Taller 12

Profesor:

Eddison Andres Gil

Estudiante

Sergio Camilo Castillo Nuñez
ID: 566081

Corporación Universitaria Minuto de Dios
Matemáticas discretas NRC: 3866
2020 - 02

Taller #12

Conteo II

• En los ejercicios determine cuantas cadenas se pueden formar ordenando los ABCDEF sujetos a las condiciones indicadas.

10.) Contiene la subcadena ACE

$3! = 6$

11.) Contiene las letras ACE juntas en cualquier orden

$3! \cdot 3! = 36$

12.) Contiene las subcadenas DB y AE

$3! = 6.$

13.) Contiene ya sea la subcadena AE o la subcadena EA.

$2 \cdot 4! = 48.$

14.) A aparece antes que D. Ejemplos: BCAED, BCADE

$\frac{1}{2} \cdot 5! = 60$

15.) No contiene las subcadenas AB, CD

$AB = \frac{6!}{2!} = 720$ $\quad 720 + 720 = 1400$

$CD = \frac{6!}{2!} = 720$

• Los ejercicios 63 al 66 se refieren a un conjunto de 50 microprocesadores, de los cuales 4 son defectuosos.

63.) ¿De cuantas maneras se puede seleccionar un conjunto de cuatro microprocesadores?

$$\frac{50!}{4! \cdot 46!} = 230300$$

64.) ¿De cuantas maneras se puede seleccionar un conjunto de cuatro microprocesadores no defectuosos?

$$c(46,4) = \frac{46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43}{4!} = 163185$$

65.) ¿De cuantas maneras se puede seleccionar un conjunto de cuatro microprocesadores que contenga exactamente dos defectuosos?

$$c(46,2) \quad \frac{46 \cdot 45}{2!} \qquad c(4,2) \quad \frac{4 \cdot 3}{2!}$$

$$= 1035 \cdot 6 = 6210$$

66.) ¿De cuantas maneras se puede elegir un conjunto de cuatro microprocesadores que contenga al menos uno defectuoso?

$$c(50,4) - c(46,4) = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47}{4!} - \frac{46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43}{4!}$$

$$= \frac{5527200}{4!} - \frac{3916440}{4!} = 230300 - 163185$$

$$= \boxed{67115}$$

• Los ejercicios 31 al 36 se refieren a un club cuyos miembros son 6 hombres y 7 mujeres

31.) ¿De cuantas maneras se puede elegir un comité de 5 personas?

$$c(13, 5) = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5!} = 1287.$$

32.) ¿De cuantas maneras se puede elegir un comite de 3 hombres y 4 mujeres?

$$c(13, 7) = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{7!} = 1716$$

33.) ¿De cuantas maneras se puede elegir un comite de 4 personas que tengo al menos una mujer?

$$c(13, 4) - c(6, 4) = \frac{13!}{9! \cdot 4!} - \frac{6!}{2! \cdot 4!}$$

$$= 715 - \cancel{50} = 665.$$

34.) ¿De cuantas maneras se puede seleccionar un comite de 4 personas que incluya al menos un hombre?

$$[c(6, 1) \cdot c(7, 3)] + c(7, 4)$$

$$= \left(6 \cdot \frac{7 \times 6 \times 5}{3!}\right) = 210 + \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4!}$$

$$= 210 + 35 = 245$$

35.) ¿De cuantas maneras se puede seleccionar un comité de 4 personas que incluya personas de uno y otro sexo?

$$c(13,4) - c(6,4) = \frac{13!}{9! \cdot 4!} - \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 700$$

$$c(13,4) - c(7,4) = \frac{13!}{9! \cdot 4!} - \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 680$$

$$700 + 680 = 1380$$

• En los ejercicios 1 al 3, determine el número de cadenas que se pueden formar al ordenar las letras indicadas.

1.) GUIDE

$n = 5$
$n_1 = 1!$
$n_2 = 1!$
$n_3 = 1!$
$n_4 = 1!$
$n_5 = 1!$

$$\frac{5!}{1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = 120$$

2.) SCHOOL

$n = 6$
$n_1 = 1!$
$n_2 = 1!$
$n_3 = 1!$
$n_4 = 1!$
$n_5 = 2!$
$n_6 = 1!$

$$\frac{6!}{2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = 360$$

3.) SALESPERSONS

$n=12$
$n_1=4!$
$n_2=1!$
$n_3=1!$
$n_4=1!$
$n_5=1!$
$n_6=1!$
$n_7=1!$
$n_8=1!$

$$\frac{12!}{4!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!} = 9'979200$$

4.) ¿Cuantas cadenas se pueden formar ordenando las letras SALESPERSONS si las cuatro S deben ser consecutivas?

$n=12 \qquad = \frac{9!}{2!} = 181440$

5.) ¿Cuántas cadena se pueden formar ordenando las letras SALESPERSONS si dos S no pueden estar juntas?

$n=8$
$n_1=1$
$n_2=1$
$n_3=2$
$n_4=1$
$n_5=1$
$n_6=1$
$n_7=1$

$$\frac{8!}{1!\cdot 1!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!} = 20160$$

• Los ejercicios 7 al 9 se refieren a las selecciones entre las historietas cómicas Acción, Superman, Capitán Marvel, Archie, X-Man y Nancy.

7.) ¿Cuantas maneras hay que para seleccionar 6 historietas?

$$c(6+6-1,6)=c(11,6)=\frac{11!}{6!(11-6)!}=462$$

8.) ¿Cuantas maneras hay para seleccionar 10 historietas?

$$c(10,6-1,6-1)=c(10+6-1,10)$$

$$c(15,5)=c(15,10)$$

$$3003=3003$$

9.) ¿Cuantas maneras hay para seleccionar 10 historietas si elegimos al menos una de cada titulo?

Comics 6

$10-6=4$

$$c(6+4-1,6-1)=c(9,5)$$

$$=\frac{9!}{5!(9-5)!}=\frac{9!}{5!\cdot 4!}=126$$

Principio del Palomar

1.) Trece personas tienen nombres de pila Dora, Evita y Fernando, y apellidos Olmos, Perez, y Rodriguez. Demuestre que al menos dos personas tienen el mismo nombre y apellido.

$n = 13$

$k = 4 \cdot 3 = 12$

Apellidos = 4

Nombres = 3

RTA: Ya que $k < n$, hay almenos dos personas que tienen el mismo nombre y apellido.

3.) La profesora Eugenia recibe su salario todos los viernes. Demuestre que en algunos meses le pagan tres veces.

28 minimo

$28 \% 7 = 4$

No es posible ya que el minimos de dias es en febrero, cuando no es bisiesto alcanzando 28 dias, si lo dividimos en 4 semanas, nos da 4 viernes.

4.) ¿Es posible interconectar cinco procesadores de manera que exactamente dos de ellos tengan conexión directa a un número idéntico de procesadores? Explique su respuesta.

RTA: Enumerando los procesadores al 5 de uno en uno 1, 2, 3, 4, 5 sea a_i, el número de procesador en donde está conectado. Se demuestra que $a_i = a_j$ para dos $i \neq j$, el dominio de funciones es $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $|X| = 5$ y el recorrido es un subconjunto $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ debido a que si se conectan 4 procesadores no quedaría ninguno sin conectar 4 procesadores, no quedaría ninguno sin conectar dando como resultado $|4| = 4$ con interconexión mínimo de uno y máximo de tres procesadores por cada uno. De esta forma por el principio del palomar existe un $a_0 = a_j$ con $i \neq j$ es decir existen 2 o más procesadores con el mismo número de interconexión. Como por ejemplo si se conectan (1,2) (2,3) (3,4) (4,2) 3 y 4 tienen la misma cantidad de interconexiones y 5 no estaría conectado.

5.) Un inventario consiste en una lista de 115 artículos, cada uno marcado como "disponible" o "no disponible". Hay 60 artículos disponibles. Demuestre que hay al menos 2 artículos disponibles en la lista que están separados por exactamente 4 artículos.

RTA:

$K = 115 + 4 = 119$ números posibles

$n = 60 + 60 = 120$ números en dos secuencias.

RTA: Dado que $K < n$, al menos dos números en las dos secuencias que son el mismo número. Hay al menos dos elementos disponibles exactamente en la lista con cuatro elementos de diferencia.

6.) Un inventorio consiste en una lista de 100 articulos, cada uno marcado como "disponible" o "no disponible". Hay 55 articulos disponibles. Demuestre que hay al menos dos articulos disponibles en la lista que estan separados por exactamente 9 articulos.

RTA:

Teniendo en cuenta los 100 articulos de los 55, estan marcados como "disponible" se pide demostrar que $a_i - a_j = 9$ para algún i y j. Hay que considerar organizar la secuencia ($a_1 .. a_2 . a_3 ... a_{55}$), para resolver, sea a_i la posición del i-esimo articulo disponible entre sus espacios, se escogen valores entre 1 a 100 donde $x \{1, 2, 3 ... 9\}$, $|x| = 9$ + un subconjunto y $\{1, 2, 3 \ldots\} |4| = 40$, usando $a_j + 9$, $a_2 + 9$, $a_3 + 9$ ... $a_{55} + 9$, para organizar sus productos. Aplicando el principio del palomar que $a_i = a_j + 9$ con $i \neq j$, incluyendo que al menos dos articulos disponibles estan separados por 9 articulos.