Hoja de Trabajo 6 Interpolacion Polinomial

Sergio Vasquez, *Ing. Mecatronica,* Métodos , *Sección, 40*

***Index Terms*—IEEE, IEEEtran, journal, LATEX, paper, template.**

I. Introducción

Resuelva los siguientes problemas con las herramientas vistas en clase. En su reporte debe incluir las tablas generadas y la respuesta a cada inciso. No olvide subir la hoja de cálculo o el código fuente en Python.

September 19, 2023

II. Problemas

1) Problema 1: Utilice un polinomio interpolante de Lagrange de grado 5 para aproximar el valor de . Para ello, genere puntos conocidos con la función $y = sin(x)$, siempre que $x =$. Luego, sabiendo que su polinomio (denotado como $f(x)$) es una aproximación de la función seno, utilice alguno de los métodos de obtención de raíces visto al inicio del curso, para resolver la ecuación $f(x) = 0$ (como sugerencia, utilice el método de bisección). Una de las soluciones debería ser próxima a .

A este tipo de interpolaciones se les llama inversas, y tienen como objetivo encontrar los valores de x de una función, en lugar de los valores y, sin alterar la dependencia de las variables.

x == pi	y	Y AJUSTADA
3	0.14112001	0.141120008
4	-0.7568025	-0.7568025
3.1	0.04158066	0.041580662
4.5	-0.97753012	-0.97753012
5.5	-0.70554033	-0.70554033
6	-0.2794155	-0.2794155

Tabla I: Valores Ingresados para Excel

Se iniciaron con estos valores cercanos a Pi en el excel a manera de encontrar los puntos que colocaremos en el programa de Python,

A	-0.00270947
B	0.02467701
C	0.142819318
D	-1.97194291
E	5.418983181
F	-3.56490127

Tabla II: Valores obtenidos de Excel

Al obtener los valores anteriores se puede obserar la sigiente grafica en la que se ve como los numeros iniciales van aproximando a 3.1416,

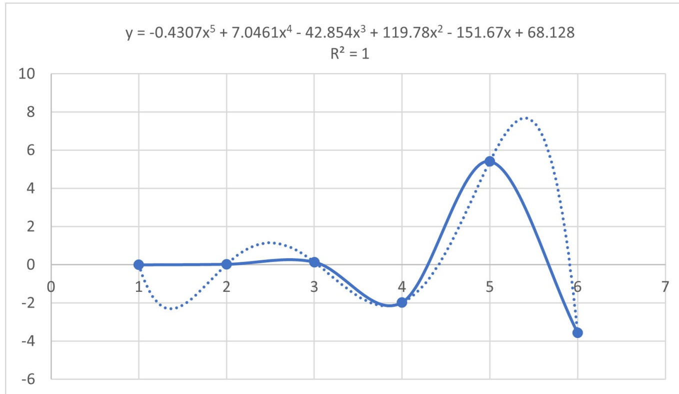

Figura 1: Grafica del Problema 1

Ahora utilizando el programa que utilizamos en modulos del curso anteriores, de Bisección, alteramos un poco el codigo a manera de que el programa no reciba una funcion, sino que ya la tenga, formandose por medio de la tabla entre los numeros aleatorios escogidos en un principio y los obtenidos en el excel, para aproximar al valor de Pi.

i —— xi —— xs —— xr —— ea
0 3.0000 4.0000 3.5000 0.0
1 3.0000 3.5000 3.2500 7.14
2 3.0000 3.2500 3.1250 3.84
3 3.1250 3.2500 3.1875 2.0
4 3.1250 3.1875 3.1562 0.98
5 3.1250 3.1562 3.1406 0.49
6 3.1406 3.1562 3.1484 0.24
7 3.1406 3.1484 3.1445 0.12
8 3.1406 3.1445 3.1426 0.06
9 3.1406 3.1426 3.1416 0.03
10 3.1406 3.1416 3.1411 0.01
11 3.1411 3.1416 3.1414 0.00
12 3.1414 3.1416 3.1415 0.00
13 3.1415 3.1416 3.1415 0.00
14 3.1415 3.1416 3.1416 0.00
15 3.1415 3.1416 3.1416 0.00
16 3.1415 3.1416 3.1415 0.00
17 3.1415 3.1415 3.1415 0.00
18 3.1415 3.1415 3.1415 0.00
19 3.1415 3.1415 3.1415 0.00

Tabla III: Resultados de Python Problema 1

Y como se puede observaral final, los valores de x son aproximadamente **3.1416**, para realizar esto en busqueda de otro tipo de numeros, debemos de iniciar con los numeros aleatorios del principios más cercanos al numero que estamos buscando.

2) Problema 2: Utilice un polinomio interpolante de Lagrange y trazadores cúbicos para obtener el valor de y(8).

Compare sus resultados y determine cuál es el más confiable. En su reporte incluya las gráficas de ambas interpolaciones en el mismo sistema de coordenadas.

X	0	1	2	5.5	11	13	16	18
Y	0.5	3.134	5.3	9.9	10.2	9.35	7.2	6.2

A	-2.8953E-06
B	0.00017642
C	-0.00418103
D	0.04865052
E	-0.28843224
F	0.80217195
G	0.33161726
H	0.12

Tabla IV: Metodo de Excel Trazadores Cubicos

A	7.22E-07
B	-3.98E-05
C	8.30E-04
D	-8.15E-03
E	4.39E-02
F	-3.20E-01
G	2.92E+00
H	5.00E-01

Tabla V: Metodo de Lagrande en Python

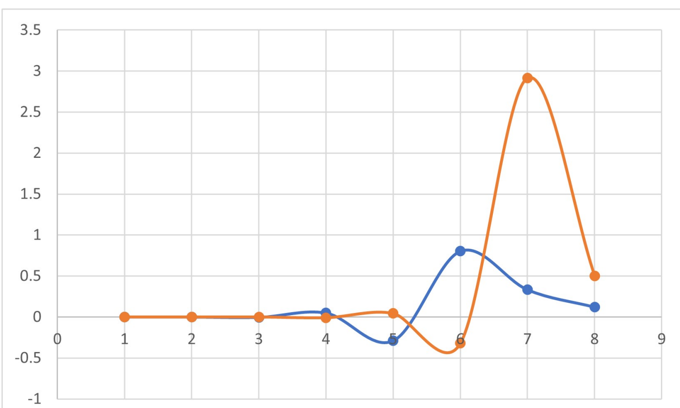

Figura 2: Combinacion de Ambos Metodos

3) Problema 3: enere una lista de pares de datos que cumplan con la función y = 1/x, donde x = 2, 3, 4, 5, 6, 7. Luego, utilice interpolación inversa con trazadores cúbicos para obtener el valor de x tal que f (x) = 0.23. Como sugerencia, utilice el método de bisección implementado en Python en el primer módulo del curso, y modifíquelo para que tome como entrada la función generada por los trazadores (con alguna modificación adicional). Obtenga el porcentaje de error entre su valor obtenido y el valor real al hacer el despeje. (Nota: es posible utilizar también el Método de Newton-Raphson, considerando que en clase se vio cómo obtener las derivadas de los trazadores).

Se ingresaron los datos del problema en Excel para obtener los siguientes puntos para luego ingresarlos, con los valores iniciales de x, al programa de python para obtener el resultado de x,

x	y	Y AJUSTADA
2	0.5	0.5
3	0.33333333	0.333333333
4	0.25	0.25
5	0.2	0.2
6	0.16666667	0.166666667
7	0.14285714	0.142857143

Tabla VI: Valores del Problema en Excel

A	-0.00019841
B	0.00535714
C	-0.05853175
D	0.33035714
E	-1.01269841
F	1.59285714

Tabla VII: Tabla Generada de Excel

i ——	xi ——	xs ——	xr ——	ea
0	0.0000	3.0000	1.5000	0.0000
1	1.5000	3.0000	2.2500	50.000
2	1.5000	2.2500	1.8750	16.667
3	1.8750	2.2500	2.0625	10.000
4	1.8750	2.0625	1.9688	4.5455
5	1.9688	2.0625	2.0156	2.3810
6	1.9688	2.0156	1.9922	1.1628
7	1.9922	2.0156	2.0039	0.5882
8	1.9922	2.0039	1.9980	0.2924
9	1.9980	2.0039	2.0010	0.1466
10	1.9980	2.0010	1.9995	0.0732
11	1.9995	2.0010	2.0002	0.0366
12	1.9995	2.0002	1.9999	0.0183
13	1.9999	2.0002	2.0001	0.0092
14	2.0001	2.0002	2.0002	0.0046
15	2.0001	2.0002	2.0001	0.0023
16	2.0001	2.0001	2.0001	0.0011
17	2.0001	2.0001	2.0001	0.0006
18	2.0001	2.0001	2.0001	0.0003
19	2.0001	2.0001	2.0001	0.0001

Tabla VIII

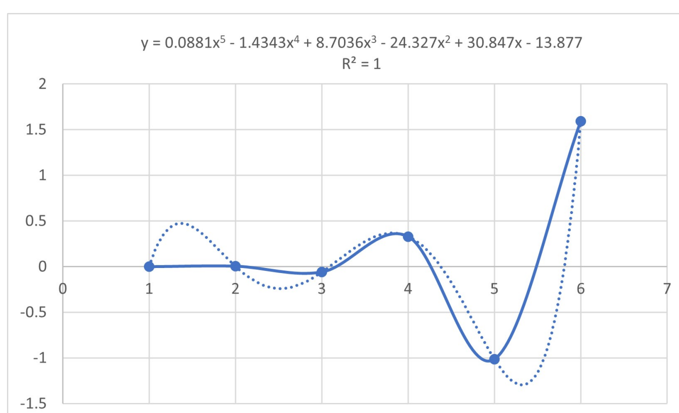

Figura 3: Grafica de los Trazadores Cubicos - Valores de Excel

Como se puede obserar el valor de X aproximadamente 2 y este depende de donde estemos tomando nuestos puntos o la parte de la grafica a evaluar ya que puede ser cualquie multiplo de 2 y la funcion evaluada en 0.23, segun el programa es **-56.553692262533644**.

4) Problema 4: Genere una lista de pares de datos que cumplan con la función y = x2/(1 + x2), donde x = 0, 1, 2, 3, 4, 5. Obtenga, de forma analítica, el valor de x tal que f (x) = 0.85. Luego, realice las siguientes interpolaciones:

a) De Lagrange con los datos x vs y (es decir, cambiando cuál es la variable independiente)
b) Con trazadores cúbicos con los datos x vs y
c) De Lagrange sin alterar las variables
d) Con trazadores cúbicos sin alterar las variables

Luego, con cada interpolación, vuelva a calcular el valor de x tal que f (x) = 0.85. Note que para los incisos a y b, es necesario despejar, usando un método numérico visto anteriormente en clase, por tratarse de interpolaciones inversas. Se sugiere utilizar el método de bisección. Finalmente, calcule el porcentaje de error de cada aproximación comparado con el valor obtenido analíticamente. En su reporte incluya, en un mismo sistema de coordenadas, las gráficas de las interpolaciones a y b, y en otro sistema, las gráficas de las interpolaciones c y d.

$$y(1 + x^2) = x^2 \tag{1}$$

Ahora, despejamos x:

$$yx^2 + y = x^2 \tag{2}$$

Restamos yx^2 de ambos lados:

$$y - yx^2 = x^2 - yx^2 \tag{3}$$

Factorizamos x^2 en el lado derecho:

$$y(1 - x^2) = x^2(1 - y) \tag{4}$$

Finalmente, despejamos x:

$$x^2 = \frac{x^2(1 - y)}{y(1 - x^2)} \tag{5}$$

Dividimos ambos lados por $\frac{x^2(1-y)}{y(1-x^2)}$:

$$x^2 = \frac{x^2(1 - y)}{y(1 - x^2)} \tag{6}$$

Entonces,

$$x = \sqrt{\frac{x^2(1 - y)}{y(1 - x^2)}} \tag{7}$$

Utilizando el programa de Python de LAGRANGE con los valores de la variable dependiente alterada se obtuvo que f(0.85) es igual a **-0.054510898437504285** y utilizando la variable dependiente de siempre se obtuvo que f(0.85) es igual a **0.044287991923994054**.

x	y	Y AJUSTADA
0	0	0
1	0.5	0.5
2	0.8	0.8
3	0.9	0.9
4	0.94117647	0.941176471
5	0.96153846	0.961538462

Tabla IX: Valores Ingresados a Excel del Problema 4

A	-0.0020362
B	0.02624434
C	-0.10656109
D	0.06651584
E	0.5158371
F	0

Tabla X: Resultados de Excel para Ingresar en Python

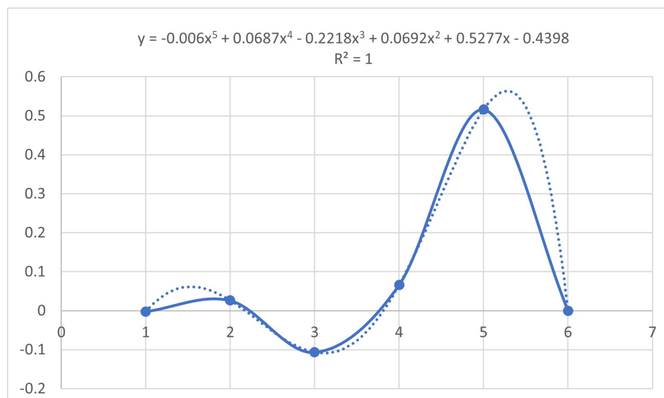

Figura 4: Grafica con la variable dependiente alterada

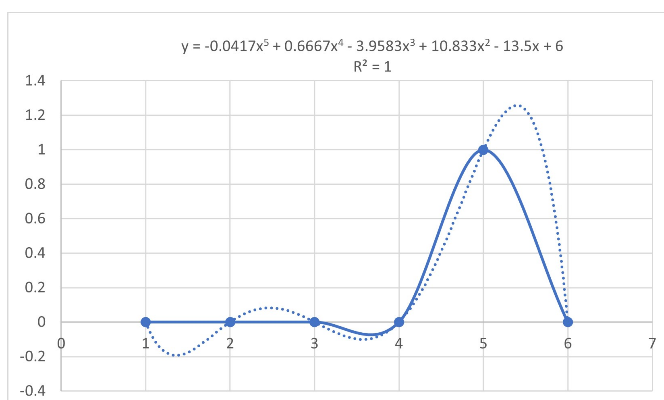

Figura 5: Grafica con la variable dependiente normal

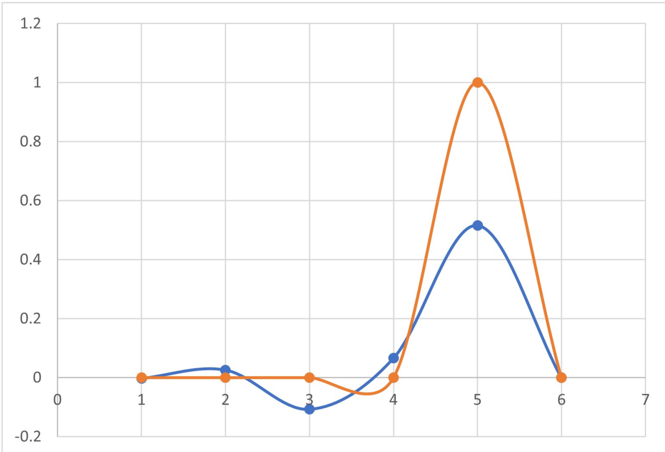

Figura 6: Grafica con ambas variables dependientes

i	xi	xs	xr	ea
0	0.0000	3.0000	1.5000	0.0000
1	1.5000	3.0000	2.2500	50.000
2	2.2500	3.0000	2.6250	16.667
3	2.6250	3.0000	2.8125	7.1429
4	2.8125	3.0000	2.9062	3.3333
5	2.8125	2.9062	2.8594	1.6129
6	2.8125	2.8594	2.8359	0.8197
7	2.8125	2.8359	2.8242	0.4132
8	2.8125	2.8242	2.8184	0.2075
9	2.8125	2.8184	2.8154	0.1040
10	2.8125	2.8154	2.8140	0.0520
11	2.8125	2.8140	2.8132	0.0260
12	2.8125	2.8132	2.8129	0.0130
13	2.8129	2.8132	2.8130	0.0065
14	2.8129	2.8130	2.8130	0.0033
15	2.8130	2.8130	2.8130	0.0016
16	2.8130	2.8130	2.8130	0.0008
17	2.8130	2.8130	2.8130	0.0004
18	2.8130	2.8130	2.8130	0.0002
19	2.8130	2.8130	2.8130	0.0001

Tabla XI: Metodo de Biseccion con la variable dependiente normal

La tabla anterior es la tabla resultante, utilizando el metodo de Biseccion para la variable dependiente normal, teniendo de igual forma f(0.85) por el mismo metodo igual a **0.044287991923994054**.

PROGRAMAS Y ARCHIVOS UTILIZADOS EN PYTHON Y EXCEL
'CLICK AQUI'

i	xi	xs	xr	ea
0	0.0000	3.0000	1.5000	0.0000
1	1.5000	3.0000	2.2500	50.000
2	1.5000	2.2500	1.8750	16.667
3	1.8750	2.2500	2.0625	10.000
4	1.8750	2.0625	1.9688	4.5455
5	1.9688	2.0625	2.0156	2.3810
6	1.9688	2.0156	1.9922	1.1628
7	1.9922	2.0156	2.0039	0.5882
8	1.9922	2.0039	1.9980	0.2924
9	1.9980	2.0039	2.0010	0.1466
10	1.9980	2.0010	1.9995	0.0732
11	1.9995	2.0010	2.0002	0.0366
12	1.9995	2.0002	1.9999	0.0183
13	1.9999	2.0002	2.0001	0.0092
14	1.9999	2.0001	2.0000	0.0046
15	2.0000	2.0001	2.0000	0.0023
16	2.0000	2.0000	2.0000	0.0011
17	2.0000	2.0000	2.0000	0.0006
18	2.0000	2.0000	2.0000	0.0003
19	2.0000	2.0000	2.0000	0.0001

Tabla XII: Metodo de Biseccion con la variable dependiente cambiada

La tabla anterior es la tabla resultante, utilizando el metodo de Biseccion para la variable dependiente normal, teniendo de igual forma f(0.85) por el mismo metodo igual a **-0.054510898437504285**.