Universidad Del Valle de Guatemala
Departamento de Matemática
Ecuaciones Diferenciales 1
Catedrático: José Pablo Ortega Grajeda
Auxiliares: Montserrat Gil Herrera y María Loarca Hass

Microproyecto 2
Modelo 2: Circuito RCL

Integrantes:
Sergio Alejandro Orellana Colindres – 221122
Nelson Eduardo García Bravatti – 22434
Rudy Estuardo Gregorio Ramírez – 22127

Sección:
60

Guatemala, 4 de septiembre de 2023

A. Introducción

El circuito RLC es un circuito electrónico que consiste en una resistencia (R), un inductor (L) y un capacitor (C), estos pueden estar conectados en serie o en paralelo, el circuito forma un oscilador armónico, dependiendo del valor de la resistencia este oscilará con un movimiento armónico amortiguado.

En el circuito la resistencia se encarga de disipar la energía en forma de calor, limita la corriente eléctrica que va fluyendo, esto evita daños en los componentes, el inductor ayuda a mantener una corriente estable a pesar de las fluctuaciones (Young & Freedman, 2013), este se opone al cambio de la corriente en el tiempo y el capacitor almacena energía potencial eléctrica y carga eléctrica, se opone a cambios rápidos en la tensión y ayuda a estabilizar el circuito al mantener una corriente constante (Alegsa, 2023). Cada uno de ellos ayuda a dar estabilidad y controlar la corriente de voltaje del circuito.

Como el circuito RLC tiene un MAS que varía de acuerdo con la resistencia se tendrán tres casos distintos: si la resistencia (R) es relativamente pequeña el circuito estará subamortiguado, o. Si R se incrementa, las oscilaciones cesan con más rapidez. Cuando R alcanza cierto valor, el circuito deja de oscilar; entonces, está críticamente amortiguado. Para valores aún mayores de R, el circuito está sobreamortiguado, y la carga del capacitor se acerca a cero aún más lentamente (Young & Freedman, 2013).

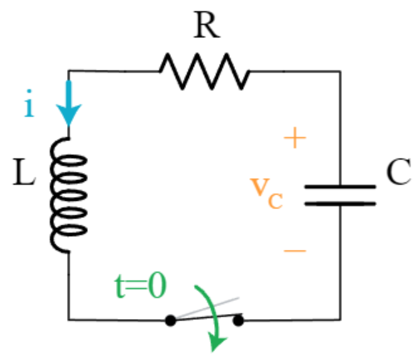
Además, el circuito se puede convertir en un oscilador forzado el cual se detendrá despúés de un tiempo, de por sí el circuito RLC es un oscilador amortiguado, sin embargo, al suministrarle energía que supla la que se perdió por fuerzas no conservativas, la amplitud de la oscilación se vuelve constante haciendo que el circuito tenga movimiento forzado (ehu.eus, 2003).

Finalmente, se verán para cada uno de los casos del circuito RLC la solución correspondiente y un problema con valores inicial para ver su comportamiento.

B. Deducción del modelo

Se tiene un circuito RLC:

Figura 1. Representación de un circuito RLC.



(McAllister, 2018)

Este es un circuito de segundo orden, entonces se tendrá una ecuación diferencial de segundo orden. El circuito tiene un resistor (R), un inductor (I) y un capacitor (C), habrá un voltaje E(t) que varía conforme al tiempo. *"La ley del voltaje de Kirchhoff establece que si recorres cualquier lazo en un circuito, los voltajes a través de sus elementos suman cero"* (McAllister, Una derivación formal de la respuesta natural del circuito RLC., 2018).

Entonces se puede expresar el circuito con los siguientes términos:

L: Inductancia

R: Resistencia

C: Capacitancia

q: Carga eléctrica

$E(t)$: Voltaje

$\frac{dq}{dt} = i$: Corriente

$V_R =$ Voltaje en el resistor

$V_L =$ Voltaje en el inductor

$V_C =$ Voltaje en el capacitor

$\omega_o =$ Frecuencia

Para el voltaje en cada elemento del circuito:

$$V_R = -iR$$

$$V_L = L\frac{di}{dt}$$

$$V_C = \frac{1}{C}\int -idt$$

Entonces por la ley de Kirchhoff:

$$+V_L - V_R - V_C = E(t)$$

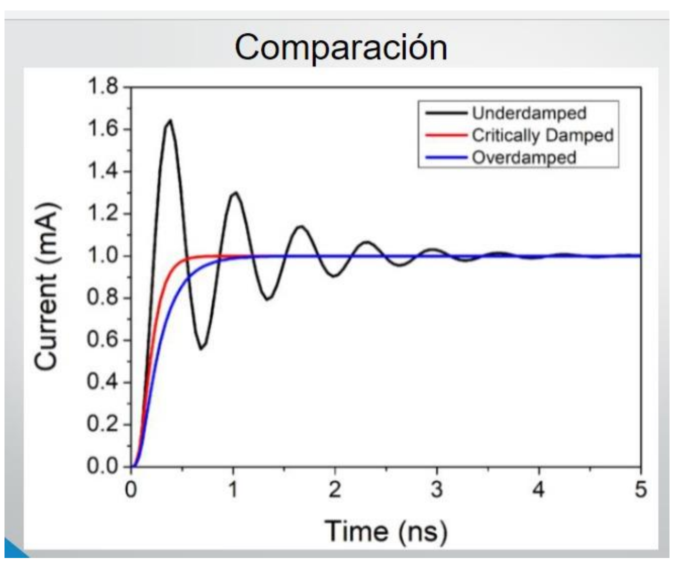
$$L\frac{di}{dt} + iR + \frac{1}{C}\int idt = E(t)$$

Como $i = \frac{dq}{dt}$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}\int \frac{dq}{dt}dt = E(t)$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = E(t)$$

Figura 2. Comparación de los 3 estados de movimiento libre amortiguado.



(Hayt, 2007)

C. <u>Solución del modelo</u>

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = E(t)$$

$$Lq'' + Rq' + \frac{1}{C}q = E(t)$$

 # *Homo*
Polinomio auxiliar:

$$Lm^2 + Rm + \frac{1}{C} = 0$$

$$m = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4(L)\left(\frac{1}{C}\right)}}{2L}$$

$$m = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - \left(\frac{4L}{C}\right)}}{2L}$$

$$m = \frac{-R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2 - \left(\frac{4L}{C}\right)}{4L^2}}$$

$$m = \frac{-R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \qquad\qquad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Por lo que

$$m = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2}$$

D. <u>Valores iniciales</u>

1. Movimiento libre amortiguado

Caso $\alpha^2 - \omega_o^2 > 0$, Sobreamortiguado

Definimos:

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2}$$

Entonces:

$$m = -\alpha \pm \gamma$$

$$\boldsymbol{q_c = c_1 e^{(-\alpha+\gamma)t} + c_2 e^{(-\alpha-\gamma)t}}$$

$$\boldsymbol{q_1 = e^{(-\alpha+\gamma)t}}$$

$$\boldsymbol{q_2 = e^{(-\alpha-\gamma)t}}$$

$$w = \begin{bmatrix} e^{(-\alpha+\gamma)t} & e^{(-\alpha-\gamma)t} \\ (-\alpha+\gamma)e^{(-\alpha+\gamma)t} & (-\alpha-\gamma)e^{(-\alpha-\gamma)t} \end{bmatrix}$$

$$w = (-\alpha-\gamma)e^{-\alpha t+\gamma t-\alpha t-\gamma t} - (-\alpha+\gamma)e^{-\alpha t+\gamma t-\alpha t-\gamma t}$$

$$w = (-\alpha-\gamma)e^{-2\alpha t} - (-\alpha+\gamma)e^{-2\alpha t}$$

$$w = -\alpha e^{-2\alpha t} - \gamma e^{-2\alpha t} + \alpha e^{-2\alpha t} - \gamma e^{-2\alpha t}$$

$$w = -2\gamma e^{-2\alpha t}$$

Definimos la ecuación en forma estándar:

$$q'' + \frac{R}{L}q' + \frac{1}{CL}q = \frac{E(t)}{L}$$

Por lo tanto:

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & e^{(-\alpha-\gamma)t} \\ \dfrac{E(t)}{L} & (-\alpha-\gamma)e^{(-\alpha-\gamma)t} \end{bmatrix}$$

$$w_1 = -\frac{E(t)e^{(-\alpha-\gamma)t}}{L}$$

$$w_2 = \begin{bmatrix} e^{(-\alpha+\gamma)t} & 0 \\ (-\alpha+\gamma)e^{(-\alpha+\gamma)t} & \dfrac{E(t)}{L} \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{E(t)e^{(-\alpha+\gamma)t}}{L}$$

$$u_1 = \int \frac{w_1}{w}dt = \int \left(-\frac{E(t)e^{(-\alpha-\gamma)t}}{L}\right)\left(\frac{1}{-2\gamma e^{-2\alpha t}}\right)dt = \frac{1}{2L\gamma}\int E(t)e^{t(\alpha-\gamma)}\,dt$$
$$= \frac{1}{2L\gamma}\int_{t_0}^{t} E(x)e^{x(\alpha-\gamma)}\,dx$$

$$u_2 = \int \frac{w_2}{w}dt = \int \left(\frac{E(t)e^{(-\alpha+\gamma)t}}{L}\right)\left(\frac{1}{-2\gamma e^{-2\alpha t}}\right)dt = \frac{1}{-2L\gamma}\int E(t)e^{t(\alpha+\gamma)}\,dt$$
$$= \frac{1}{-2L\gamma}\int_{t_0}^{t} E(x)e^{x(\alpha+\gamma)}dx$$

Donde nuestra variable muda es: x

Solución General:

$$\boldsymbol{q = c_1e^{(-\alpha+\gamma)t} + c_2e^{(-\alpha-\gamma)t} + e^{(-\alpha+\gamma)t} * \left(\frac{1}{2L\gamma}\int_{t_0}^{t} E(x)e^{x(\alpha-\gamma)}\,dx\right) + e^{(-\alpha-\gamma)t}}$$
$$\boldsymbol{* \left(\frac{1}{-2L\gamma}\int_{t_0}^{t} E(x)e^{x(\alpha+\gamma)}dx\right)}$$

Usando el ejercicio 50 de nuestro libro de texto (Zill, 2016), el cual dice lo siguiente:

"Calcule la carga del capacitor en un circuito LRC en serie cuando $L = \frac{1}{4}H$, $R = 20\,\Omega$, $C = \frac{1}{300}F$, $E(t) = 0\,V$, $q(0) = 4\,C$ *e* $i(0) = 0\,A$ *¿Alguna vez la carga en el capacitor es igual a cero?"*

Por lo tanto:

$$\alpha = \frac{20}{2\left(\frac{1}{4}\right)} = 40 \qquad\qquad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{300}\right)}} = 20\sqrt{3}$$

$$\gamma = \sqrt{(40)^2 - (20\sqrt{3})^2} = 20$$

Por lo que nuestra ecuación queda:

$$q = c_1 e^{(-40+20)t} + c_2 e^{(-40-20)t}$$

$$q = c_1 e^{-20t} + c_2 e^{-60t}$$

Sabiendo que $q(0) = 4\,C$:

$$q(0) = c_1 e^{-20*0} + c_2 e^{-60*0} = c_1 + c_2 = 4$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -20c_1 e^{-20t} - 60c_2 e^{-60t}$$

$$i\,(0) = -20c_1 e^{-20*0} - 60c_2 e^{-60*0} = 0$$

$$-20c_1 = 60c_2$$

$$c_1 = -3\,c_2 = -3(-2) \rightarrow c_1 = 6$$

$$-3c_2 + c_2 = 4$$

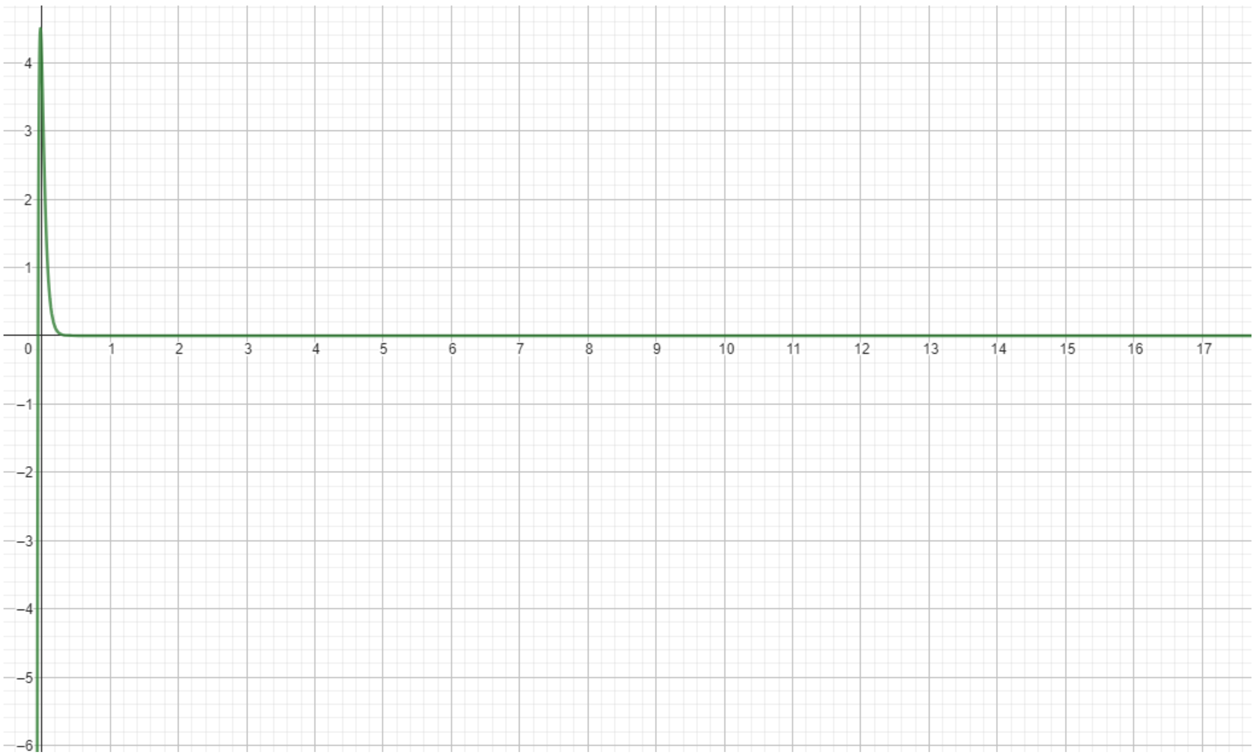
$$-2c_2 = 4$$

$$c_2 = -2$$

Por lo que nuestra ecuación con los valores iniciales dados por el ejercicio queda de la siguiente manera:

$$q = 6e^{-20t} - 2e^{-60t}$$

Figura 3. Representación de comportamiento gráfico para cuando el discriminante es mayor a cero.



Microproyecto 2. Ecuaciones Diferenciales 1. UVG 2023

Caso $\alpha^2 - \omega_o^2 = 0$, Críticamente Amortiguado

$$m = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2}$$

$$m = -\alpha$$

$$\boldsymbol{q_c = c_1 e^{-\alpha t} + c_2 t e^{-\alpha t}}$$

$$\boldsymbol{q_1 = \mathrm{e}^{-\alpha t}}$$

$$\boldsymbol{q_2 = t\mathrm{e}^{-\alpha t}}$$

$$w = \begin{bmatrix} e^{-\alpha t} & te^{-\alpha t} \\ -\alpha e^{-\alpha t} & e^{-\alpha t} - \alpha t^{-\alpha t} \end{bmatrix} = e^{-2\alpha t} - \alpha t e^{-2\alpha t} + \alpha t e^{-2\alpha t}$$

$$w = e^{-2\alpha t}$$

Definimos la ecuación en forma estándar:

$$q'' + \frac{R}{L}q' + \frac{1}{CL}q = \frac{E(t)}{L}$$

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & te^{-\alpha t} \\ \frac{E(t)}{L} & e^{-\alpha t} - \alpha t^{-\alpha t} \end{bmatrix} = -\frac{E(t)te^{-\alpha t}}{L}$$

$$w_2 = \begin{bmatrix} e^{-\alpha t} & 0 \\ -\alpha e^{-\alpha t} & \frac{E(t)}{L} \end{bmatrix} = \frac{E(t)e^{-\alpha t}}{L}$$

$$u_1 = \int \frac{w_1}{w} dt = -\int \frac{E(t) * te^{-\alpha t}}{L * e^{-2\alpha t}} dt = -\frac{1}{L}\int E(t) * te^{\alpha t} dt = -\frac{1}{L}\int_{t_o}^{t} E(x) * xe^{\alpha x}\, dx$$

$$u_2 = \int \frac{w_2}{w} dt = \int \frac{E(t) * e^{-\alpha t}}{L * e^{-2\alpha t}} dt = \frac{1}{L}\int E(t) * e^{\alpha t} dt = \frac{1}{L}\int_{t_o}^{t} E(x) * e^{\alpha x}\, dx$$

Donde nuestra variable muda es: x

Solución General:

$$\boldsymbol{q = c_1 e^{-\alpha t} + c_2 t e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t}\left(-\frac{1}{L}\int_{t_o}^{t} E(x) * x e^{\alpha x}\,dx\right) + t e^{-\alpha t}\left(\frac{1}{L}\int_{t_o}^{t} E(x) * e^{\alpha x}\,dx\right)}$$

Usando el ejercicio 52 de nuestro libro de texto (Zill, 2016), él nos da los siguientes valores iniciales donde tenemos que encontrar la carga:

"$L = 1\,H,\ R = 100\,\Omega,\ C = 0.0004\,F,\ E(t) = 0\,V,\ q(0) = 0\,C\ e\ i(0) = 2\,A$" Cabe mencionar que aquí se supuso que el voltaje es 0. Se utilizó este porque el discriminante queda 0.

Por lo tanto:

$$\alpha = \frac{100}{2(1)} = 50 \qquad\qquad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{1(0.0004)}} = 50$$

$$\gamma = \sqrt{(50)^2 - (50)^2} = 0$$

Por lo que nuestra ecuación queda:

$$q = c_1 e^{-50t} + c_2 t e^{-50t}$$

$$q(0) = c_1 e^{-50*0} + c_2(0)e^{-50*0} = 0$$

$$c_1 = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -50c_1 e^{-50t} + c_2(e^{-50t} - 50te^{-50t})$$

$$i(0) = -50(0)e^{-50*0} + c_2(e^{-50*0} - 50(0)e^{-50*0}) = 2$$

$$c_2 = 2$$

Por lo que nuestra ecuación con los valores iniciales dados por el ejercicio queda de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{q = 2\,te^{-50t}}$$

Figura 4. Representación de comportamiento gráfico para cuando el discriminante es igual a cero.

Microproyecto 2. Ecuaciones Diferenciales 1. UVG 2023

Caso $\alpha^2 - \omega_o^2 < 0$, Subamortiguado y Resonancia Pura

$$m = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2}$$

Conociendo que:

$$q = e^{\alpha t}(C_1 \cos(\beta t) + C_2 \operatorname{sen}(\beta t))$$

Por lo tanto:

$$q_c = e^{-\alpha t}\left(C_1 \cos\left(\sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2} * t\right) + C_2 \operatorname{sen}\left(\sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2} * t\right)\right)$$

$$q_c = C_1 \mathrm{e}^{-\alpha t} \cos\left(\sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2} * t\right) + C_2\, \mathrm{e}^{-\alpha t} \operatorname{sen}\left(\sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2} * t\right)$$

Se da vuelta a esta expresión $\sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2}$ porque se trabajará con raíces complejas. Un ejemplo de la idea que tomamos:

$$\sqrt{2^2 - 3^2} = \sqrt{-5}$$

$$\sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}i$$

Por lo tanto:

$$\boldsymbol{q_c = C_1 \mathrm{e}^{-\alpha t} \cos\left(\sqrt{\omega_o^2 - \alpha^2} * t\right) + C_2\, \mathrm{e}^{-\alpha t} \operatorname{sen}\left(\sqrt{\omega_o^2 - \alpha^2} * t\right)}$$

Definimos:

$$\gamma = \sqrt{\omega_o^2 - \alpha^2}$$

$$q_c = C_1 \mathrm{e}^{-\alpha t} \cos(\gamma * t) + C_2\, \mathrm{e}^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\gamma * t)$$

$$\boldsymbol{q_1 = \mathrm{e}^{-\alpha t} \cos(\gamma * t)}$$

$$\boldsymbol{q_2 = \mathrm{e}^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\gamma * t)}$$

$$\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{e^{-\alpha t}\cos(\gamma * t)} & \mathbf{e^{-\alpha t}\,sen(\gamma * t)} \\ \mathbf{-\alpha * e^{-\alpha t}\cos(\gamma * t) - \gamma e^{-\alpha t}\,sen(\gamma * t)} & \mathbf{-\alpha * e^{-\alpha t} sen(\gamma * t) + \gamma e^{-\alpha t}\cos(\gamma * t)} \end{bmatrix}$$

$$w = \mathrm{e}^{-\alpha t}\cos(\gamma * t) * (-\alpha * \mathrm{e}^{-\alpha t}\mathrm{sen}(\gamma * t) + \gamma \mathrm{e}^{-\alpha t}\cos(\gamma * t)) \\ - \mathrm{e}^{-\alpha t}\,\mathrm{sen}(\gamma * t) * (-\alpha * \mathrm{e}^{-\alpha t}\cos(\gamma * t) - \gamma \mathrm{e}^{-\alpha t}\,\mathrm{sen}(\gamma * t))$$

$$w = -\alpha * \mathrm{e}^{-2\alpha t}\cos(\gamma * t)\mathrm{sen}(\gamma * t) + \gamma \mathrm{e}^{-2\alpha t}\cos^2(\gamma * t) \\ + \alpha * \mathrm{e}^{-2\alpha t}\cos(\gamma * t)\,\mathrm{sen}(\gamma * t) + \gamma \mathrm{e}^{-2\alpha t}\,\mathrm{sen}^2(\gamma * t)$$

$$w = \gamma \mathrm{e}^{-2\alpha t}\cos^2(\gamma * t) + \gamma \mathrm{e}^{-2\alpha t}\,\mathrm{sen}^2(\gamma * t)$$

$$w = \gamma \mathrm{e}^{-2\alpha t}(\cos^2(\gamma * t) + \mathrm{sen}^2(\gamma * t))$$

Sabiendo que $\cos^2(\gamma * t) + \mathrm{sen}^2(\gamma * t) = 1$

$$\boldsymbol{w = \gamma e^{-2\alpha t}}$$

Ecuación en forma estándar:

$$q'' + \frac{R}{L}q' + \frac{1}{CL}q = \frac{E(t)}{L}$$

Por lo tanto:

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & \mathrm{e}^{-\alpha t}\,\mathrm{sen}(\gamma * t) \\ \frac{E(t)}{L} & -\alpha * \mathrm{e}^{-\alpha t}\mathrm{sen}(\gamma * t) + \gamma \mathrm{e}^{-\alpha t}\cos(\gamma * t) \end{bmatrix}$$

$$w_1 = -\frac{E(t)\,\mathrm{e}^{-\alpha t}\,\mathrm{sen}(\gamma * t)}{L}$$

$$w_2 = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-\alpha t}\cos(\gamma * t) & 0 \\ -\alpha * \mathrm{e}^{-\alpha t}\cos(\gamma * t) - \gamma \mathrm{e}^{-\alpha t}\,\mathrm{sen}(\gamma * t) & \frac{E(t)}{L} \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{E(t)\, \mathrm{e}^{-\alpha t} \cos(\gamma * t)}{L}$$

Por lo que

$$u_1 = \int \frac{w_1}{w} dt = \int - \frac{E(t)\, \mathrm{e}^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\gamma * t)}{L} \left(\frac{1}{\gamma \mathrm{e}^{-2\alpha t}}\right) dt = -\frac{1}{L\gamma} \int E(t)\, \mathrm{e}^{\alpha t} \operatorname{sen}(\gamma * t)\; dt$$

$$u_1 = -\frac{1}{L\gamma} \int_{t_0}^{t} E(x)\, \mathrm{e}^{\alpha x} \operatorname{sen}(\gamma * x)\, dx$$

$$u_2 = \int \frac{w_2}{w} dt = \int \frac{E(t)\, \mathrm{e}^{-\alpha t} \cos(\gamma * t)}{L} \left(\frac{1}{\gamma \mathrm{e}^{-2\alpha t}}\right) dt = \frac{1}{L\gamma} \int E(t)\, \mathrm{e}^{\alpha t} \cos(\gamma * t)\; dt$$

$$u_2 = \frac{1}{L\gamma} \int_{t_0}^{t} E(x)\, \mathrm{e}^{\alpha x} \cos(\gamma * x)\, dx$$

Donde nuestra variable muda es: x

Solución General:

$$\boldsymbol{q = C_1 \mathrm{e}^{-\alpha t} \cos(\gamma * t) + C_2\, \mathrm{e}^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\gamma * t)}$$
$$\boldsymbol{+\mathrm{e}^{-\alpha t} \cos(\gamma * t) * \left(-\frac{1}{L\gamma} \int_{t_0}^{t} E(x)\, \mathrm{e}^{\alpha x} \operatorname{sen}(\gamma * x)\, dx\right)}$$
$$\boldsymbol{+\, \mathrm{e}^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\gamma * t) * \left(\frac{1}{L\gamma} \int_{t_0}^{t} E(x)\, \mathrm{e}^{\alpha x} \cos(\gamma * x)\, dx\right)}$$

Usando el ejercicio 50 de nuestro libro de texto (Zill, 2016), el cual le hicimos algunas modificaciones para que el determinante quedará menor a 0, el cambio que se le hizo fue que la inductancia en vez de ser ¼ fue ½ , de ahí el problema es el mismo:

"Calcule la carga del capacitor en un circuito LRC en serie cuando $L = \frac{1}{2}H,\ R = 20\ \Omega,\ C = \frac{1}{300}F,\ E(t) = 0\ V,\ q(0) = 4\ C$ *e* $i(0) = 0\ A$ *¿Alguna vez la carga en el capacitor es igual a cero?"*

Por lo tanto:

$$\alpha = \frac{20}{2\left(\frac{1}{2}\right)} = 20 \qquad\qquad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{300}\right)}} = 10\sqrt{6} \approx 24.495$$

$$\gamma = \sqrt{(20)^2 - (10\sqrt{6})^2} = \sqrt{-200} = 10\sqrt{2}i$$

$$q = C_1 \mathrm{e}^{-20\mathrm{t}} \cos\left(10\sqrt{2} * t\right) + C_2\, \mathrm{e}^{-20\mathrm{t}}\, \mathrm{sen}\left(10\sqrt{2} * t\right)$$

$$q(0) = C_1 \mathrm{e}^{-20*0} \cos\left(10\sqrt{2} * 0\right) + C_2\, \mathrm{e}^{-20*0}\, \mathrm{sen}\left(10\sqrt{2} * 0\right) = 4$$

$$C_1 = 4$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C_1 \mathrm{e}^{-20\mathrm{t}} \left(-10\sqrt{2} * \mathrm{sen}\left(10\sqrt{2} * t\right)\right) - 20 C_1 \mathrm{e}^{-20\mathrm{t}} \left(\cos\left(10\sqrt{2} * t\right)\right) + 10\sqrt{2} * C_2\, \mathrm{e}^{-20\mathrm{t}} \cos\left(10\sqrt{2} * t\right) - 20 C_2 \mathrm{e}^{-20\mathrm{t}} \left(\mathrm{sen}\left(10\sqrt{2} * t\right)\right)$$

$$i(0) = C_1 \mathrm{e}^{-20*0} \left(-10\sqrt{2} * \mathrm{sen}\left(10\sqrt{2} * 0\right)\right) - 20 C_1 \mathrm{e}^{-20*0} \left(\cos\left(10\sqrt{2} * 0\right)\right) + 10\sqrt{2} * C_2\, \mathrm{e}^{-20*0} \cos\left(10\sqrt{2} * 0\right) - 20 C_2 \mathrm{e}^{-20*0} \left(\mathrm{sen}\left(10\sqrt{2} * 0\right)\right)$$

$$-20 C_1 + 10\sqrt{2}\, C_2 = 0$$

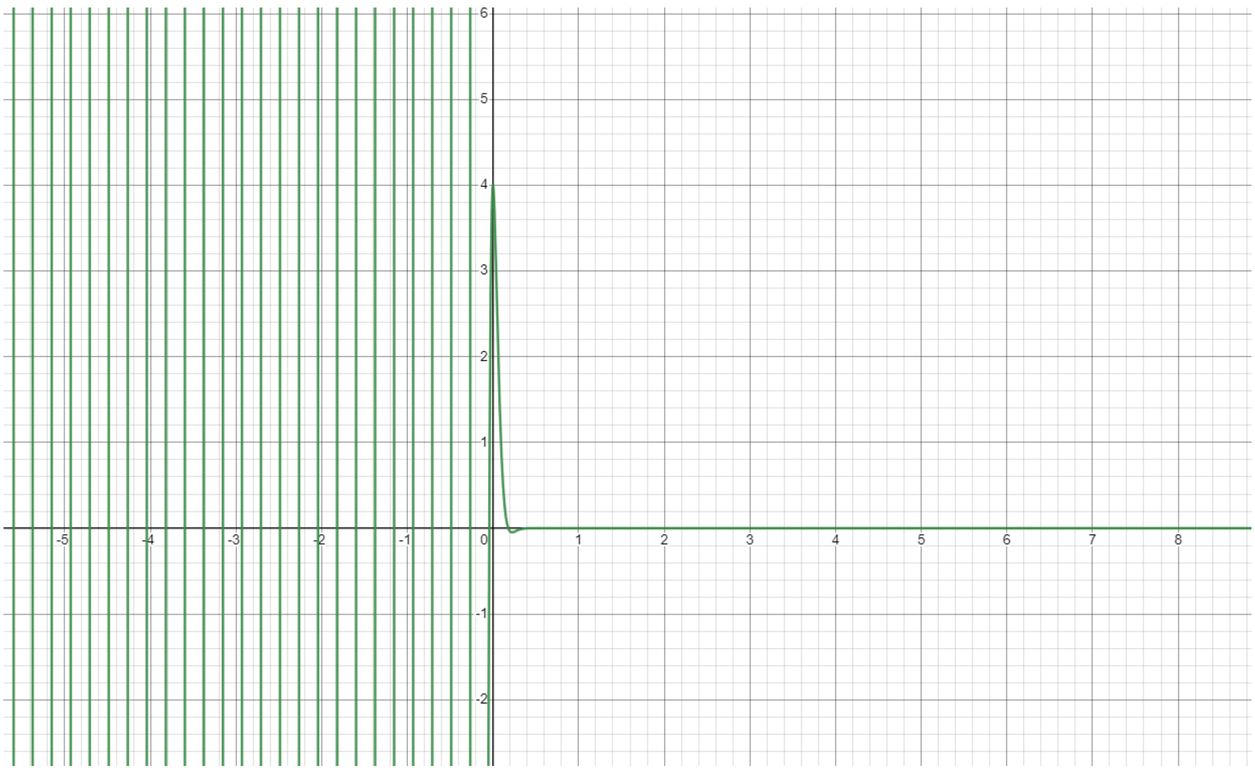
$$10\sqrt{2}\, C_2 = 20(4)$$

$$C_2 = 4\sqrt{2}$$

Por lo que nuestra ecuación con los valores iniciales dados por el ejercicio queda de la siguiente manera:

$$q = 4\mathrm{e}^{-20\mathrm{t}}\cos\left(10\sqrt{2} * t\right) + 4\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{-20\mathrm{t}}\,\mathrm{sen}\left(10\sqrt{2} * t\right)$$

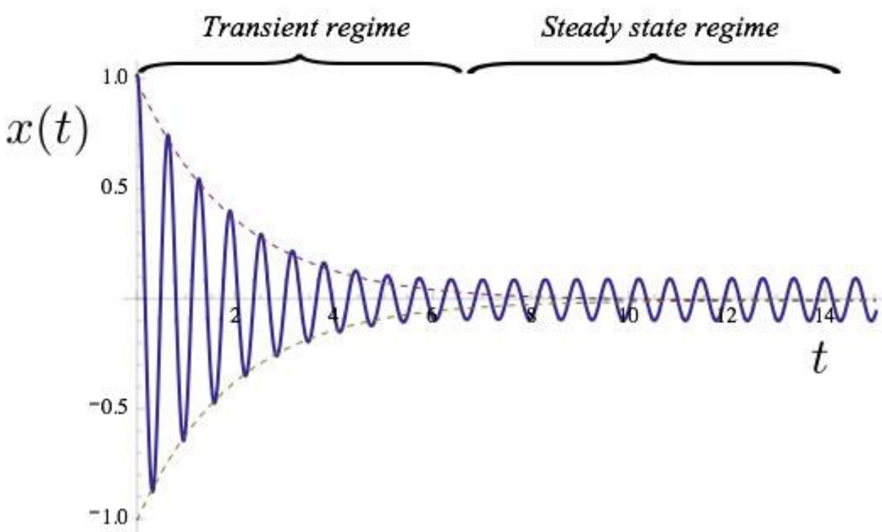
Figura 5. Representación de comportamiento gráfico para cuando el discriminante es menor a cero.



Microproyecto 2. Ecuaciones Diferenciales 1. UVG 2023

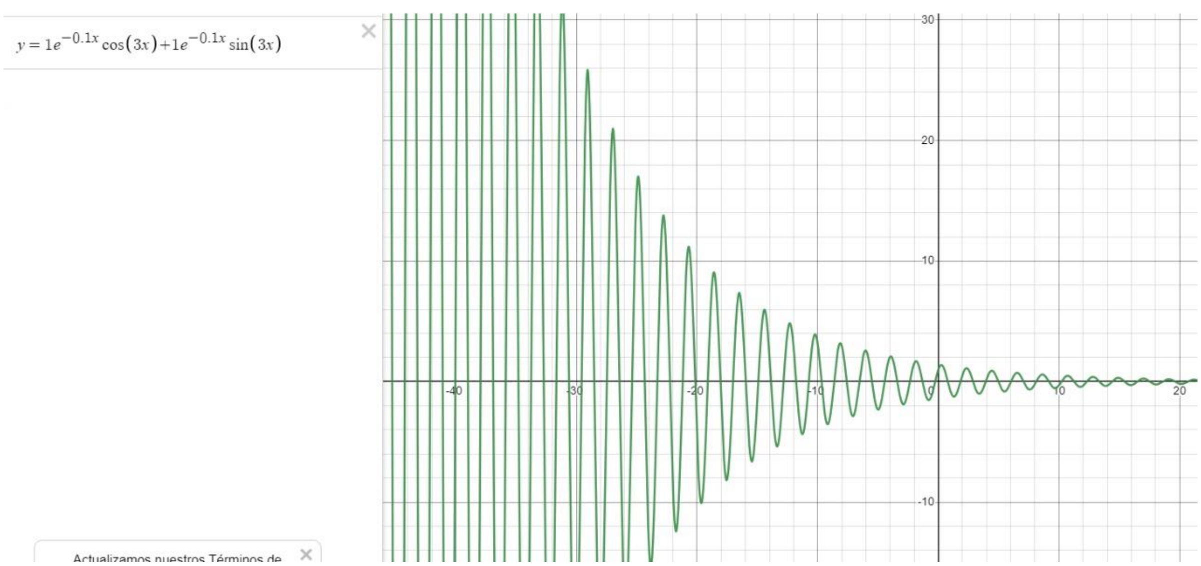
2. Movimiento forzado

Figura 6. Representación soluciones de estado transitorio y de estado estable.



(Arteaga, 2022).

Figura 7. Representación soluciones de estado transitorio y de estado estable con valores de prueba.



Conclusiones:

- Se pudo comprender y analizar el circuito RLC para cada uno de sus casos con ecuaciones diferenciales, los cuales presentaron soluciones que describen las oscilaciones posibles para el circuito, cada solución se puso en práctica para ver su comportamiento.

- Al estudiar el circuito RLC, podemos concluir que su comportamiento en la vida real es bastante diverso y depende en gran medida de los valores de los componentes utilizados, como la resistencia (R), el inductor (L), el capacitor (C) y voltaje (E(t)). Estos componentes pueden combinarse de varias formas (en serie o en paralelo) y generar respuestas eléctricas únicas.

- Se concluyó que es importante destacar que el comportamiento del circuito RLC puede variar significativamente con el tiempo. Esto se debe a la naturaleza de las ecuaciones diferenciales que rigen el circuito. Dependiendo de las condiciones iniciales y los valores de los componentes, la carga del capacitor y la corriente en el circuito pueden mostrar transitorios, alcanzar un estado estable o decaer lentamente.

Referencias:

Alegsa, L. L. (25 de junio de 2023). *Definición de Circuito RLC*. Obtenido de https://www.alegsa.com.ar/Dic/circuito_rlc.php#asistente_snip&gsc.tab=0

ehu.eus. (2003). *Oscilador forzado y resonancia*. Obtenido de ehu.eus: https://www.ehu.eus/acustica/espanol/basico/osfoes/osfoes.html

electronicaplugandplay. (Mayo de 2022). *Estado Estacionario vs Transitorio*. Obtenido de https://www.electronicaplugandplay.com/tutoriales/electronica/52-estado-estacionario-vs-transitorio

Hayt, W. H. (2007). *Análisis de circuitos en ingeniería.* México: Mc Graw Hill.

McAllister, W. (2017). *La ley del voltaje de Kirchhoff*. Obtenido de https://es.khanacademy.org/science/physics/circuits-topic/circuits-resistance/v/ee-kirchhoffs-voltage-law

McAllister, W. (2018). *Una derivación formal de la respuesta natural del circuito RLC.* Obtenido de https://es.khanacademy.org/science/electrical-engineering/ee-circuit-analysis-topic/ee-natural-and-forced-response/a/ee-rlc-natural-response-derivation

Young, H. D., & Freedman, R. A. (2013). *Física universitaria con física moderna* (Vol. Volumen 2). PEARSON.

Zill, D. G. (2016). *A first Course in Differential Equations with Modeling Applications.*