

# Proyecto #4

Sergio Vasquez y Frank Martinez, *Ing. Mecatronica, Métodos Numericos, Sección, 40*

## I. INTRODUCCIÓN

El presente proyecto se desarrollará en parejas, preferiblemente de las mismas carreras o afines. En él, usted y su equipo trabajarán una simulación de un modelo físico con ecuaciones diferenciales aplicando el método de Runge-Kutta de orden 4 y cualquiera de los métodos de Runge-Kutta de orden 2.

Noviembre, 2023

## II. SISTEMA DE ECUACIONES DE 3x3

Para este proyecto se nos dio un modelo físico que se resuelve para las corrientes con un sistema de ecuaciones diferenciales de 3x3, las cuales se resolvieron obteniendo el comportamiento desde el tiempo 0 a 10 segundos implementando el método de Runge-Kutta y Punto Medio. Para esto se nos dieron las ecuaciones diferenciales y el siguiente modelo de esquemático.

$$\begin{aligned} i_1' &= -\frac{R_2}{L_1}i_2 - \frac{R_3}{L_1}i_3 - \frac{1}{L_1}i_1 \\ i_2' &= -\left(\frac{R_2}{L_2} + \frac{R_2}{L_1}\right)i_2 + \frac{R_1}{L_2} - \frac{R_d}{L_2}i_2 \\ i_3' &= \frac{R_1}{L_3} - \frac{R_2}{L_1}i_2 - \left(\frac{R_1}{L_3} + \frac{R_3}{L_1} + \frac{R_d}{L_3}\right)i_3 \end{aligned}$$

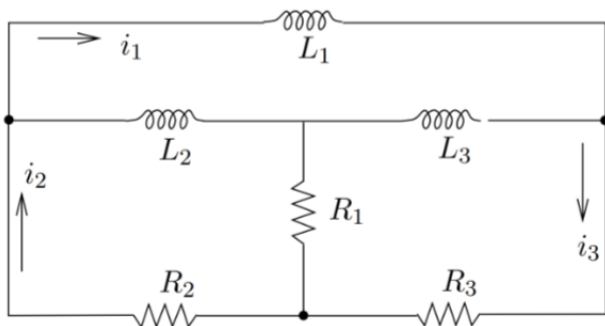


Figura 1: Circuito RL de tres mallas

La figura 2 es el circuito simulado en Multisim, el propósito de este fue de probar diferentes valores de R y L. Es importante la simulación y pruebas para que el circuito funcione correctamente o fallen los Métodos.

Para empezar se definieron los valores iniciales de las corrientes y los valores iniciales solicitados para este proyecto.

- $i_1 = 0$  Amperio
- $i_2 = 1$  Amperio
- $i_3 = 0$  Amperio

Seguido de los valores para nuestras constantes de resistencia e inductores.

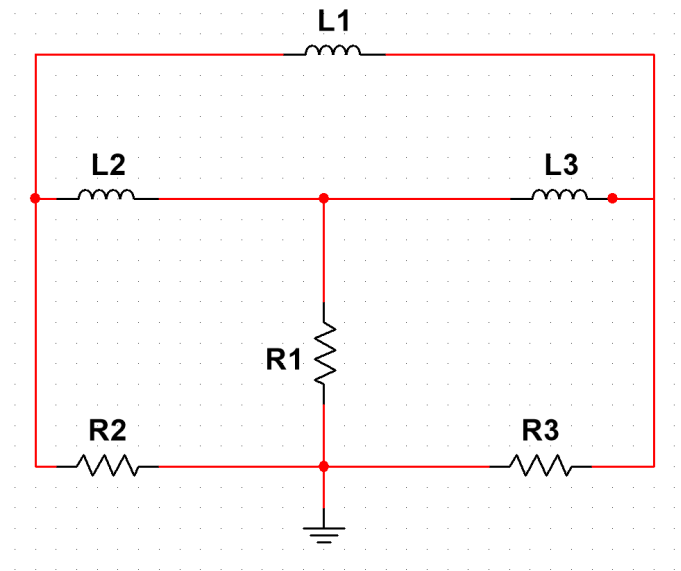


Figura 2: Simulación de Circuito en Multisim

- $R_1 = 1$  Ohm
- $R_2 = 2$  Ohm
- $R_3 = 3$  Ohm
- $L_1 = 1$  Henrios
- $L_2 = 2$  Henrios
- $L_3 = 3$  Henrios

Se obtuvo la gráfica real únicamente para poder comparar los resultados de las gráficas que se fueran a obtener por medio de los métodos de Runge-Kutta y Punto medio y se visualiza de la siguiente manera.

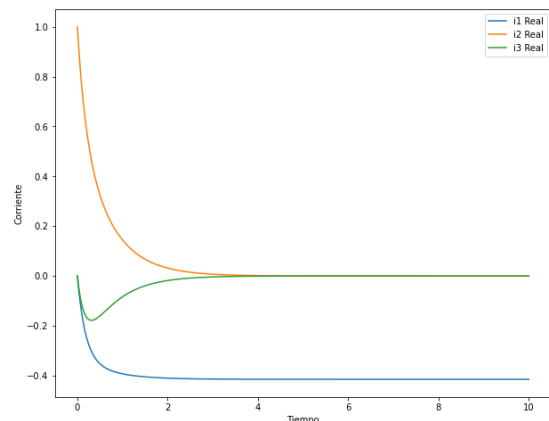


Figura 3: Corrientes reales

Para resumir la explicación de la implementación del código, simplemente se agregaron 3 funciones en vez de solo una, se realizaron cálculos de 3 constantes  $K_1$ ,  $K_2$  y  $K_3$  de manera simultánea ya que cada ecuación diferencial tiene sus propios valores de  $K$ . Siempre implementando la forma en la que trabajan estos métodos como se aprendió en clase. Esto se realizó para los 2 métodos y se obtuvieron los siguientes resultados de una simulación de este tipo de circuito.

Iniciando con el Método de Punto Medio o Runge-Kutta Orden 2 representado en la figura 4.

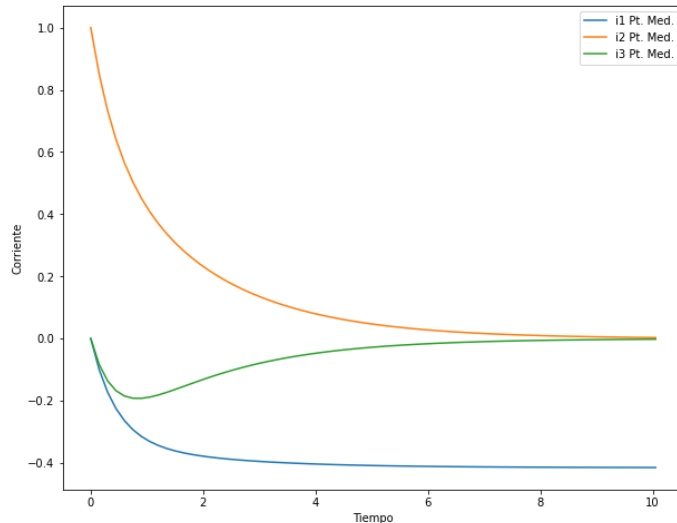


Figura 4: Método de Punto Medio o Runge-Kutta orden 2

y comparandolo con la grafica de las reales se ve de la siguiente manera en la figura 5.

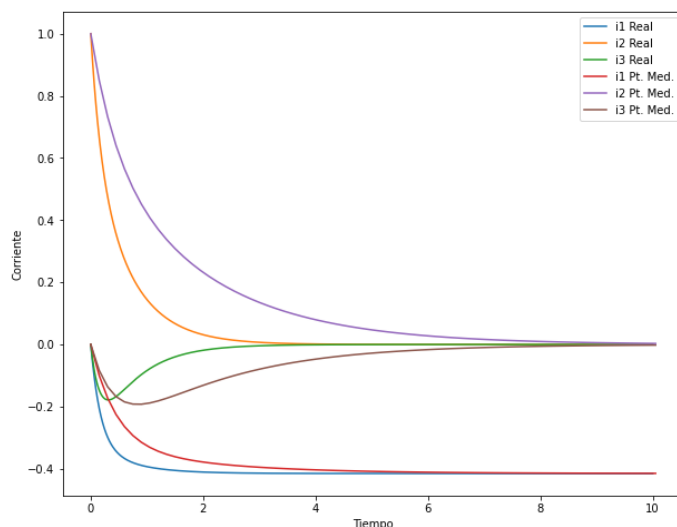


Figura 5: Punto Medio y Real

Seguido, el Método de Runge-Kutta de Orden 4...

y comparandolo con la grafica de las reales se ve de la

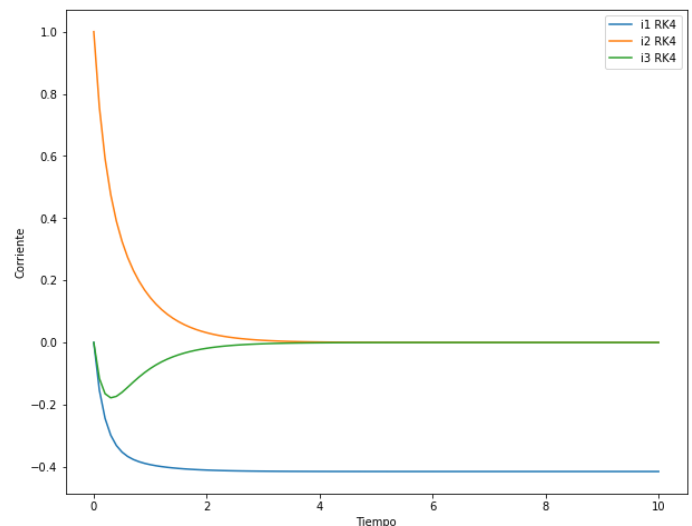


Figura 6: Método de Runge-Kutta Orden 4

siguiente manera en la figura 7.

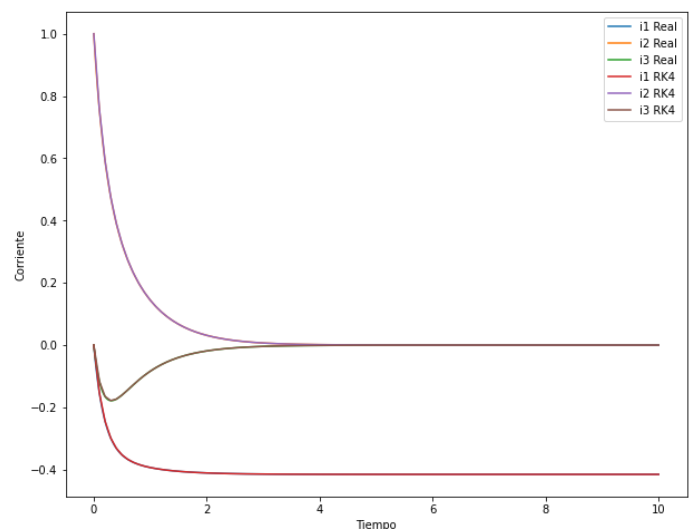


Figura 7: Runge-Kutta y Real

### III. DISCUSIÓN

Primero se obtuvo la gráfica de los reales para las corrientes, en este caso serán  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ . Se puede observar en la figura 3 de que como este es un circuito RL y no se tiene una fuente de poder, asumiendo condiciones iniciales, los valores de las corrientes van disminuyendo conforme el tiempo. Esto en términos de nuestro circuito podemos decir de que el se están descargando. Esto ya que las mallas empiezan con una carga y como no se le agrega voltaje al circuito, se va disipando la carga acumulada que se tenía con las condiciones iniciales.

Como se pueden observar en las Figuras 5 el método de Punto Medio se encuentra casi al igual que los valores reales por lo que podemos decir que funciona de manera correcta, únicamente que no es 100% exacto y esto se podría resolver utilizando un valor de  $h$  más pequeño en nuestro código. Por

otro lado, en la Figura 7 podemos observar como el Metodo de Runge-Kutta de Orden 4 es tan exacto que ni se pueden observar las graficas reales. Por lo que podemos concluir que el método de Runge-Kutta de Orden 4 es el más exacto sin necesidad de una  $h$  considerablemente pequeña y mejor para simulación, en este caso, de este tipo de situaciones en circuitos.

En general, se lograron los objetivos principales del proyecto, obteniendo resultados precisos utilizando técnicas de RK4 y RK de orden 2 o Punto Medio. Se pudo obtener los valores de las corrientes en el tiempo final. Sin embargo, se recomienda verificar correctamente los valores ingresados y si se puede simular el circuito y tener en cuenta la tolerancia del programa y la precisión propia ya que en un principio con unos valores de resistencia e inductores que se colocaron no funcionaban los metodos ni la grafica de la Real.

#### IV. CONCLUSIONES

- 1) Se cumplieron los objetivos principales, ya que se utilizo método de Runge-Kutta de Orden 4 y Runge-Kutta de orden 2 o Punto Medio, tuvieron un comportamiento identico y arroximado a la real.
- 2) En nuestro caso como no hay una fuente de voltaje las graficas muestran una descarga de las corrientes del circuito ya que no cuenta con una fuente de alimentación solo con condiciones iniciales de corriente.
- 3) El Método de Runge-Kutta de Orden 4 es la mejor opcion para una simulación de este tipo de circuito y el que se aproxima a la real a comparación con el Método de Punto Medio.

#### V. RECOMENDACIONES

- 1) Analizar previamente los valores de las constantes ya que estas dependen de qué tan coherentes sean para que los Métodos funcionen de manera correcta.
- 2) Para corroborar si el Método Funciona, es recomendable sacar la grafica de la Real
- 3) Entender bien el funcionamiento del circuito, para conocer, antes de graficar la real u obtener los metodos, como se verán graficados.

#### VI. REFERENCIAS

- 1) Hayt, W. H., Kemmerly, J. E., & Durbin, S. M. (2012). Analisis de circuitos en Ingeniería.
- 2) José Ortega, (2023). Universidad del Valle de Guatemala. Clase de Métodos Numéricos; Métodos de Runge-Kutta

#### VII. CÓDIGOS EN GITHUB



CLICK