Introducción práctica a SBOPT

2 de febrero de 2023

Resumen

Al repositorio se han subido 4 códigos que resuelven dos problemas de control óptimo u optimización de trayectoria (descritos a continuación). Los 4 códigos responden a los acrónimos de ULYSSES y SBOPT:

- SBOPT es el software desarollado por nosotros en una versión muy simplificada, para centrarnos en la formulación del problema y como se maneja. Las versiones más avanzadas están en una etapa de implementación algo menos madura.
- ULYSSES implementa una versión muy simplificada de un solver pseudoespectral (no importa ahora que implicaciones tiene esto) para comparar la solución dada por el nuestro con esta herramienta (que se considera vanguardia en el estado del arte).

Algunos comentarios Ambos problemas presentan casos de optimización de trayectoria (en el espacio de estados, posición y velocidad) para un integrador doble en una dimensión, una representación abstracta muy simplificada de las leyes de Newton. El control u es la aceleración aplicada al vehículo.

En ambos casos, la trayectoria (que es una función vectorial) se discretiza sobre una malla con una determinada forma (Bernstein, Chebyshev, Legendre) y el problema es resuelto de forma discreta.

Dejo ahora los problemas analizados

Problem I: LQR Optimización de trayectoria de mínima energía invertida para ir de un estado inicial a un estado final, en un tiempo dado

$$\begin{aligned}
\text{min} \qquad & J = \frac{1}{2}\int_0^{t_f} u^2 \mathrm{d}t \\
\text{subject to} \quad & \dot{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} s_2 & u \end{pmatrix} \,, \\
& \mathbf{s}(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}^T \,, \\
& \mathbf{s}(t_f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}^T \,, \\
& t_f = 1 \,.
\end{aligned} \tag{1}$$

La ley de control óptima es, analíticamente,

$$u^* = -12t + 6 \,.$$

Problem II: LQR-C Optimización de trayectoria de mínima energía invertida para ir de un estado inicial a un estado final, en un tiempo dado, con una restricción de camino parametrizada por L

$$
\begin{aligned}
\text{min} \qquad & J = \frac{1}{2}\int_0^{t_f} u^2 \mathrm{d}t \\
\text{subject to} \quad & \dot{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} s_2 & u \end{pmatrix} \ , \\
& \mathbf{s}(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}^T \ , \\
& \mathbf{s}(t_f) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \end{pmatrix}^T \ , \\
& t_f = 1 \, , \\
& s_1 \leq L \ .
\end{aligned}
\tag{2}
$$

The optimal control solution is given in https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/62546-optimal-control-direct-method-examples

SApéndice: forma general de un problema de control La forma general de un problema de control clásico es la siguiente

$$
\begin{aligned}
\text{min} \qquad & J = G(\mathbf{s}(t_f), \mathbf{s}(0), t_f, t_0) + \int_{t_0}^{t_f} l(\mathbf{s}, \mathbf{u}, t) \, \mathrm{d}t \\
\text{subject to} \quad & \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{f}(\mu, \mathbf{s}, \mathbf{u}) \ , \\
& \mathbf{s}(t_0) = \mathbf{s}_0 \ , \\
& \mathbf{s}(t_f) = \mathbf{0} \ , \\
& \mathbf{g}(\mu, \mathbf{s}) = \mathbf{0} \ , \\
& \mathbf{h}(\mu, \mathbf{s}) < \mathbf{0} \ .
\end{aligned}
\tag{3}
$$