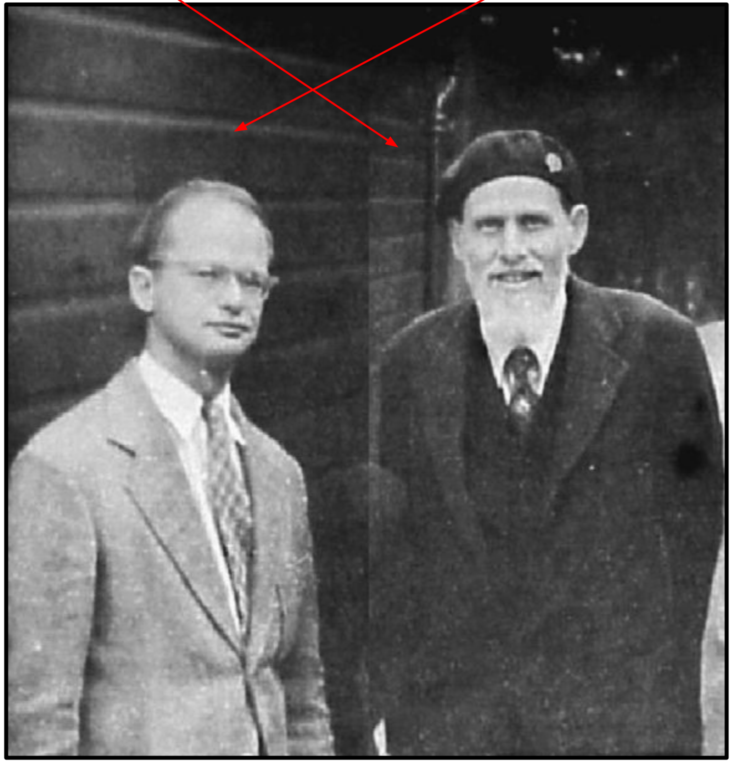


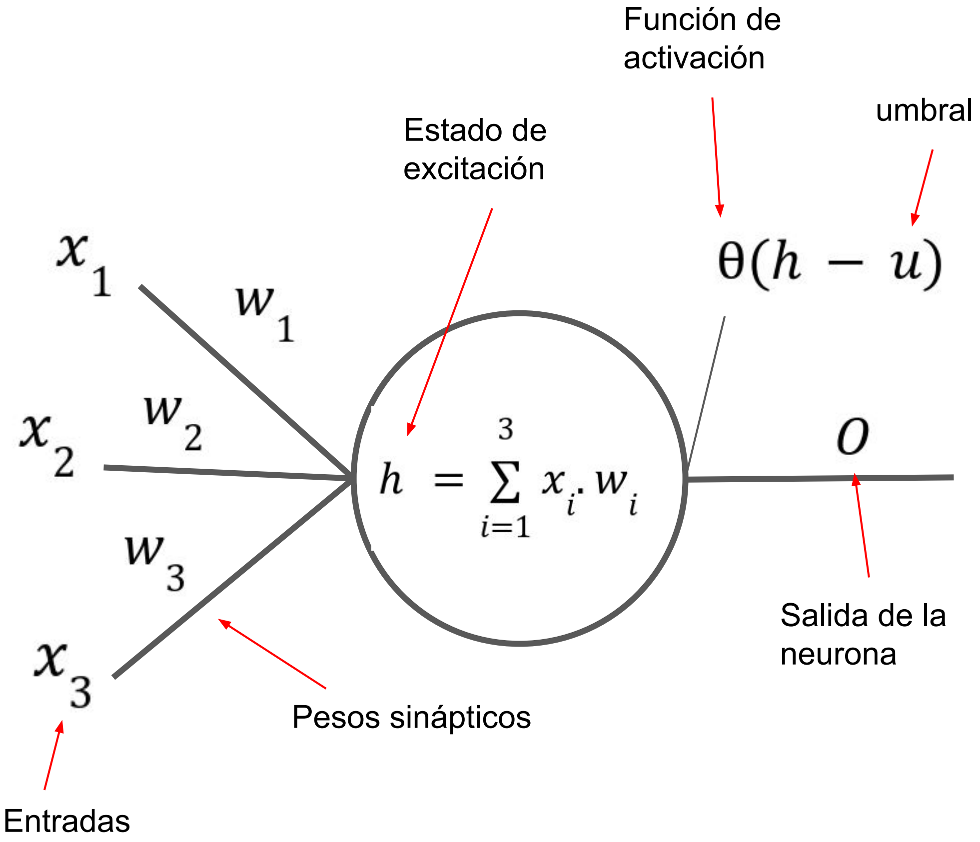
Donald Hebb



“Neurons that fire together wire together”

Warren McCulloch & Walter Pitts 1943



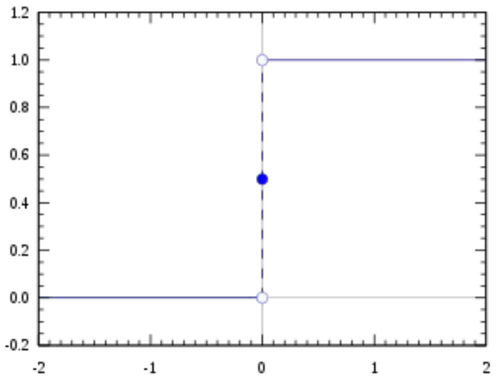


FORMALIZACIÓN MATEMÁTICA

$$O = \theta\left(\sum_{i=1}^{n} x_i . w_i - u\right)$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Función de activación ***escalón*** o ***signo***.

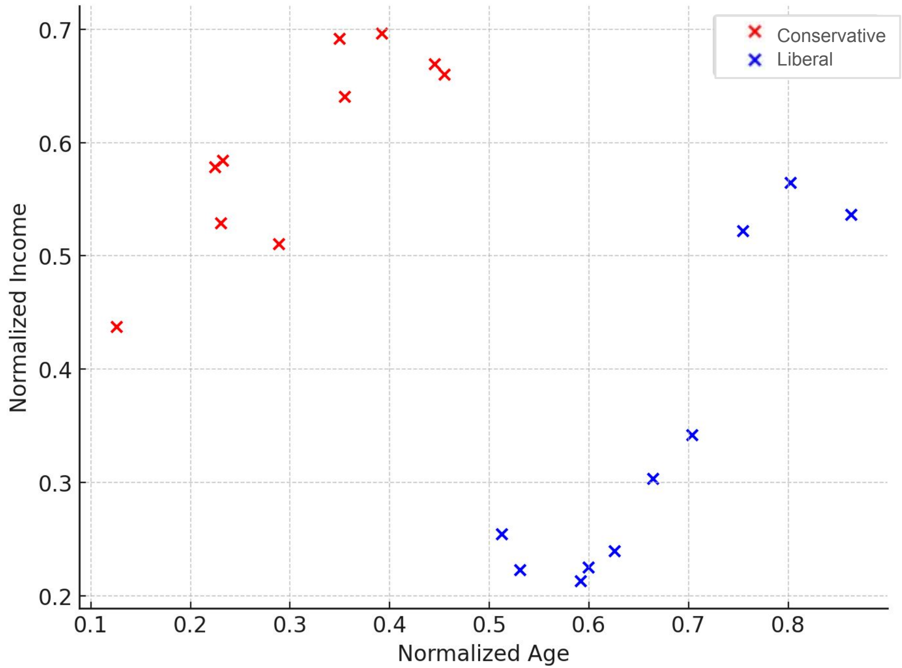


Un cliente acaba de expandir su negocio a Canadá. Con todo el quilombo de tarifas entre Canadá y Estados Unidos, le interesa saber qué candidato se encuentra más favorecido en las encuestas, ya que la votación de Abril probablemente afecte su negocio.

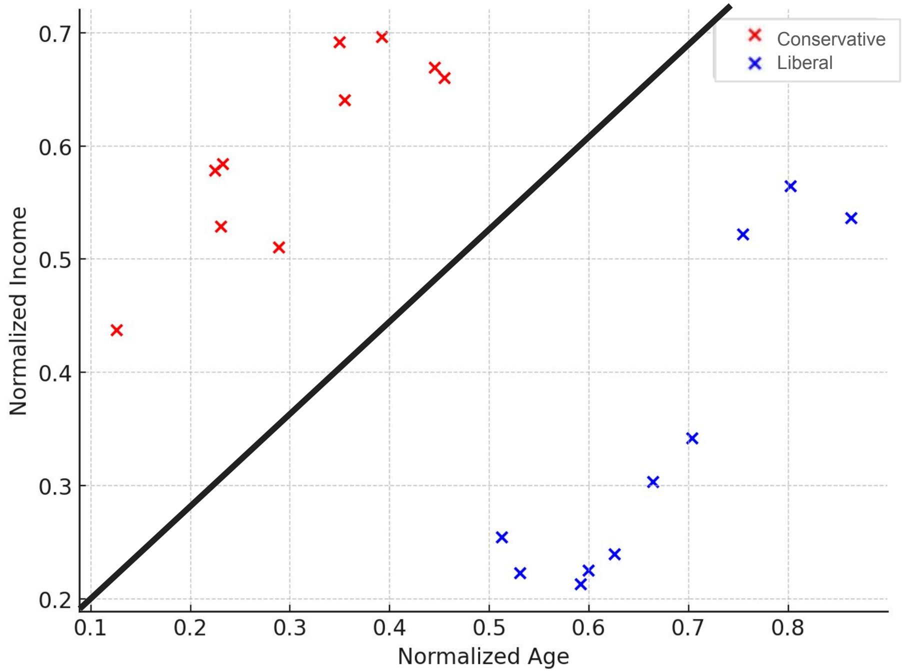
Los datos de los ciudadanos de los cuales dispone son:

- Edad
- Ingreso económico

Carney vs Poilievre



Age	Income	Party
0.445	0.669	1.0
0.349	0.692	1.0
0.232	0.585	1.0
0.125	0.438	1.0
0.224	0.579	1.0
0.23	0.529	1.0
0.392	0.696	1.0
0.355	0.641	1.0
0.455	0.66	1.0
0.289	0.51	1.0
0.513	0.255	-1.0
0.755	0.522	-1.0
0.626	0.24	-1.0
0.703	0.342	-1.0
0.863	0.536	-1.0
0.6	0.225	-1.0
0.664	0.303	-1.0
0.802	0.565	-1.0
0.592	0.213	-1.0
0.531	0.223	-1.0

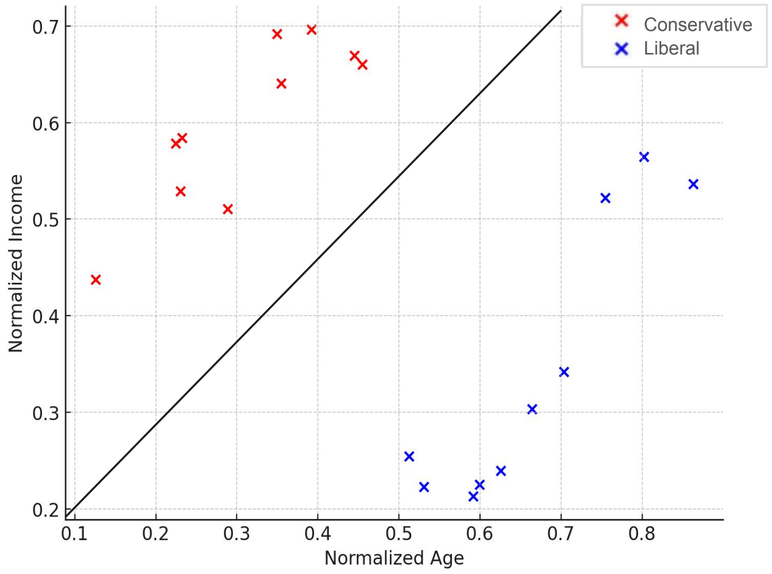


Age x_1	Income x_2	Party ζ
0.445	0.669	1.0
0.349	0.692	1.0
0.232	0.585	1.0
0.125	0.438	1.0
0.224	0.579	1.0
0.23	0.529	1.0
0.392	0.696	1.0
0.355	0.641	1.0
0.455	0.66	1.0
0.289	0.51	1.0
0.513	0.255	-1.0
0.755	0.522	-1.0
0.626	0.24	-1.0
0.703	0.342	-1.0
0.863	0.536	-1.0
0.6	0.225	-1.0
0.664	0.303	-1.0
0.802	0.565	-1.0
0.592	0.213	-1.0
0.531	0.223	-1.0

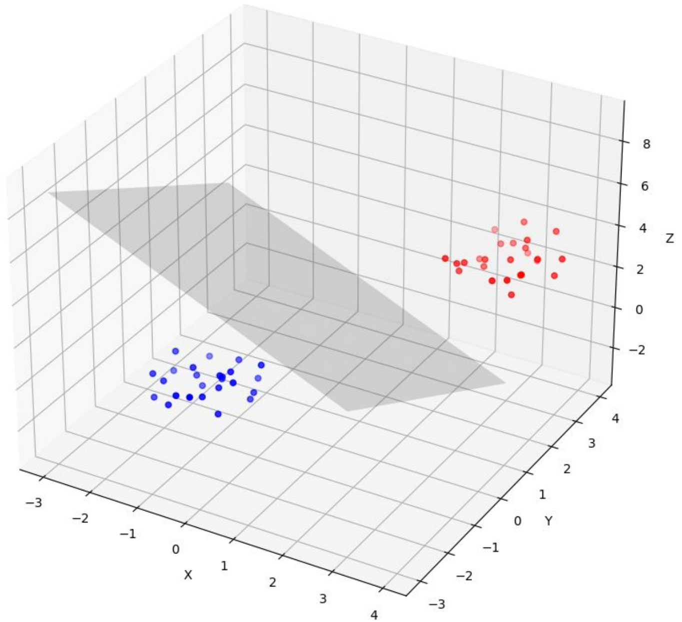
HIPERPLANO DE SEPARACIÓN

Problemas linealmente separables

$R^2 \quad -> \quad recta\ de\ separación$



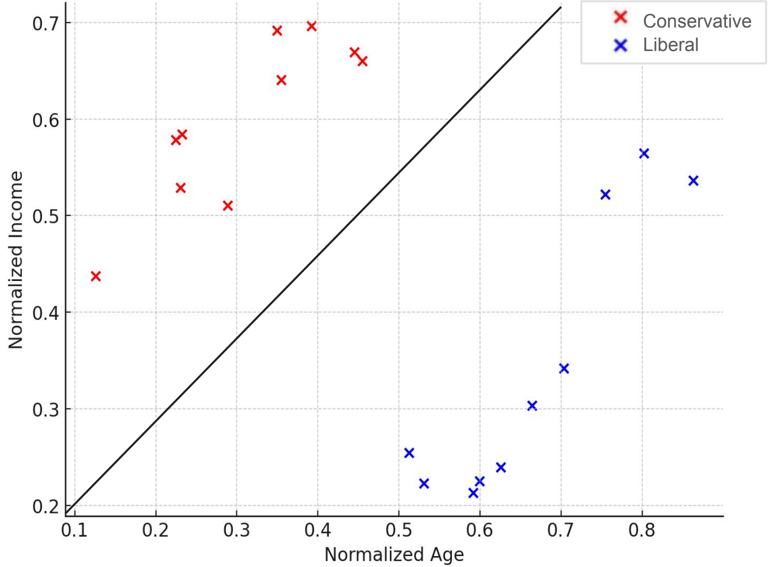
$R^3 \quad -> \quad plano\ de\ separación$



$R^n \quad -> \quad hiplerplano\ de\ separación$

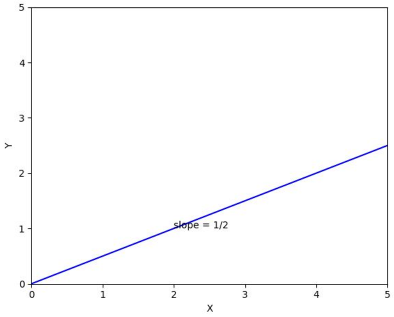
HIPERPLANO DE SEPARACIÓN

R^2 $->$ *recta de separación*



R^n $->$ *hiplerplano de separación*

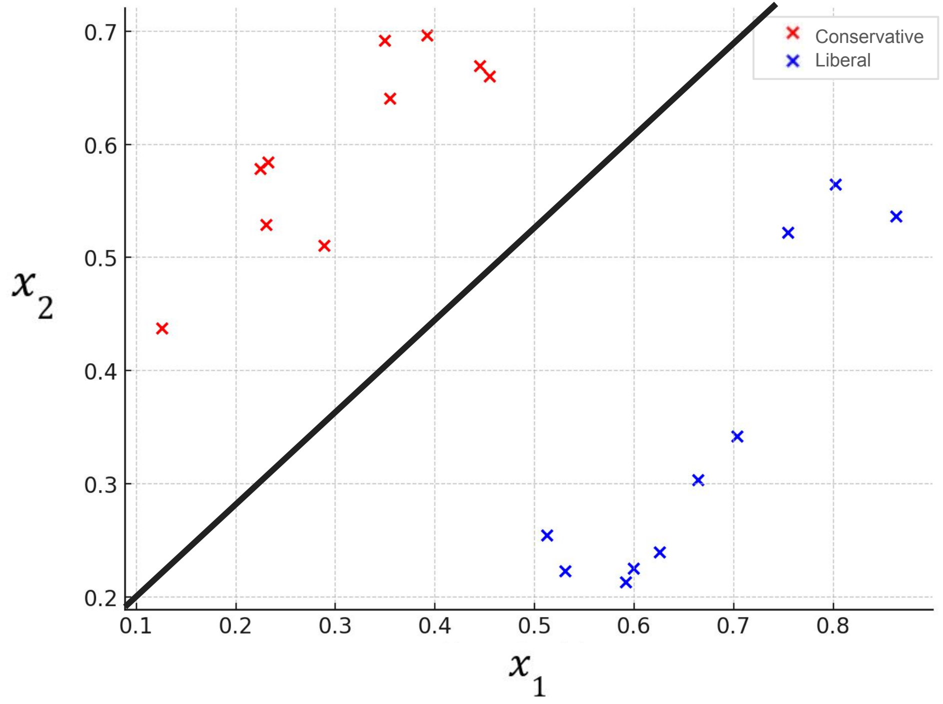
REPRESENTACIÓN DEL HIPERPLANO



$$y = mx + b$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

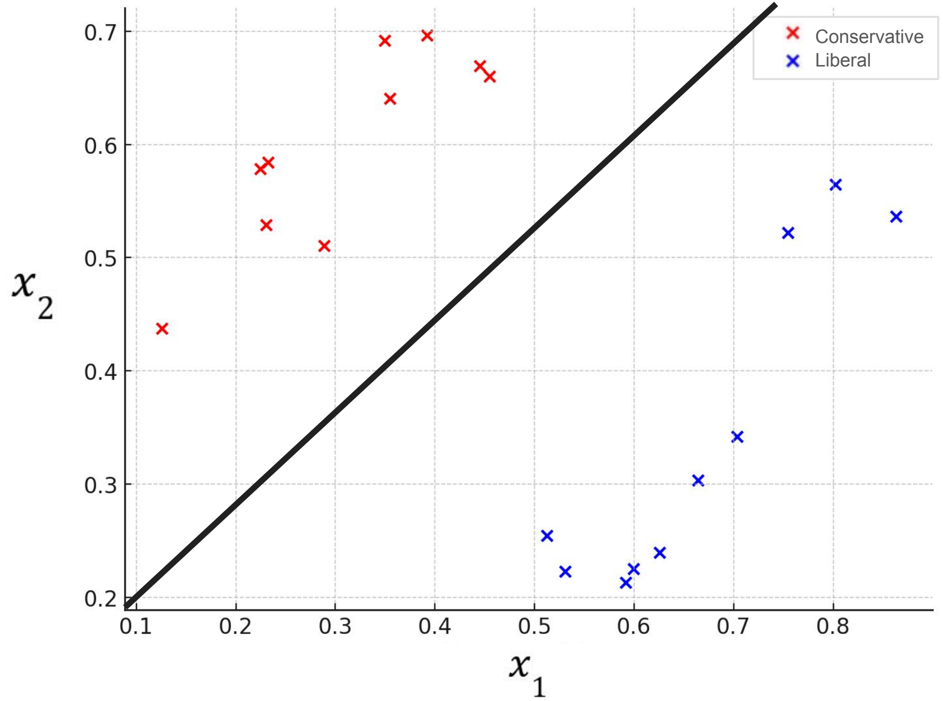
HIPERPLANO DE SEPARACIÓN



Proyección de un punto sobre el hiperplano, correspondiente a la recta **que pasa por el origen**:

$$proyección = \sum_{i=1}^{2} x_i . w_i$$

HIPERPLANO DE SEPARACIÓN

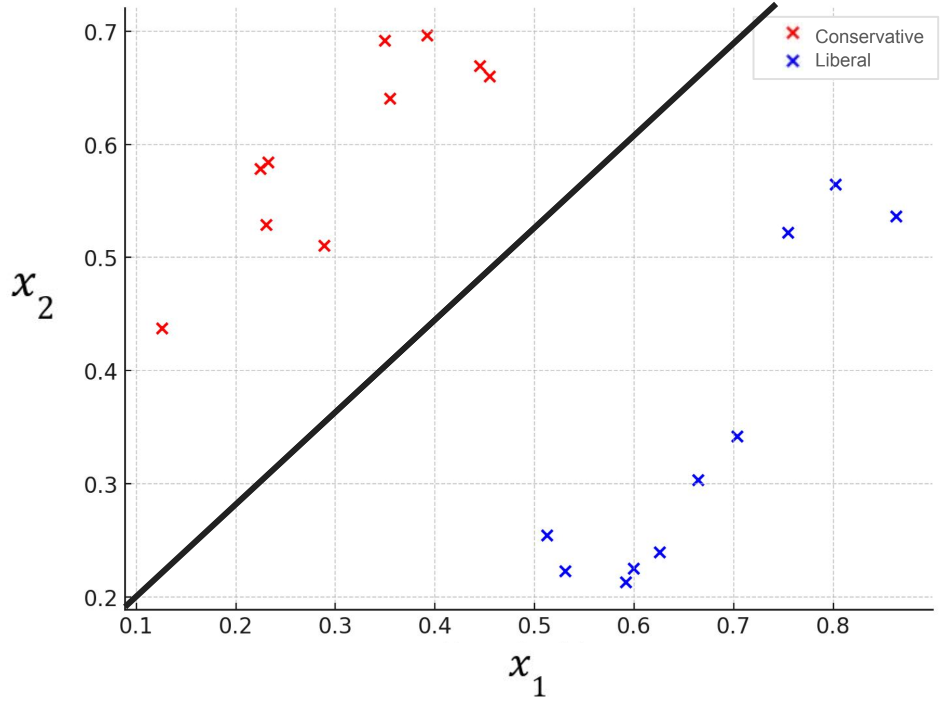


Proyección de un punto sobre el hiperplano, correspondiente a la recta **que pasa por el origen**:

$$proyección = \sum_{i=1}^{2} x_i \cdot w_i$$

Si la proyección es negativa, la clase del dato será **(-1)**, mientras que si es positiva la clase será **(1)**

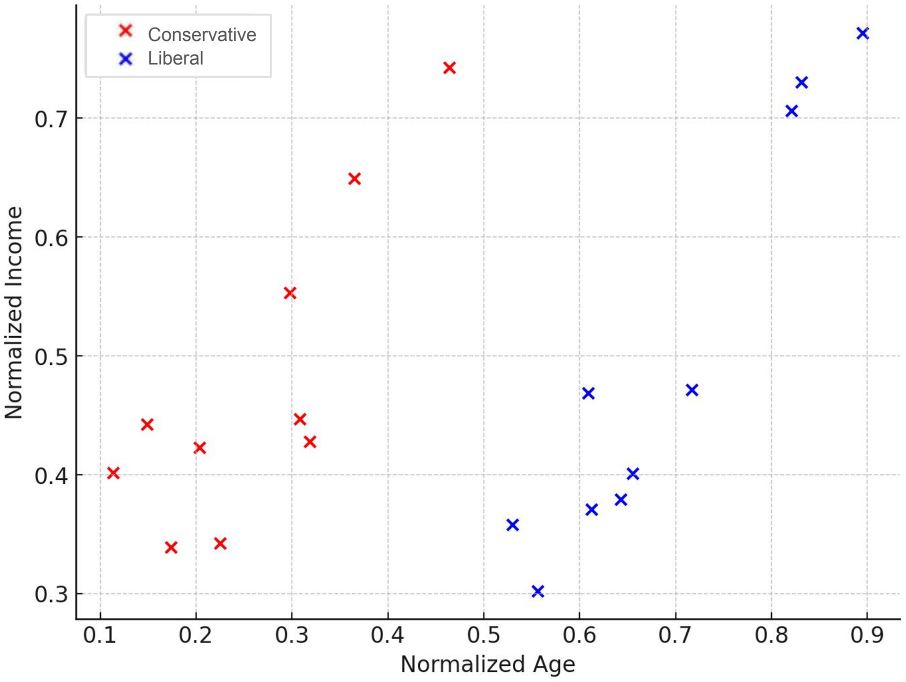
HIPERPLANO DE SEPARACIÓN



$$clase = \theta\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i\right) \qquad n = 2$$

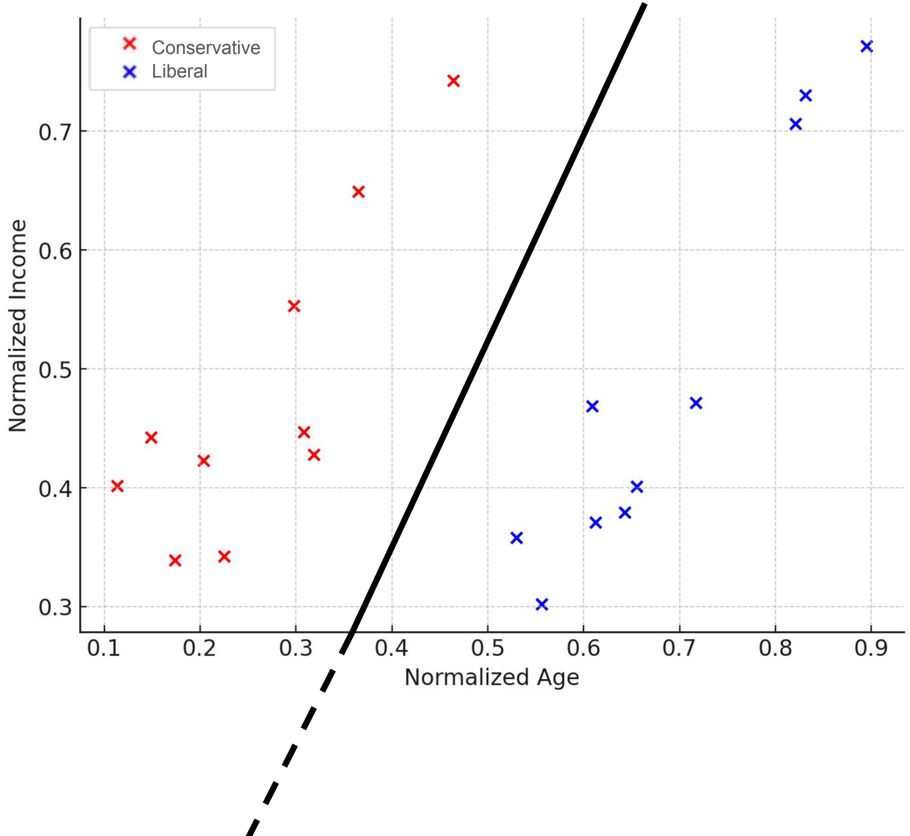
$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

¿QUÉ SUCEDE SI MODIFICAMOS EL CONJUNTO DE DATOS?



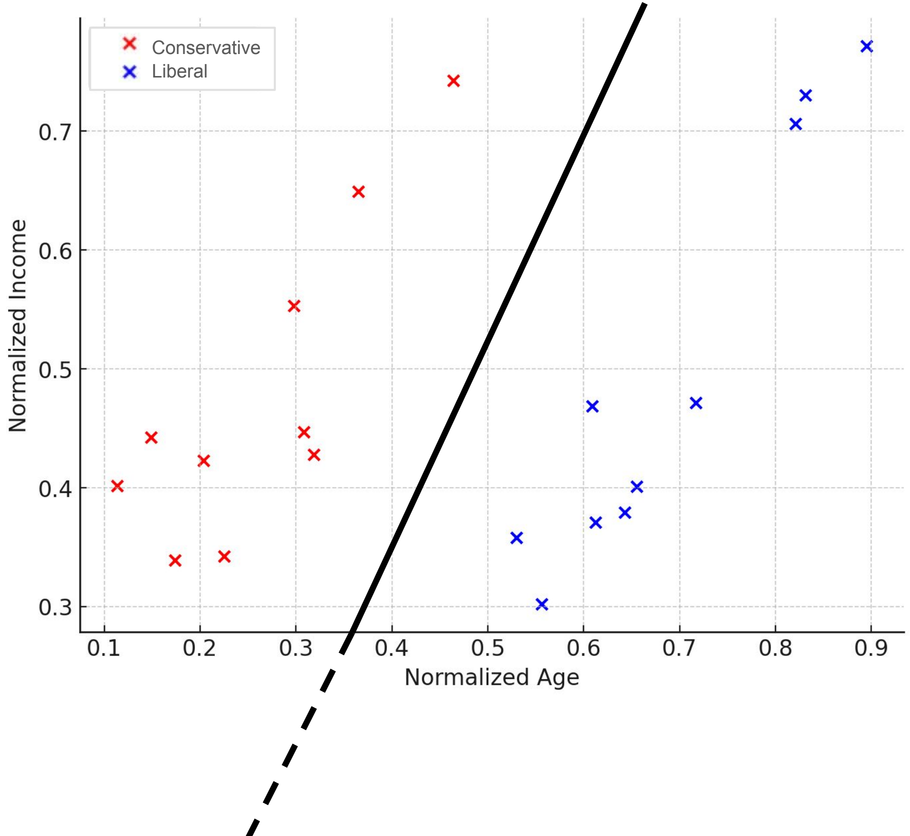
Age $\boxed{x_1}$	Income $\boxed{x_2}$	Party $\boxed{\zeta}$
0.149	0.443	1.0
0.298	0.553	1.0
0.114	0.402	1.0
0.464	0.743	1.0
0.204	0.423	1.0
0.365	0.649	1.0
0.225	0.342	1.0
0.308	0.447	1.0
0.319	0.428	1.0
0.174	0.339	1.0
0.655	0.401	-1.0
0.609	0.469	-1.0
0.831	0.73	-1.0
0.643	0.38	-1.0
0.612	0.371	-1.0
0.717	0.471	-1.0
0.556	0.302	-1.0
0.821	0.706	-1.0
0.53	0.358	-1.0
0.895	0.772	-1.0

¿QUÉ SUCEDE SI MODIFICAMOS EL CONJUNTO DE DATOS?



Age x_1	Income x_2	Party ζ
0.149	0.443	1.0
0.298	0.553	1.0
0.114	0.402	1.0
0.464	0.743	1.0
0.204	0.423	1.0
0.365	0.649	1.0
0.225	0.342	1.0
0.308	0.447	1.0
0.319	0.428	1.0
0.174	0.339	1.0
0.655	0.401	-1.0
0.609	0.469	-1.0
0.831	0.73	-1.0
0.643	0.38	-1.0
0.612	0.371	-1.0
0.717	0.471	-1.0
0.556	0.302	-1.0
0.821	0.706	-1.0
0.53	0.358	-1.0
0.895	0.772	-1.0

¿QUÉ SUCEDE SI MODIFICAMOS EL CONJUNTO DE DATOS?



$$ax + by + c = 0$$

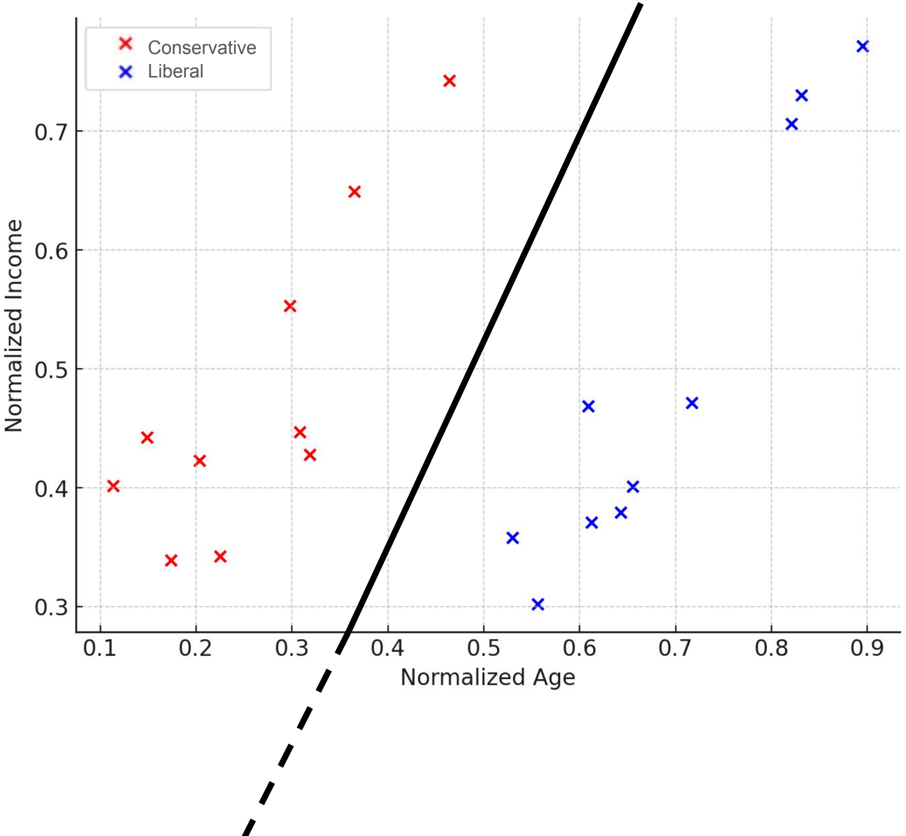
$$\downarrow$$

$$w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_0 = 0$$

$$\downarrow$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i . w_i + w_0 = 0$$

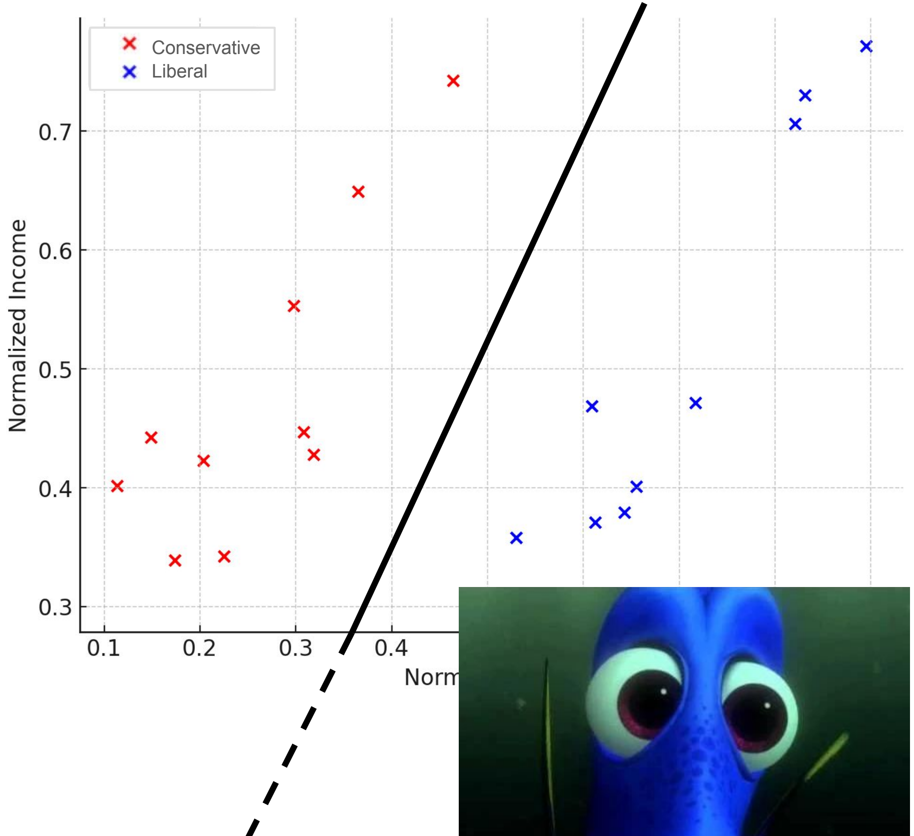
¿QUÉ SUCEDE SI MODIFICAMOS EL CONJUNTO DE DATOS?



$$clase = \theta\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i + w_0\right)$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

¿QUÉ SUCEDE SI MODIFICAMOS EL CONJUNTO DE DATOS?



$$clase = \theta\left(\sum_{i=1}^{n} x_i . w_i + w_0\right)$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

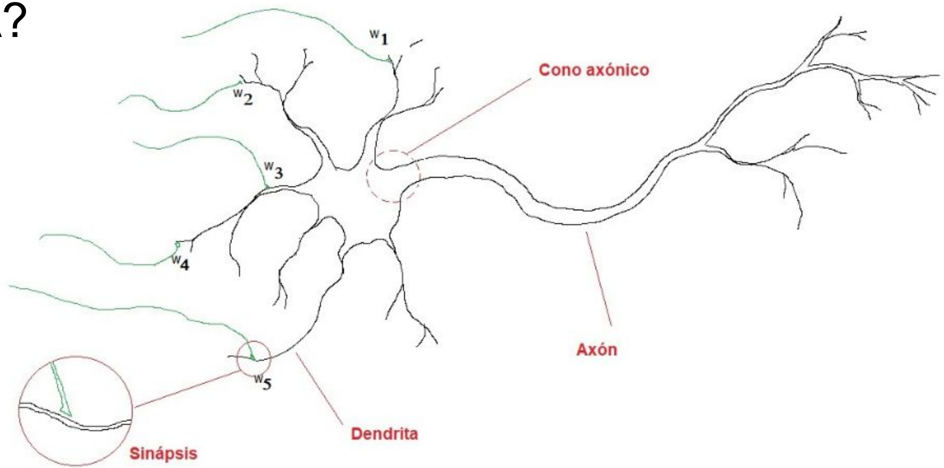
Formalización del perceptrón

$$O = \theta\left(\sum_{i=1}^{n} x_i . w_i - u\right)$$

¿QUÉ TENEMOS HASTA AHORA?

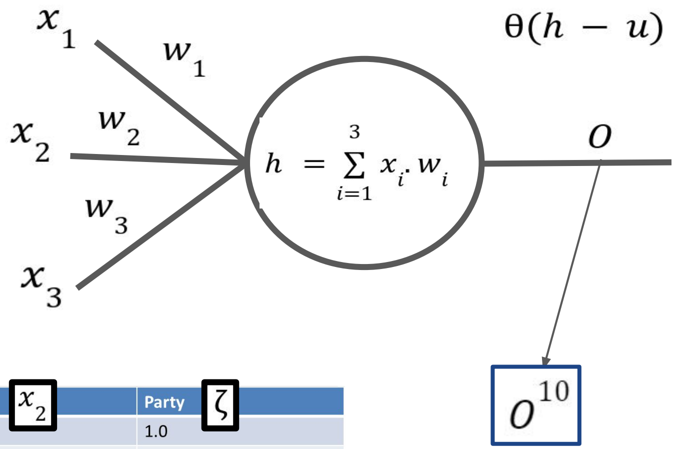
- Modelo matemático de neurona biológica
- Herramienta para resolver problemas linealmente separables en R^n

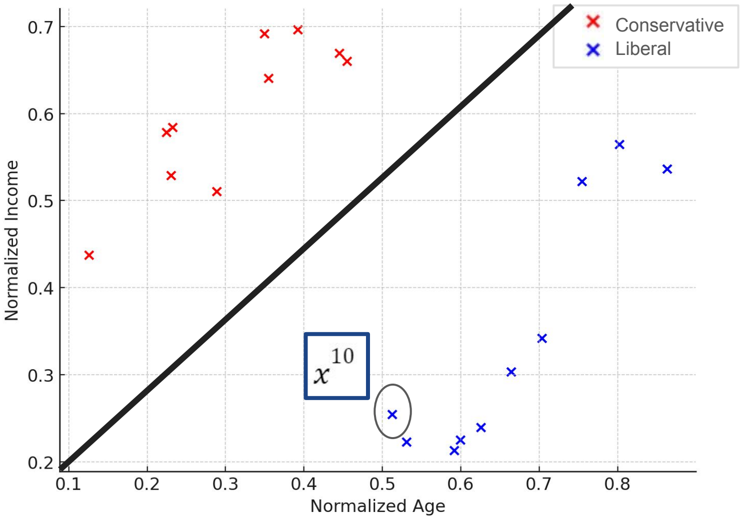
¿QUÉ NOS FALTA?



REPASO

p es la cantidad de datos. μ representa el dato (0…***p***-1)





Age x_1	Income x_2	Party ζ
0.445	0.669	1.0
0.349	0.692	1.0
0.232	0.585	1.0
0.125	0.438	1.0
0.224	0.579	1.0
0.23	0.529	1.0
0.392	0.696	1.0
0.355	0.641	1.0
0.455	0.66	1.0
0.289	0.51	1.0
0.513	0.255	-1.0
0.755	0.522	-1.0
0.626	0.24	-1.0
0.703	0.342	-1.0
0.863	0.536	-1.0
0.6	0.225	-1.0
0.664	0.303	-1.0
0.802	0.565	-1.0
0.592	0.213	-1.0
0.531	0.223	-1.0

x_1^{10} x_2^{10} ζ^{10}

Frank Rosenblatt 1957

Cada vez que la neurona recibe un estímulo, los pesos sinápticos pueden actualizarse (proceso iterativo):

$$w^{nuevo} = w^{anterior} + \Delta w$$

¿Cómo calculamos el delta?

$$\Delta w = 2\eta x^{\mu} \zeta^{\mu}$$

salida esperada

entrada o dato

tasa de aprendizaje (escalar)

$$O^{\mu} \neq \zeta^{\mu}$$

salida obtenida

ACTUALIZACIÓN DE LOS PESOS SINÁPTICOS

¿Cómo calculamos el delta?

$$\Delta w = \begin{cases} 2\eta x^{\mu}\zeta^{\mu} & O^{\mu} \neq \zeta^{\mu} \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Si consideramos que la salida puede ser 1 o -1, podemos reformular:

$$\Delta w = \eta(\zeta^{\mu} - O^{\mu})x^{\mu}$$

donde la salida de la neurona está representada por

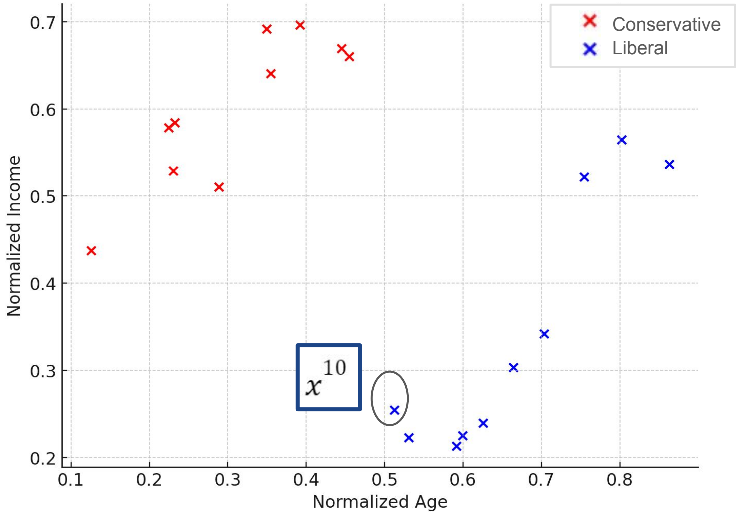
$$O(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i . w_i + w_0$$

EJEMPLO NUMÉRICO

$$\Delta w = \eta(\zeta^{\mu} - O^{\mu})x^{\mu}$$

$$w^{nuevo} = w^{anterior} + \Delta w$$

$$(x_1^{10}, x_2^{10}) = (0.513,\ 0.255) \qquad \zeta^{10} = (-1)$$



Age x_1	Income x_2	Party ζ
0.445	0.669	1.0
0.349	0.692	1.0
0.232	0.585	1.0
0.125	0.438	1.0
0.224	0.579	1.0
0.23	0.529	1.0
0.392	0.696	1.0
0.355	0.641	1.0
0.455	0.66	1.0
0.289	0.51	1.0
0.513	0.255	-1.0
0.755	0.522	-1.0
0.626	0.24	-1.0
0.703	0.342	-1.0
0.863	0.536	-1.0
0.6	0.225	-1.0
0.664	0.303	-1.0
0.802	0.565	-1.0
0.592	0.213	-1.0
0.531	0.223	-1.0

x_1^{10} $\quad$ x_2^{10} $\quad$ ζ^{10}

EJEMPLO NUMÉRICO

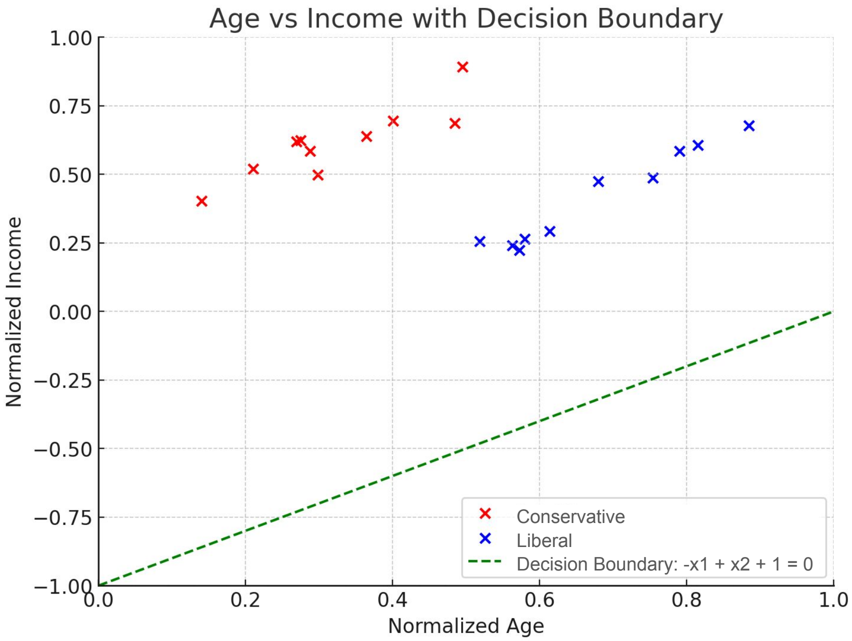
$$\boxed{\Delta w = \eta(\zeta^{\mu} - O^{\mu})x^{\mu}}$$

$$\boxed{w^{nuevo} = w^{anterior} + \Delta w}$$

$$(x_1^{10}, x_2^{10}) = (0.513,\ 0.255) \qquad \zeta^{10} = (-\ 1)$$

$$(w_1, w_2) = (-\ 1,\ 1) \qquad w_0 = 1$$

$$\eta = 0.1$$



$$\boxed{\Delta w = \eta(\zeta^{\mu} - O^{\mu})x^{\mu}}$$

$$\boxed{w^{nuevo} = w^{anterior} + \Delta w}$$

EJEMPLO NUMÉRICO

$$(x_1^{10}, x_2^{10}) = (0.513, 0.255) \qquad \zeta^{10} = (-1)$$

$$(w_1, w_2) = (-1, 1) \qquad w_0 = 1$$

$$O^{10} = \theta(x_1^{10} . w_1 + x_2^{10} . w_2 + w_0)$$

$$O^{10} = \theta(-0.513 + 0.255 + 1) = \theta(0.742) = 1$$

EJEMPLO NUMÉRICO

$$\boxed{\Delta w = \eta(\zeta^{\mu} - O^{\mu})x^{\mu}}$$

$$\boxed{w^{nuevo} = w^{anterior} + \Delta w}$$

$$(x_1^{10}, x_2^{10}) = (0.513,\ 0.255) \qquad \zeta^{10} = (-1)$$

$$(w_1, w_2) = (-1,\ 1) \qquad w_0 = 1$$

$$O^{10} = \theta(-0.513 + 0.255 + 1) = \theta(0.742) = 1$$

El valor esperado es (-1)

$$\Delta w = 0,1\ .\ (-2)\ .\ (0.513,\ 0.255)$$

$$\Delta b = 0,1\ .\ (-2)$$

EJEMPLO NUMÉRICO

$$\boxed{\Delta w = \eta(\zeta^{\mu} - O^{\mu})x^{\mu}}$$

$$\boxed{w^{nuevo} = w^{anterior} + \Delta w}$$

$$(x_1^{10}, x_2^{10}) = (0.513,\ 0.255) \qquad \zeta^{10} = (-1)$$

$$\Delta w = 0,1 \,.\, (-2) \,.\, (0.513,\ 0.255)$$

$$\Delta b = 0,1 \,.\, (-2)$$

$$w_{nuevo} = (-1,\ 1) + (-0.1026,\ -0.051)$$

$$w_{nuevo} = (-1.1026,\ 0.949)$$

$$b_{nuevo} = 1 - 0.2 = 0.8$$

EJEMPLO NUMÉRICO

$$\Delta w = \eta(\zeta^{\mu} - O^{\mu})x^{\mu}$$

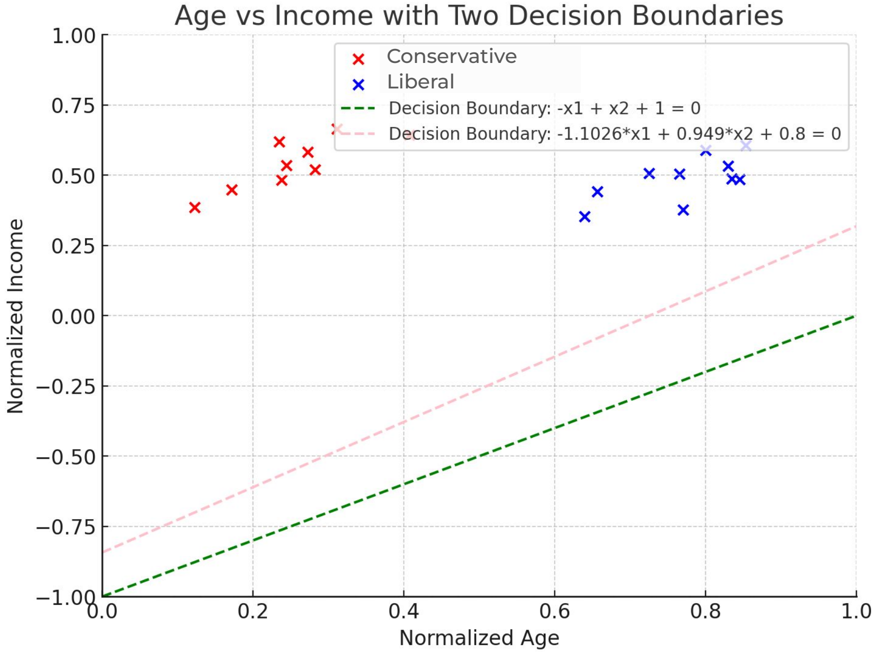
$$w^{nuevo} = w^{anterior} + \Delta w$$

$$(x_1^{10}, x_2^{10}) = (0.513,\ 0.255) \qquad \zeta^{10} = (-1)$$

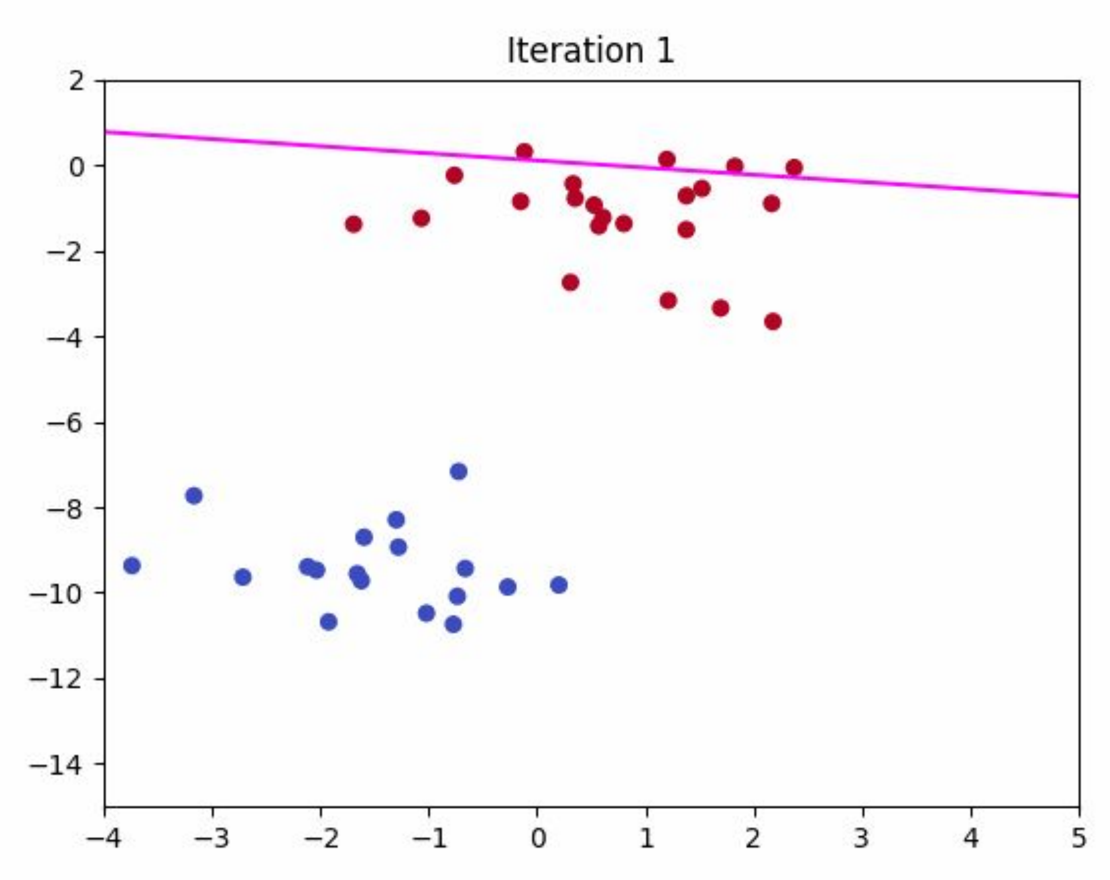
$$(w_1, w_2) = (-1.1026,\ 0.949) \qquad w_0 = 0.8$$

$$O^{10} = \theta(-0.565 + 0.242 + 0.8)$$

$$O^{10} = \theta(0.477) = 1$$



GRAFICAR ACTUALIZACIÓN DE LOS PESOS SINÁPTICOS

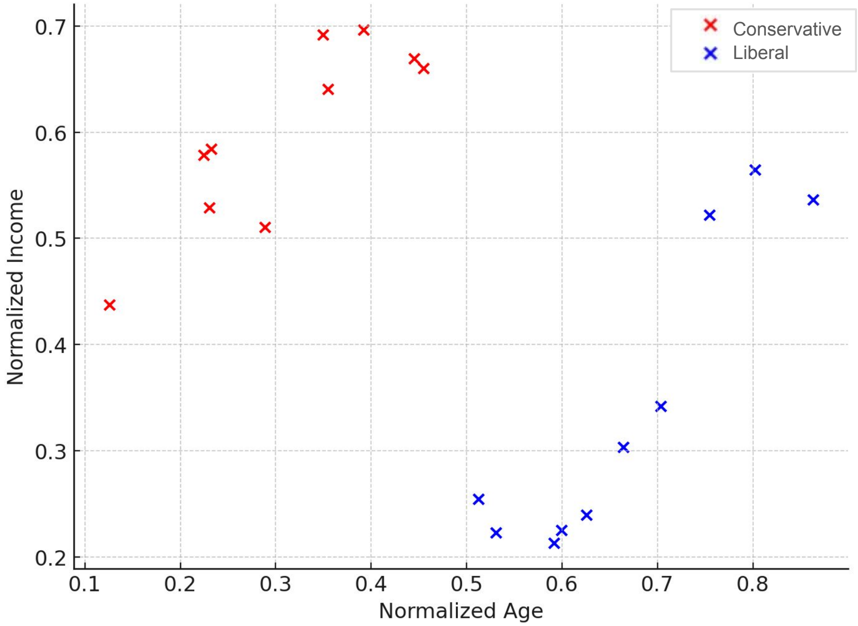


ALGORITMO DE ENTRENAMIENTO DEL PERCEPTRÓN SIMPLE

```
Initialize weights w to small random values
Initialize bias b to a small random value
Set learning rate η

for a fixed number of epochs:
    For each training example μ in the dataset:
        1. Calculate the weighted sum:
           hμ = w1 * xμ1 + w2 * xμ2 + ... + wn * xμn + b

        2. Compute activation given by θ:
           O(hμ) = θ(hμ) = 1 if hμ > 0 else 0

        3. Update the weights and bias:
           For each weight wi:
               wi = wi + η * (y - output) * xμi
           Update bias:
               b = b + η * (y - output)

        4. Calculate perceptron error:
           error = f(xμ1, xμ2, ..., xμn)
           convergence = True if error < ε else False
           if convergence: break

End
```

Ejercicio: ¿por qué inicializar w a valores random pequeños y no dejarlos en cero?

AGREGAR EL UMBRAL/BIAS



x0	Age	Income	Party
1.0	0.445	0.669	1.0
1.0	0.349	0.692	1.0
1.0	0.232	0.585	1.0
1.0	0.125	0.438	1.0
1.0	0.224	0.579	1.0
1.0	0.23	0.529	1.0
1.0	0.392	0.696	1.0
1.0	0.355	0.641	1.0
1.0	0.455	0.66	1.0
1.0	0.289	0.51	1.0
1.0	0.513	0.255	-1.0
1.0	0.755	0.522	-1.0
1.0	0.626	0.24	-1.0
1.0	0.703	0.342	-1.0
1.0	0.863	0.536	-1.0
1.0	0.6	0.225	-1.0
1.0	0.664	0.303	-1.0
1.0	0.802	0.565	-1.0
1.0	0.592	0.213	-1.0
1.0	0.531	0.223	-1.0

ALGORITMO DE ENTRENAMIENTO DEL PERCEPTRÓN SIMPLE

```
Initialize weights w to small random values
Set learning rate η

for a fixed number of epochs:
    For each training example μ in the dataset:
        1. Calculate the weighted sum:
           hμ = w0 * xμ0 + w1 * xμ1 + w2 * xμ2 + ... + wn * xμn

        2. Compute activation given by θ:
           O(hμ) = θ(hμ) = 1 if hμ > 0 else 0

        3. Update the weights and bias:
           For each weight wi:
               wi = wi + η * (y - output) * xμi

        4. Calculate perceptron error:
           error = f(xμ1, xμ2, ..., xμn)
           convergence = True if error < ε else False
           if convergence: break

End
```

Calcular el error del perceptrón

Distintas formas:

- La suma del valor absoluto de los errores devuelve cero
- Accuracy es del 100% (para problemas de **clasificación**)
- …

¿PARA QUÉ NOS SIRVE ESTA HERRAMIENTA?

Aprendizaje

Refiere al proceso de entrenar un **perceptrón** sobre un conjunto de datos, con el objetivo de minimizar el error o la función de costo de la red sobre las entradas del conjunto de datos.

Generalización

Refiere a la habilidad del **perceptrón** de desempeñarse correctamente sobre datos que no fueron alimentados durante el entrenamiento

RESUMEN

- McCulloch y Pitts sientan las bases del modelo de neurona que se utiliza en el área de redes neuronales. Este modelo se denomina **Perceptrón**.

- El modelo de McCulloch y Pitts permite resolver problemas linealmente separables.

- Rosenblatt provee el mecanismo que permite obtener los pesos del perceptrón de manera iterativa

- No es lo mismo aprendizaje que generalización

BIBLIOGRAFÍA

Rodrigo Ramele (2024) ***Reglamento y Apuntes de Sistemas de Inteligencia Artificial***, Capítulo 6.

McCulloch, W.S., Pitts, W. ***A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity***. Bulletin of Mathematical Biophysics 5, 115–133 (1943). https://doi.org/10.1007/BF02478259

Rosenblatt, F. (1958). ***The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain***. Psychological Review, 65(6), 386–408. https://doi.org/10.1037/h0042519

Łukasz Gebel (2021), ***Why We Need Bias in Neural Networks***. https://towardsdatascience.com/why-we-need-bias-in-neural-networks-db8f7e07cb98