Hoja de Trabajo 7 Diferenciacion Numerica

Sergio Vasquez, *Ing. Mecatronica,* Métodos , *Sección, 40*

***Index Terms*—IEEE, IEEEtran, journal, LATEX, paper, template.**

I. Introducción

Resuelva los siguientes problemas con las herramientas vistas en clase. En su reporte debe incluir las tablas generadas y la respuesta a cada inciso. No olvide subir la hoja de cálculo o el código fuente en Python.

September 16, 2023

II. Problemas

1) Problema 1: Utilice las fórmulas de diferenciación numérica de alta precisión (con error de orden $(O(h^4)$ para determinar los extremos locales, puntos de inflexión, intervalos de crecimiento y decrecimiento e intervalos de concavidad de la función.

$$f(x)x^2cosx$$

en el intervalo $[-3\pi/2, 3\pi/2]$

Utilizando el programa realizado en clase de Diferenciación Numerica se realizó la siguiente grafica donde se muestran las 2 derivadas de la función anterior.

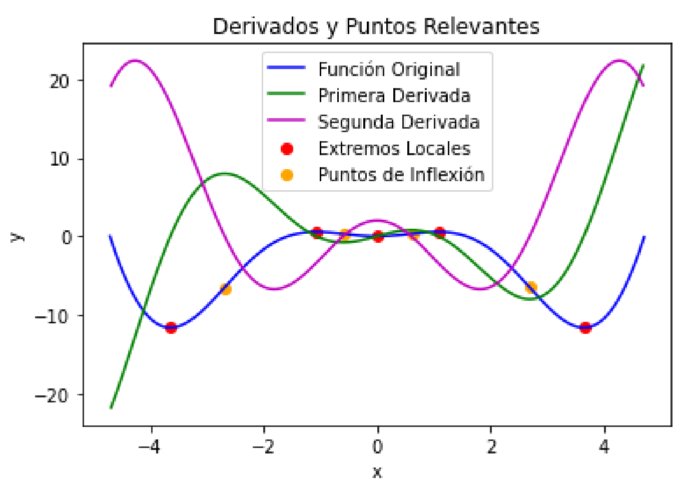


Figura 1: Grafica de Diferenciación Numerica con Oh^4

Por medio de la grafia anterior, se realizó un cambio en el programa donde se marco los **Puntos de Inflexión y Extremos Locales** y a cotinuación se mostraron numericamente y de igual forma los **Intervalos de Crecimiento y Decrecimiento**.

Intervalos de Extremos Locales:

$(-3.6324, -11.6372)$,
$(-1.0624, 0.5497)$,
$(0.0176, 0.0000)$,
$(1.0876, 0.5496)$,
$(3.6576, -11.6375)$

Intervalos de Puntos de Inflexión:

$(-2.6724, -6.5298)$,
$(-0.5824, 0.2990)$,
$(0.6176, 0.2952)$,
$(2.7076, -6.4916)$

Intervalos de Intervalos de Crecimiento:

$(-3.6524, -3.6324)$,
$(-0.0024, 0.0176)$,
$(3.6376, 3.6576)$

Intervalos de Intervalos de Decrecimiento:

$(-1.0824, -1.0624)$,
$(1.0676, 1.0876)$

2) Problema 2: La posición de un objeto está descrita por los datos de la siguiente tabla:

t[s]	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
x(t)	0	34.7	61.8	82.8	99.2	112.0	121.9	129.7	135.7	140.4

Utilice diferenciación numérica para obtener los gráficos de la velocidad y la aceleración en función del tiempo. Luego, calcule la velocidad y la aceleración en t = 20 s.

Teniendo las grafica anterior, ahora evaluamos con t = 20 en las funciones de Velocidad (Primera Derivada), Aceleracion (Segunda Derivada) y se obtuvieron los siguientes datos,

a) 1era Derivada o Velocidad evaluada en 20 = 2.2124
b) 2da Derivada o Aceleracion evaluada en 20 = -0.1312

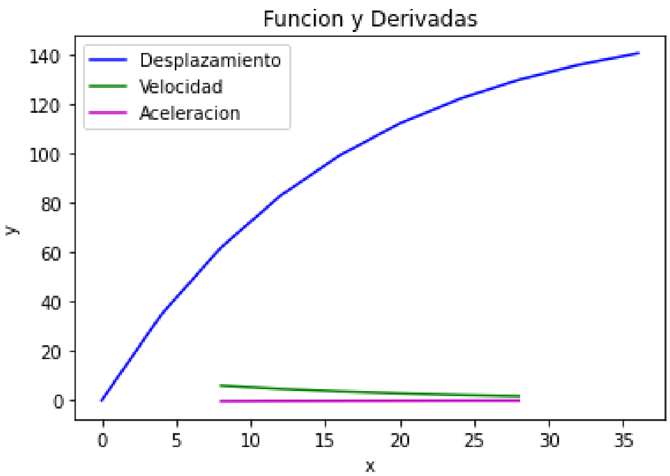


Figura 2: Grafica de Diferenciación Numerica

x	1	1.5	1.6	2.5	3.5
y	0.6767	0.3734	0.3261	0.08422	0.01596

3) Problema 3: Los datos de la tabla que se presenta a continuación no están regularmente espaciados. Utilice algún método de interpolación visto en clase que le permita calcular la primera y segunda derivadas. Obtenga esos gráficos

Por medio de nuestra programacion de Trazadores de Interpolacion se obtuvieron las sigientes graficas con los datos de la Tabla anterior,

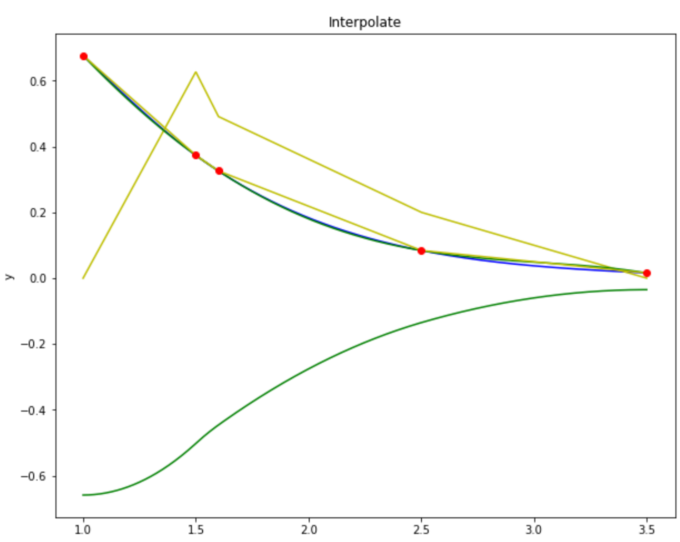
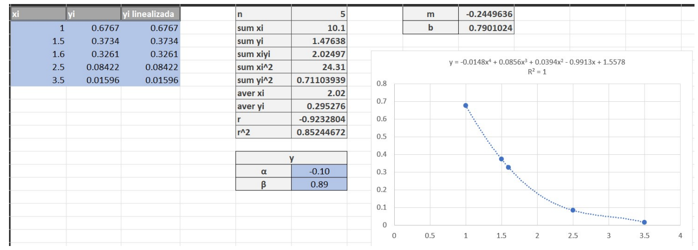


Figura 3: Grafica de Trazadores de Interpolacion

4) Problema 4: Los datos descritos en el inciso anterior siguen una tendencia de la forma $f(x) =^{\beta \quad x}$. Haga una linealización de esta expresión y obtenga una regresión de mínimos cuadrados para estimar los valores de y . Luego, derive la expresión de forma analítica y compare sus resultados con los que obtuvo de la interpolación del inciso anterior. Para ello, obtenga $f(1.6) y f(1.6)$ con ambos métodos y calcule el porcentaje de error.



xi	yi	yi linealizada
1	0.6767	0.6767
1.5	0.3734	0.3734
1.6	0.3261	0.3261
2.5	0.08422	0.08422
3.5	0.01596	0.01596

n	5
sum xi	10.1
sum yi	1.47638
sum xiyi	2.02497
sum xi^2	24.31
sum yi^2	0.71103939
aver xi	2.02
aver yi	0.295276
r	-0.9232804
r^2	0.85244672

y	
α	-0.10
β	0.89

m	-0.2449636
b	0.7901024

Figura 4: Calculo de Alfa y Beta con Excel

Ya teniendo Alfa y Beta podemos obtener las derivadas de la Ecuación $f(x) = xe^{\beta x}$

Cálculo de las derivadas en $x = 1.6$:

Para la primera derivada $f'(x)$:

$$f'(1.6) = -0.10e^{0.89 \cdot 1.6} - 0.089 \cdot 1.6e^{0.89 \cdot 1.6}$$

Para la segunda derivada $f''(x)$:

$$f''(1.6) = -0.07921e^{0.89 \cdot 1.6} - 0.089e^{0.89 \cdot 1.6} - 0.07921 \cdot 1.6e^{0.89 \cdot 1.6}$$

Calculando los valores numéricos:

Para la primera derivada $f'(1.6)$:

$$f'(1.6) \approx -0.049769 - 0.093905 \approx -0.143674$$

Para la segunda derivada $f''(1.6)$:

$$f''(1.6) \approx -0.043295 - 0.080069 - 0.133136 \approx -0.2565$$

Y pormedio del programa obtuvimos que las derivadas sustituyendo x = 1.6 eran,
Primera derivada en x = 1.6: **-0.446172889710919**
Segunda derivada en x = 1.6: **0.4912834525277424**

Cálculo del factor de error entre los pares de datos:

Para el primer par de datos (-0.143674 y 0.446172):

$$\text{Factor de error} = \frac{-0.143674 - 0.446172}{-0.143674} \approx \mathbf{2.10}$$

Para el segundo par de datos (-0.2565 y 0.491283):

$$\text{Factor de error} = \frac{-0.2565 - 0.491283}{-0.2565} \approx \mathbf{0.914}$$

5) Problema 5: La ley de viscosidad de Newton está dada por la expresión:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

en donde τ es el esfuerzo cortante en N/m^2, v es la velocidad en m/s, y es la distancia medida desde la superficie (en m) y es la viscosidad dinámica en Ns/m^2. Encuentre el esfuerzo cortante cuando $y = 0.012$ usando los datos de la tabla y sabiendo que $\mu = 18 \mu Ns/m^2$.

y[m]	0	0.006	0.012	0.018	0.024
v[m/s]	0	0.899	1.915	3.048	4.299

Utilizando los valores de la Tabla, se encontro el esfuerzo por medio de la 1era y 2da Derivada de la Ley de Viscosidad de Newton los cuales resultaron,

Valor de la primera derivada en el índice 0.012:	**179.0833**
Valor de la segunda derivada en el índice 0.012:	**3249.9999**

Para obtener la primera y segunda derivada de la ecuación $\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy}$ y evaluarla en $y = 0.012$ dada una constante $\mu = 18\,\mu\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}$, seguimos los siguientes pasos:

Primero, calculamos la primera derivada $\frac{dv}{dy}$:

$$\frac{d\tau}{dy} = \mu \cdot \frac{d^2v}{dy^2}$$

Luego, calculamos la segunda derivada $\frac{d^2v}{dy^2}$:

$$\frac{d^2v}{dy^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{d\tau}{dy}$$

Ahora, evaluamos $\frac{d\tau}{dy}$ en $y = 0.012$ y luego calculamos $\frac{d^2v}{dy^2}$:

$$\left.\frac{d\tau}{dy}\right|_{y=0.012} = \mu \cdot \left.\frac{dv}{dy}\right|_{y=0.012}$$

Sustituimos el valor de $\mu = 18\,\mu\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}$:

$$\left.\frac{d\tau}{dy}\right|_{y=0.012} = 18 \cdot \left.\frac{dv}{dy}\right|_{y=0.012}$$

Finalmente, calculamos $\frac{d^2v}{dy^2}$ usando $\left.\frac{d\tau}{dy}\right|_{y=0.012}$:

$$\left.\frac{d^2v}{dy^2}\right|_{y=0.012} = \frac{1}{18} \cdot \left.\frac{d\tau}{dy}\right|_{y=0.012}$$

PROGRAMAS Y ARCHIVOS UTILIZADOS
EN PYTHON Y EXCEL
'CLICK AQUI'