

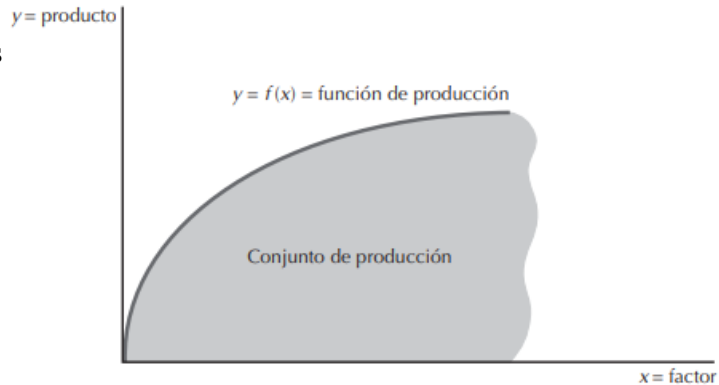
# Microeconomía: Producción y Mercados

## 1. La tecnología

- La curva de oferta de una empresa depende de los **factores de producción**: tierra, trabajo, capital y materia prima. De forma similar que con los consumidores, la naturaleza establece

### **restricciones tecnológicas**

dando lugar a que sólo algunas combinaciones de factores sean posibles. El conjunto de todas estas combinaciones se denomina **conjunto de producción**. La frontera de dicho conjunto es la **función de producción**, y mide el volumen máximo de producción que puede



obtenerse para una cantidad dada de factores. Cuando tenemos más factores la función es de varias variables. Una **isocuanta** es una superficie donde cualquier combinación de factores da lugar a la misma producción (ie. *level sets of*  $K = f(x_1, \dots, x_n)$ ).

- Los **sustitutivos perfectos** son factores que se pueden sustituir unos a otros, ej.  $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ . Una función de producción es **Cobb-Douglas** si es de la forma  $f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$ . De cualquier forma, asumimos que las funciones son monótonas y convexas.
- El **producto marginal del factor i (PM<sub>i</sub>)** se define como  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ . Mide el número adicionales de unidades i necesarias para producir un unidad más. Similarmente, la **relación técnica de sustitución (RTS)** mide el cambio necesario de un factor para suplir la falta de otro si queremos mantener la misma producción. Nótese que  $0 = \Delta f = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2$ , por lo que obtenemos que  $RTS = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = - \frac{PM_1}{PM_2}$ .
- Empíricamente, existe una **ley del producto marginal decreciente**, lo cual no dice que cuanto más incrementemos un factor, menor será el aumento de productividad (siempre que mantengamos al resto de factores constantes, ie. *ceteris paribus*). Matemáticamente,  $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} < 0$ . Otra ley empírica es que la **relación técnica de sustitución (RTS) es decreciente**. Es decir, a medida que incrementamos  $x_1$ , sustituyendo así los  $x_2$  la RTS decrece.
- Es importante distinguir también entre las funciones de producción a corto y largo plazo, puesto que a largo plazo todos los factores pueden variar pero a corto plazo hay algunos factores que son fijos (ej. las tierras de un agricultor).
- Por otro lado, los **rendimientos crecientes de escala** se materializan en que  $f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2)$  para  $t > 1$ . También es posible tener rendimientos decrecientes.

## 2. La maximización del beneficio

- Ahora estudiaremos cómo se crea la oferta de demanda al estudiar cuánto produce una empresa que quiere maximizar sus beneficios, vendiendo a un precio fijo su producto y

comprando factores de producción a un precio fijo. Supongamos que una empresa produce  $n$  bienes  $(y_1, \dots, y_n)$  a precios  $(p_1, \dots, p_n)$ , y que utiliza  $m$  factores  $(x_1, \dots, x_m)$  a precios

$(w_1, \dots, w_m)$ . Entonces los beneficios son  $B = \sum_{i=1}^n p_i y_i - \sum_{i=1}^m w_i x_i$ . Aquí utilizamos la

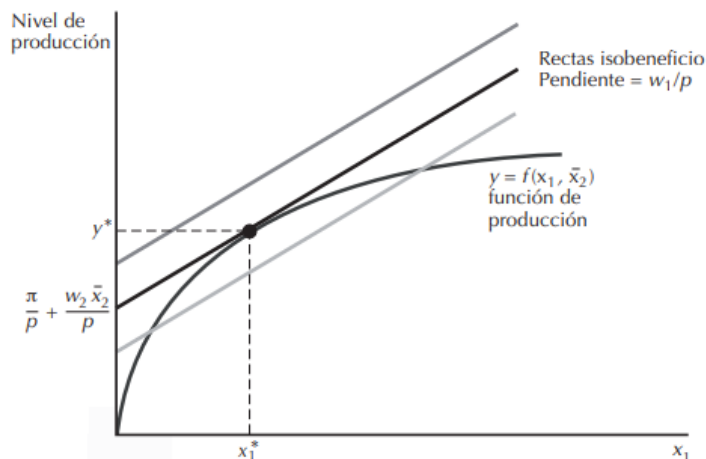
definición económica y no la contable, es decir, hemos de incluir los costes de oportunidad. Los costes se pueden dividir entre **factores fijos** (a corto plazo no se pueden eliminar y pueden dar lugar a beneficios negativos), **factores variables** y los **factores cuasifijos** (ej. la electricidad se tiene que utilizar en cantidades fijas pero podemos no utilizarla si no

producimos). ¿Cómo se maximiza el beneficio?  $0 = \frac{\partial B}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial y_i}{\partial x_j} - w_j$ , lo cual

establece la cantidad de cada factor que necesitaremos. Si simplificamos la idea a un productor con una función de producción  $y = f(x_1, x_2)$  entonces  $w_1 = p \frac{\partial f}{\partial x_1}$  y lo mismo

para  $w_2$ . Si  $x_2$  es un factor fijo sólo tenemos que resolver esa ecuación. Por lo maximizamos

beneficios cuando la pendiente sea  $\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{w_1}{p}$ . Gráficamente se ve así:

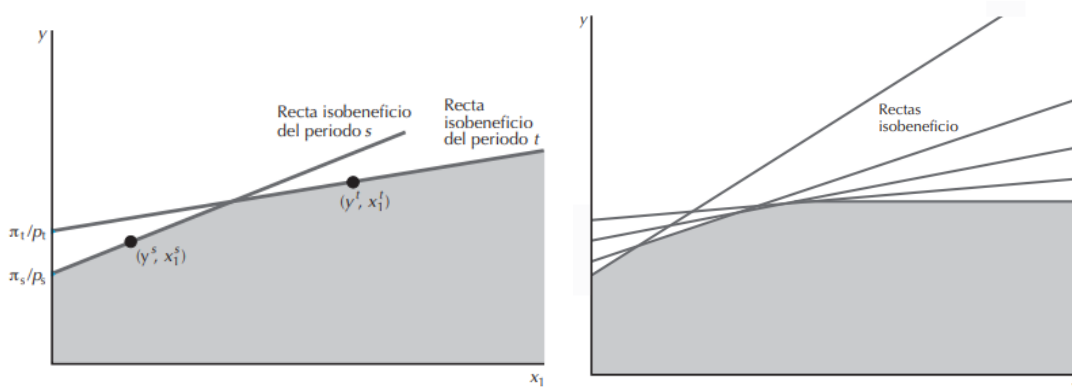


**Figura 19.1. La maximización del beneficio.** La empresa elige la combinación de factores y de productos que se encuentra en la recta isobeneficio más alta. En este caso, el punto de maximización del beneficio es  $(x_1^*, y^*)$ .

- ¿Qué ocurre cuando aumenta el precio del producto? Bueno, la pendiente disminuye por lo que la intersección ocurrirá más a la derecha, aumentando la producción. Por lo tanto, la curva de oferta es creciente.
- Maximización del beneficio a largo plazo. Supongamos que una empresa tiene rendimientos de escalas constantes, y para simplificar escribamos  $B(x) = pf(x) - wx$ . Por lo tanto  $B(\lambda x) = \lambda B(x)$ . Si intentamos maximizar los beneficios necesitaríamos recursos infinitos, excepto si  $B(x) = 0$  desde el principio. En conclusión, las empresas tienen beneficios cero a largo plazo en los mercados competitivos.
- Por último, estudiemos la rentabilidad revelada. Es decir, lo que la elección de unos factores dado unos precios nos revela de la preferencia de una empresa. Supongamos que con unos precios  $(p^t, -w_1^t, -w_2^t) = \underline{p}^t$  elegimos  $(y^t, x_1^t, x_2^t) = \underline{x}^t$  y algo similar con el momento  $s$ . Ponemos los signos - para que lo siguiente tenga sentido. Entonces  $\underline{p}^t \cdot \underline{x}^t \geq \underline{p}^t \cdot \underline{x}^s$  y de

una forma similar  $\underline{p}^s \cdot \underline{x}^s \geq \underline{p}^s \cdot \underline{x}^t$ , ya que siempre escogemos  $\underline{x}$  tal que maximizamos el beneficio. El cumplimiento de estas desigualdades se llama el **axioma débil de la maximización del beneficio**. Sumando las dos desigualdades obtenemos  $\Delta p \Delta y - \Delta w_1 \Delta x_1 - \Delta w_2 \Delta x_2 \geq 0$ . Esta desigualdad es bastante útil. Por ejemplo, imaginemos que el coste de los factores no cambia ( $\Delta w_i = 0$ ), entonces  $\Delta p \Delta y \geq 0$ , por lo que si el precio incrementa, la producción también.

- Lo interesante es que con el axioma débil, podemos hallar la función de producción. Supongamos que sólo varía  $x_1$  e  $y$ . Podemos trazar las curvas de isobeneficio, es decir, las combinaciones  $(x_1, y)$  que dan lugar al mismo beneficio  $B_t = p^t y - w_1^t x_1$  y lo mismo para  $s$ . La frontera de posibilidades se halla debajo de dichas curvas (si no podríamos obtener beneficios más altos). Si superponemos muchas curvas, hallamos la curva de producción:



### 3. La minimización de los costes

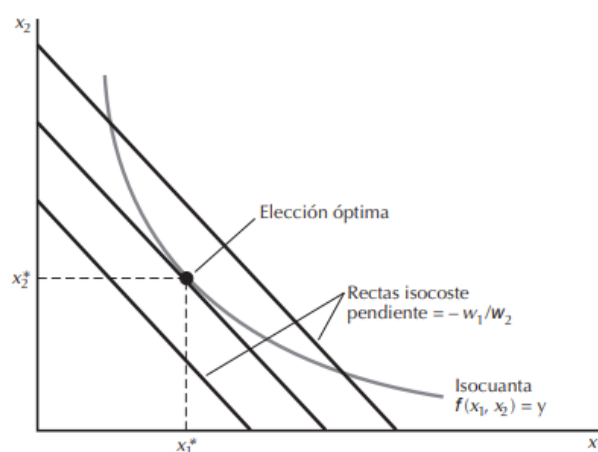
- En el capítulo anterior estudiamos a las empresas maximizadoras de beneficio. Sin embargo, este problema es equivalente a minimizar los costes y elegir después el modelo productivo más rentable. Ahora veremos este primer paso. Estamos estudiando el siguiente problema:

$$\min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2 \text{ sujeta a } f(x_1, x_2) = y.$$

Igualmente, podemos simplemente minimizar la **función de costes**  $c(w_1, w_2, y)$  utilizando las ecuaciones

anteriores. Gráficamente, podemos resolver el problema de minimización mirando a las **rectas de isocoste**, ie.  $w_1 x_1 + w_2 x_2 = c$ , y elegir a la que tenga el valor más bajo pero que siga intersectando  $f$ :

- Observamos que la solución óptima se obtiene cuando la relación técnica de sustitución es igual a la relación de los precios de los factores (ie. cuando la pendiente de la curva iguala a la de la recta):  $-\frac{PM_1}{PM_2} = RTS = -\frac{w_1}{w_2}$ . Otra forma de solucionar esto es utilizando multiplicadores de Lagrange. El sistema anterior es equivalente al siguiente



$\min_{x_1, x_2, \lambda} w_1 x_1 + w_2 x_2 - \lambda(f(x_1, x_2) - y)$ , lo cual da lugar a la misma ecuación

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\partial f(x_1, x_2) / \partial x_1}{\partial f(x_1, x_2) / \partial x_2}.$$

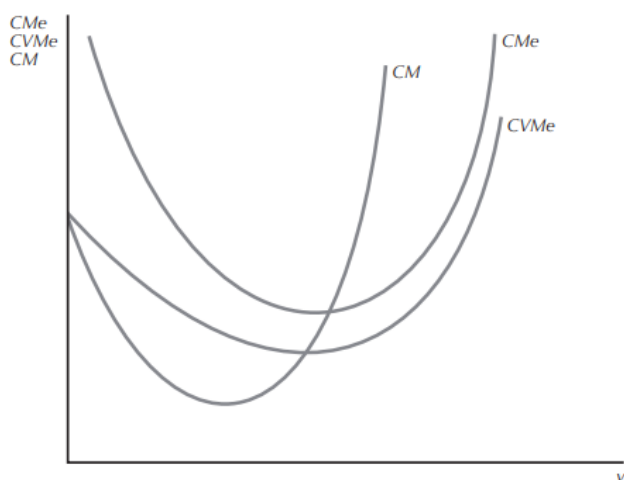
- De este análisis podemos deducir las funciones  $x_1(w_1, w_2, y)$  y  $x_2(w_1, w_2, y)$ , las cuales llamamos las **funciones de demanda condicionadas de los factores**. Éstas no son las mismas funciones de demanda que estudiamos cuando queríamos maximizar el beneficio. Allí, estudiábamos las funciones de demanda dados unos precios, aquí estudiamos la demanda *condicionada* a un nivel de producción fijo.
- Al igual que antes, el minimizar los costes revela elecciones de las empresas. Si tenemos dos conjuntos de precios  $(w_1^t, w_2^t)$  y  $(w_1^s, w_2^s)$ , y la empresa escoge respectivamente  $(x_1^t, x_2^t)$  y  $(x_1^s, x_2^s)$ , entonces podemos deducir las desigualdades  $\underline{w}^t \cdot \underline{x}^t \leq \underline{w}^t \cdot \underline{x}^s$  y lo mismo con  $s$  y  $t$  intercambiadas. La satisfacción de estas desigualdades tiene el nombre del **axioma débil de la minimización del coste**. Sumando las desigualdades obtenemos  $\Delta w_1 \Delta x_1 + \Delta w_2 \Delta x_2 \leq 0$ , lo cual nos permite analizar un poco más el efecto de los cambios en los precios de los factores.
- Ahora definimos la **función de coste medio**, que es simplemente  $CMe(y) = \frac{c(w_1, w_2, y)}{y}$ . Si existen rendimientos de escala constantes  $c(w_1, w_2, y) = yc(w_1, w_2, 1)$  por lo que el coste medio es constante.

#### 4. Las curvas de coste

- En el anterior capítulo calculamos una función  $c(w_1, w_2, y)$  que nos indicaba los costes mínimos de producción dados unos costes de factores  $(w_1, w_2)$ . Supongamos que éstos están fijados, dando lugar a  $c(y)$ . Podemos descomponer los costes  $c(y) = c_v(y) + F$  entre **costes variables** y **costes fijos**. Por lo tanto, obtenemos:

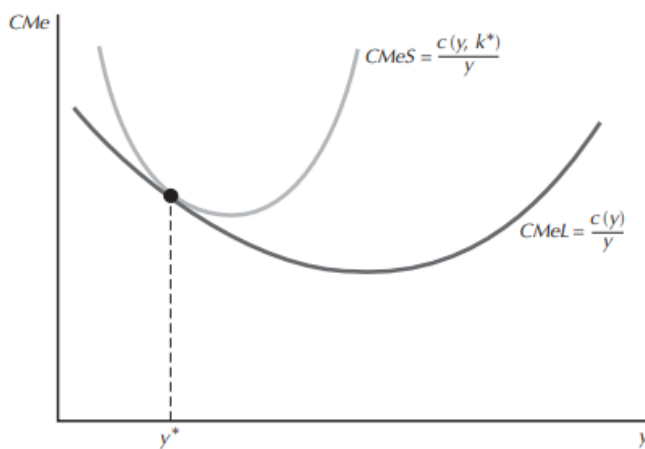
$CMe(y) = \frac{c(y)}{y} = \frac{c_v(y)}{y} + \frac{F}{y} = CVMe(y) + CFMe(y)$ . Nótese que esta función será convexa (forma de U) porque los costes fijos medios decrecen pero los costes variables medios tienen forma de U (rendimientos de escala cuando  $y$  es pequeña pero después de vuelve insostenible).

- La curva de **costes marginales** se define como  $CM(y) = \frac{dc}{dy} = \frac{dc_v}{dy}$ . Es interesante ver que



la curva de costes marginales interseca justo en los mínimos de las curvas de CMe y CVMe. Intuitivamente, la curva de CM desde ser siempre inferior a la de CMe si ésta última es decreciente porque para que el coste medio siga bajando mientras incrementamos ' $y$ ' se tiene que dar el caso que lo que añadimos en cada paso (ie. CM) tenga que ser inferior a la media actual. Matemáticamente,  $\frac{d}{dy} \left( \frac{c(y)}{y} \right) = \frac{yc'(y) - c(y)}{y^2} = 0$  lo cual es cero precisamente cuando el coste marginal y el coste medio son iguales.

- Obviamente, el área debajo de la curva de costes marginales es igual al coste variable ya que
 
$$\int_0^y c'(t)dt = \int_0^y \frac{dc_v(t)}{dt} dt = c_v(y) - c_v(0) = c_v(y).$$
- ¿Qué ocurre a largo plazo? Bueno, pues aquí no hay factores fijos así que la historia cambia. Supongamos que tenemos unos factores  $k$  que podemos ver como el tamaño de la planta. Esto es a corto plazo fijo pero variable a largo plazo. Por lo tanto, pensemos en la curva de costes a largo plazo como  $c(y) = c_s(y, k(y))$  mientras que a corto es simplemente  $c_s(y, k)$ . Supongamos que para un nivel de producción  $y^*$ , el tamaño de la planta óptimo es  $k^* = k(y^*)$ . Por lo tanto,  $c(y) \leq c_s(y, k^*)$  con  $c(y^*) = c_s(y^*, k^*)$  ya que a largo plazo siempre escogemos una  $k$  que sea óptima para nuestro nivel de producción. Las desigualdades anteriores nos dan también  $CMe(y) \leq CMe_s(y, k^*)$  lo cual podemos visualizar así:

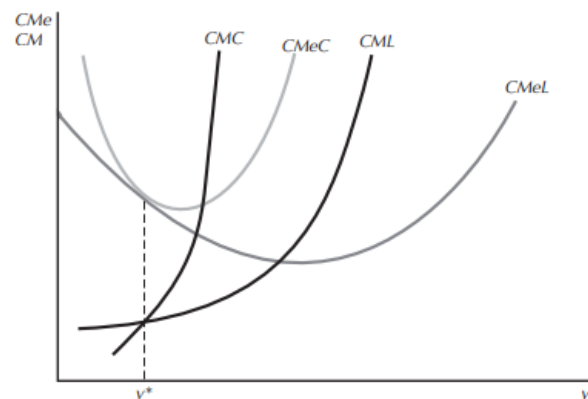
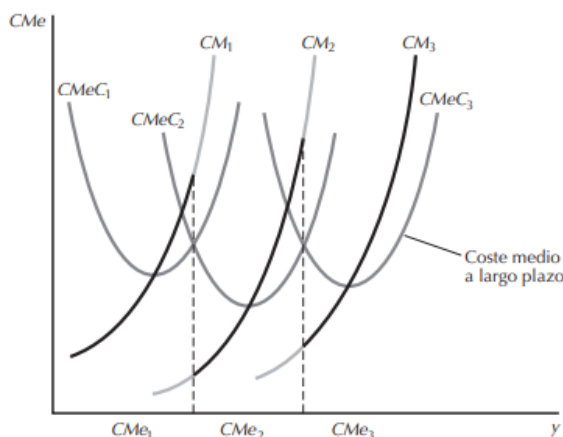


**Figura 21.7. Costes medios a corto plazo y a largo plazo.** La curva de coste medio a corto plazo debe ser tangente a la curva de coste medio a largo plazo.

Debemos pensar que si fijamos el tamaño de la planta en  $k^*$  tenemos que:

- 1) La curva a largo plazo siempre está por debajo.
- 2) Las curvas intersecan cuando el nivel de producción es igual al óptimo para ese tamaño.
- 3) Las curvas a corto plazo son pues envolventes. Si tenemos sólo un número discreto de posibles tamaños de planta,  $k_1, \dots, k_n$  entonces la curva de costes medios a largo plazo es el mínimo de todas las curvas.

- En el caso en el que el número de curvas es discreta, los costes marginales a largo plazo tienen la forma de la derecha. Por el contrario si hay un número continuo, el de la izquierda.

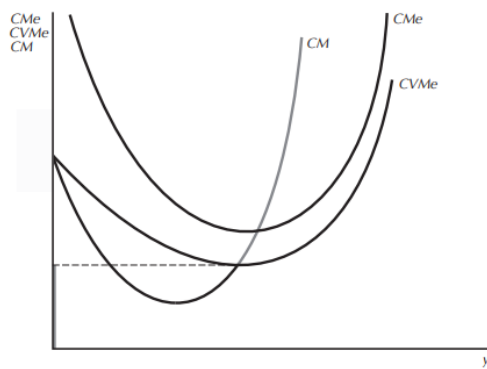


## 5. La oferta de la empresa

- Si las empresas no tuvieran ningún tipo de restricciones, entonces producirían una gran cantidad de productos a precios muy elevados. Sin embargo, hay restricciones tecnológicas

(no podemos producir todo lo que queremos) y restricciones del mercado (no me van a comprar todo lo que produzca). Si solo hay una empresa en el mercado, la curva de demanda a la que se enfrenta es muy fácil y se puede inferir de la conducta del consumidor. Cuando hay más empresas tenemos que pensar qué hará el resto también. Nos centraremos en el supuesto más simple, el de **competencia pura**. En este supuesto, *el precio de mercado es independiente del nivel de producción de cada empresa*. Sólo hay un precio de mercado.

- Si el beneficio es  $B(y) = py - c(y)$  entonces para maximizar los beneficios  $p = c'(y) = CM(y)$ . Hay que tener cuidado porque puede haber más de una intersección, dando lugar a mínimos o puntos de silla. O lo que es lo mismo, esto es una condición necesaria pero no suficiente. Sin embargo si sabemos algo: *el mínimo ocurre en la parte de la curva de CM ascendiente*. Claro, si estuviera en la parte descendiente, aumentar y daría lugar a más beneficio porque cada producto extra me daría  $p$  pero sólo me costaría  $CM$  y como  $CM$  ha decrecido  $p > CM$ .
- También hay que tener cuidado con lo siguiente: el dominio de nuestras funciones es  $[0, \infty)$  por lo que hay que asegurarse de que el máximo no está en 0 (ie. puede haber un máximo global en 0 sin que la pendiente sea 0). Queremos que si encontramos un punto estacionario, éste sea mejor que en 0, ie.



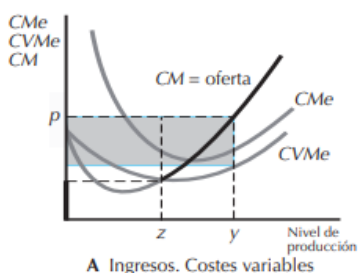
global en 0 sin que la pendiente sea 0). Queremos que si encontramos un punto estacionario, éste sea mejor que en 0, ie.

$$B(0) < B(y) \Leftrightarrow -F < py - c_v(y) - F. \text{ Por}$$

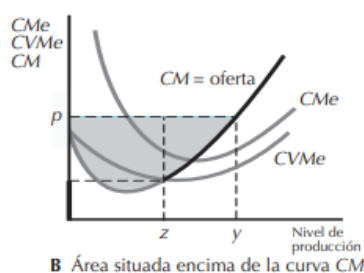
lo tanto, cerraremos cuando se cumpla esta **condición de cierre**, la cual es equivalente a  $CVMe(y) > p = CM(y)$  en el óptimo. Así que la curva de oferta será cero cuando se cumpla esta condición y  $CM$  a partir de la intersección  $CVMe(y) = CM(y)$ . La curva gris representa la

curva de oferta de nuestra empresa.

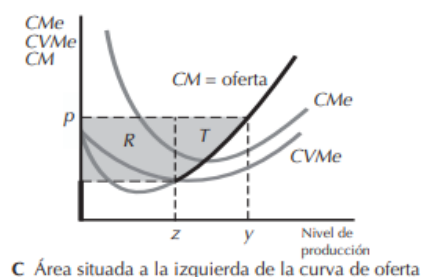
- También podemos invertir esta función para obtener la **función inversa de oferta**, dada por  $p = CM(y)$ . Esto es, dado un nivel de producción para una empresa, podemos saber el precio de mercado calculando el coste marginal a este nivel.



A Ingresos. Costes variables



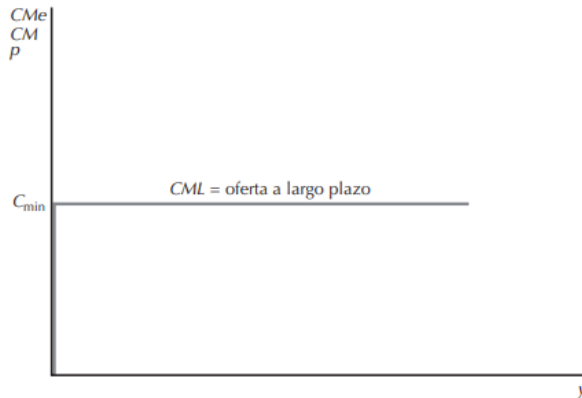
B Área situada encima de la curva CM



C Área situada a la izquierda de la curva de oferta

- Hay diferentes maneras de medir el excedente del consumidor: A) Como los ingresos menos los costes variables =  $y(p - CVMe)$ , B) Igual que antes pero ahora los costes variables se calculan como el área debajo de la curva de costes marginales, y C) Como el área a la izquierda de la curva de oferta (que es una combinación de los otros dos, simplemente utilizamos el método A hasta  $z$  y el método B hasta  $y$ ).

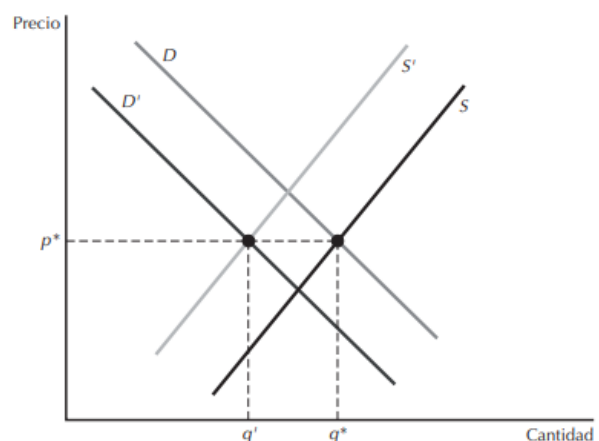
- A largo plazo la curva de oferta es  $p = CM(y, k(y))$ , mientras que a corto plazo la  $k$  está fijada. Sin embargo sabemos que  $k^*=k(y^*)$  así que las curvas de oferta a corto y largo plazo coinciden en  $y^*$  si el tamaño de la planta es  $y^*$ .
- A largo plazo además, la empresa puede cerrar sin tener que hacer frente a los costes fijos (-F) porque todo es variable a largo plazo. Por lo que la condición de cierre es ahora  $py - c(y) \geq 0 \Rightarrow CM(y) \geq CMe(y)$ , así que la curva de oferta es al menos igual de grande que la del coste medio.



- Curiosidad: si hay costes medios constantes a largo plazo (ej. rendimientos de escala constantes) tenemos un caso curioso. La curva de oferta es la parte curva CM que está por encima de la de los costes medios (la cual es horizontal aquí, ie.  $CMeL = c$ ). Pero  $CM = c$  también entonces. Por lo tanto, si  $p = c$ , la empresa está dispuesta a ofrecer cualquier cantidad de producción, arbitrariamente grande si  $p > c$  y nada si  $p < c$ .

## 6. El equilibrio

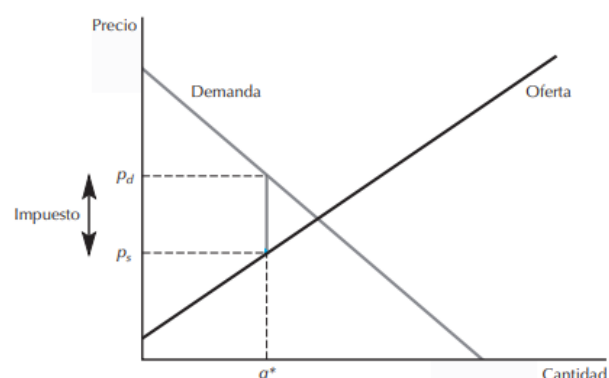
- En módulos anteriores, vimos cómo se construyen las curvas de demanda a través de las preferencias de los consumidores y los precios. Ahora veremos cómo se establece el equilibrio de mercado.
- La curva de oferta de un oferente  $S(p)$  muestra la cantidad ofrecida a cada precio. Podemos sumar las curvas de diferentes oferentes independientes para hallar la **curva de oferta del mercado**. Nos consideramos dentro de un **mercado competitivo**, donde los compradores y vendedores son precio-aceptantes y sus actos individuales no afectan al precio de equilibrio. Éste se obtiene cuando la curva de oferta interseca a la de la demanda, ie.  $D(p^*)=S(p^*)$ . También podemos observar las curvas inversas de demanda y oferta, y en equilibrio la cantidad oferta y demanda será igual y tal que  $P_s(q^*)=P_D(q^*)$ .



- La **estática comparativa** nos permite analizar cómo cambia el precio de mercado cuando hay variaciones en las curvas de oferta y demanda. Un buen ejercicio es aquel en el que analizamos el efecto de los **impuestos**.

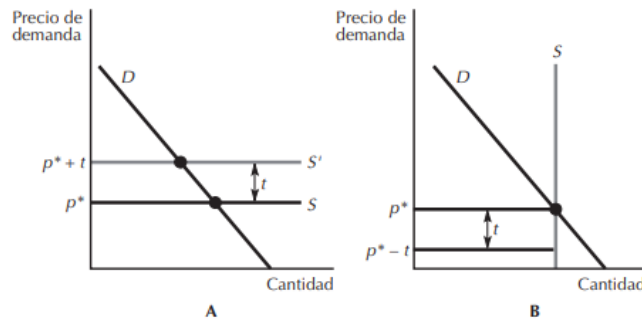
(a) **Impuestos sobre la cantidad.** Aquí se grava cada unidad con un impuesto  $t$ , por lo que  $P_D = P_S + t$ . El efecto es una traslación de una de las curvas. Recuerda que esto crea un excedente negativo por lo que hablamos de ineficiencia.

(b) **Impuesto sobre el valor.** En este caso, se incrementa porcentualmente el precio pagado por el consumidor. Es decir,  $P_D = (1+t)P_S$ . El efecto es un cambio en la pendiente de una de las curvas.



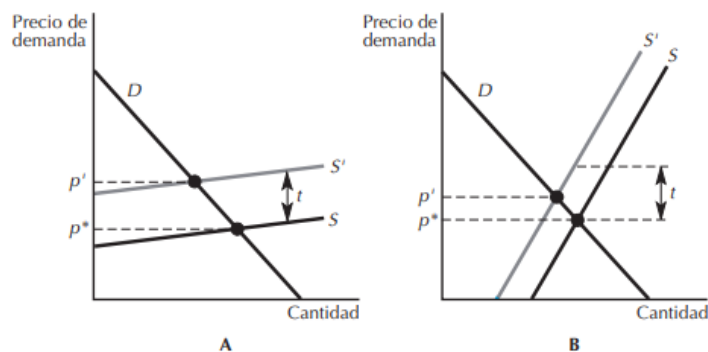


- ¿Quién paga este nuevo impuesto? Bueno, todo depende de cómo sean las curvas. Los gráficos de abajo muestran qué ocurre en los casos de perfecta elasticidad e inelasticidad.



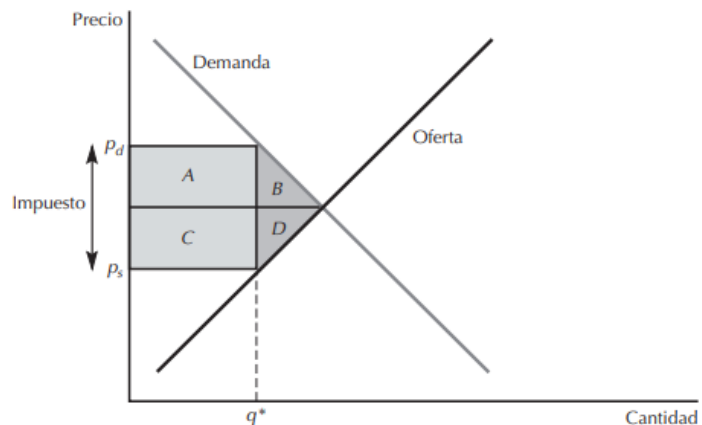
**Figura 16.5. Casos especiales de impuestos.** (A) Cuando la curva de oferta es perfectamente elástica, el impuesto se traslada totalmente a los consumidores. (B) Cuando la curva de oferta es perfectamente inelástica, el impuesto es pagado totalmente por los oferentes.

- En general obtenemos algo entre medias. Recordemos que ahora queremos que  $D(P_D) = S(P_S) \Rightarrow D(P_D) = S(P_D - t)$ , por lo que la curva de oferta se desplaza hacia arriba, y la intersección ahora nos describe el precio pagado por los consumidores. Por lo tanto, cuanto más inclinación, menos subirá el precio de los consumidores.



**Figura 16.6. Traslación de un impuesto.** (A) Si la curva de oferta es casi horizontal, puede trasladar casi todo el impuesto. (B) Si es casi vertical, puede trasladarse muy poco.

- ¿Cuál es la pérdida irrecuperable de eficiencia? Bueno, la pérdida del excedente del consumidor (ie. todo lo que se ahorran los consumidores que hubieran pagado más) es  $A+B$ , mientras que la pérdida del excedente del productor es  $C+D$ . Sin embargo, el Estado recauda lo equivalente a  $A+C$ . Por lo tanto, la pérdida es  $B+D$ .
- Una situación económica es **eficiente en el sentido de Pareto** si no es posible mejorar el bienestar de una persona sin empeorar el de alguna otra.



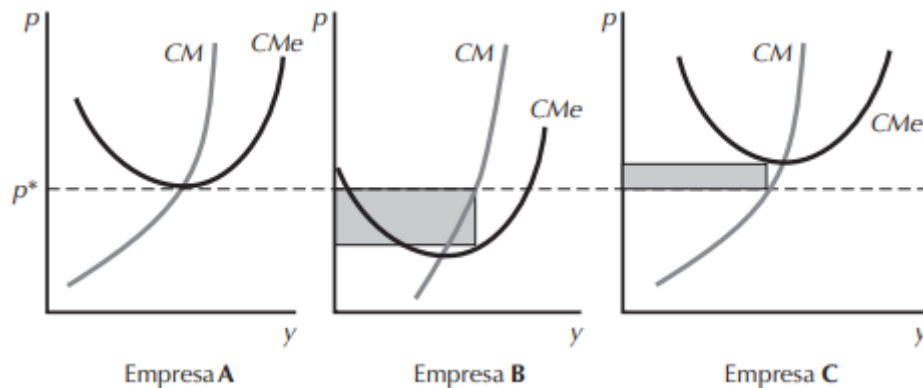
**Figura 16.7. La pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por un impuesto.** El área  $B + D$  mide la pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el impuesto.

## 7. La oferta de la industria

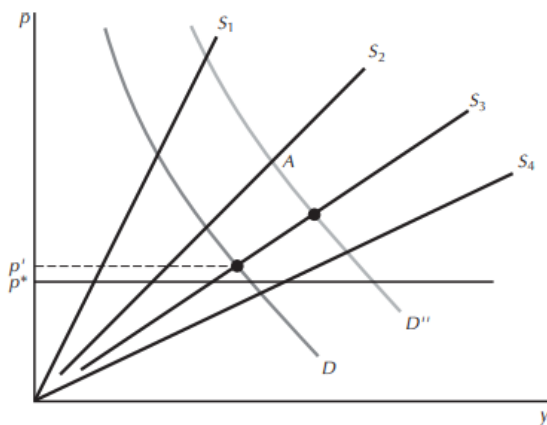
- La **curva de oferta de la industria** es la suma de las curvas de oferta de todas las empresas, ie.  $S(p) = \sum_{i=1}^n S_i(p)$ . Esto es una suma horizontal. En general, miramos a la intersección con la curva de demanda para obtener el precio de equilibrio  $p^*$ , y luego volvemos a las curvas



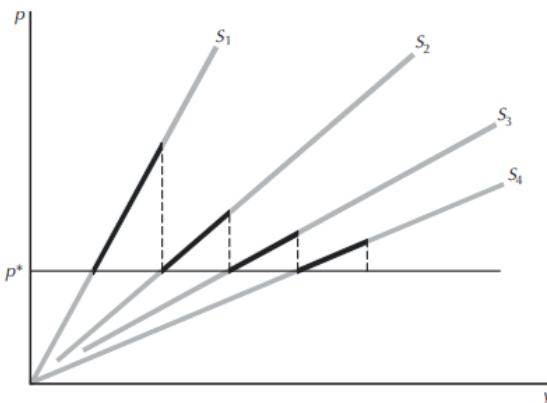
individuales para ver el nivel de producción de cada empresa y sus beneficios. Dependiendo de si  $p^*$  está encima o debajo del coste medio de la empresa para su nivel de producción, ésta obtendrá beneficios o pérdidas respectivamente:



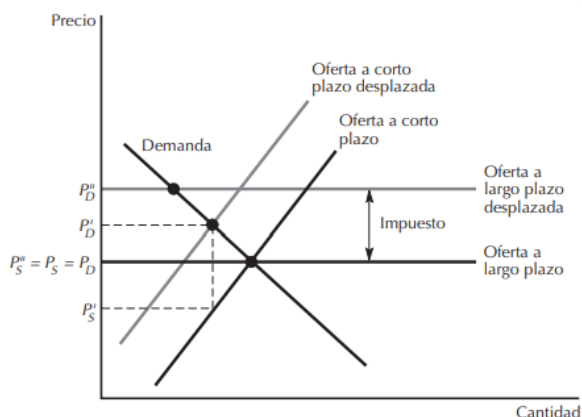
- Aquí A no tienen beneficios, B sí, pero C tiene pérdidas.



- A largo plazo las empresas pueden entrar y salir de la industria. Si hay empresas obteniendo beneficios, es natural que más empresas entren si no hay restricciones (ej. no se necesitan licencias). En el caso discreto, se irán sumando empresas hasta que no reciban beneficios. En este ejemplo, si la curva de demanda es  $D$  y el precio medio mínimo es  $p^*$ , el precio de equilibrio es  $p'$  y habrán 3 empresas (dando lugar a una curva de oferta  $S_3$ ) pero no se unirá una cuarta porque obtendría pérdidas (un precio de equilibrio menor al precio mínimo medio).



- Por lo tanto, la curva de oferta a largo plazo se convierte en la siguiente curva. Es decir, intentamos ver cual es el número de empresas que minimizan el precio de equilibrio (pero que éste esté por encima de  $p^*$ ). Entonces, cuando hay un gran número de empresas, la curva es casi horizontal e igual a  $p^*$ . Esto nos indica que en una industria competitiva donde la entrada es libre, los beneficios no pueden alejarse mucho de 0.

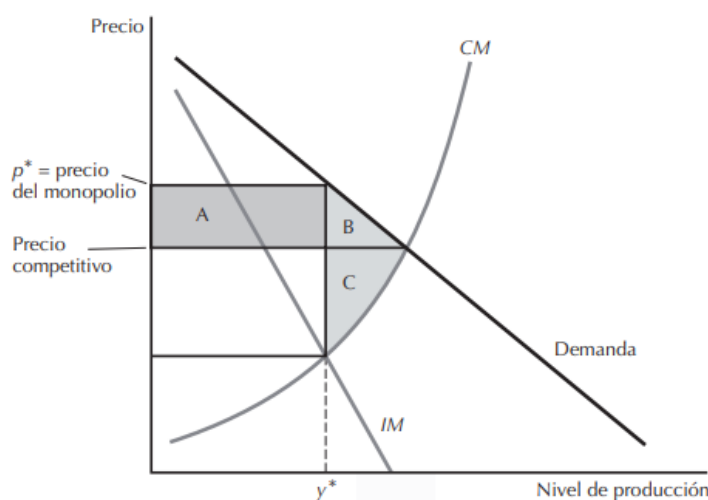


- ¿Qué ocurre cuando introducimos un impuesto? A corto plazo, ya vimos como la curva de oferta se desplaza y algo del precio lo pagan los consumidores y otro tanto los productores. A largo plazo, como los productores ya están pagando lo mínimo, hay empresas que abandonan la industria, desplazando la curva de oferta hacia arriba (ya que ahora el nuevo precio mínimo es el anterior más el impuesto).

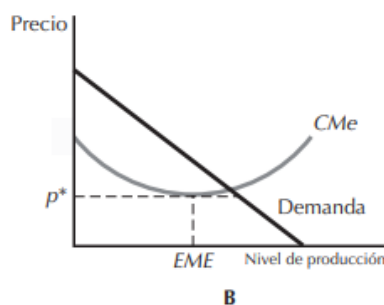
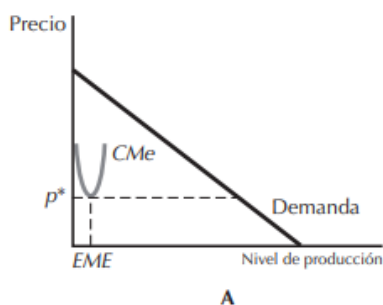
## 8. El monopolio

- Ahora consideramos el caso en el que sólo hay una empresa en esta industria: **el monopolio**. Aquí, el precio no está dado ya que la empresa podrá establecer el precio que quiera, pero ha de tener en consideración cuánto podrá absorber el mercado. Ahora tenemos que maximizar  $B(y) = i(y) - c(y) = p(y)y - c(y)$ . Por lo tanto la elección óptima es cuando el ingreso marginal es igual al coste marginal:  $p(y) + yp'(y) = c'(y) \Rightarrow p(y)[1 + \frac{1}{\varepsilon(y)}] = c'(y)$ , donde  $\varepsilon(y)$  es la elasticidad, la cual es negativa así que podemos escribir  $p(y)[1 - \frac{1}{|\varepsilon(y)|}] = c'(y)$ . Recuerda que la elasticidad precio de la demanda es  $\frac{dy/y}{dp/p} = \frac{p(y)}{yp'(y)}$ . Nótese que un monopolista *nunca elegirá el punto en el tramo inelástico*, ie. cuando  $|\varepsilon(y)| < 1$ . Aquí, los ingresos marginales son negativos (pero el coste marginal es positivo).

- Los monopolios *no son eficientes en el sentido de Pareto* en general. En el diagrama siguiente el precio monopolístico se obtiene en la intersección del ingreso marginal y el coste marginal, y el precio competitivo en la intersección entre la curva de la demanda y el coste marginal. Sabemos que en el mercado competitivo tenemos eficiencia en el sentido de Pareto. ¿Qué pasa cuando nos pasamos a un monopolio? Bueno la suma de los excedentes antes era todo el área a la izquierda de las curvas de demanda y oferta (=CM aquí). Ahora es lo mismo pero desde  $y^*$  a la izquierda. Perdemos B+C.



- Se podría pensar que lo óptimo sería fijar el precio al precio competitivo para recuperar la pérdida de eficiencia. Sin embargo, a veces este precio está por debajo del precio mínimo, lo cual da lugar a pérdidas y el monopolio puede cerrar. Esto ocurre en industrias donde hay costes fijos muy elevados. Llamamos a estas empresas **monopolios naturales**.



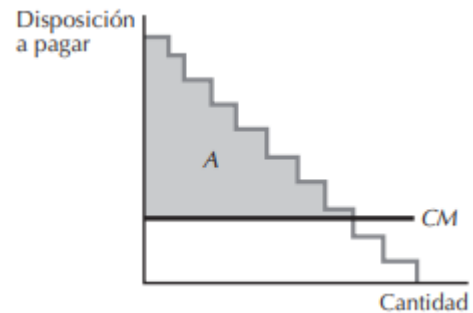
- Para saber si el mercado es monopolístico, podemos mirar la **escala mínima eficiente (EME)**, que es el nivel de producción que minimiza el CMe. Si hay pocas empresas, la EME será pequeña comparada con la demanda del mercado, así que es probable que haya muchas

empresas, y estaremos así en un mercado competitivo. También pueden surgir monopolios cuando un grupo de empresas se ponen de acuerdo para restringir la producción y elevar los precios. A este grupo de empresas se le denomina un **cártel**.

## 9. La conducta del monopolio

- A veces, un monopolista puede vender sus productos a diferentes precios. Distinguimos 3:

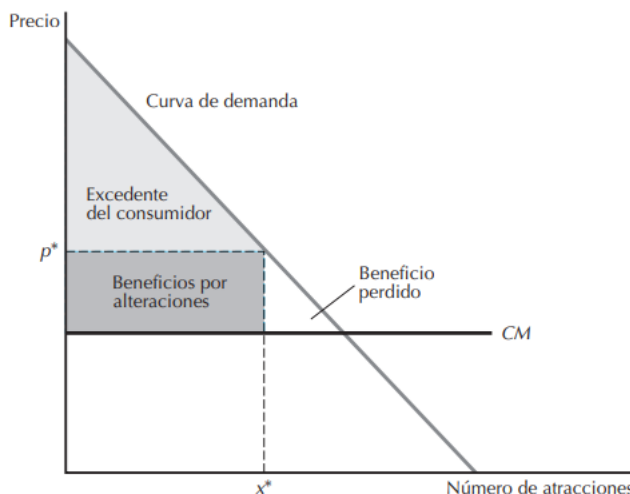
(1) **Discriminación de precios de primer grado o discriminación perfecta.** Aquí cada unidad del bien se vende a la persona que más la valore. No hay excedente del consumidor porque éste paga cada unidad a su precio de reserva. Todo el excedente se lo queda el productor (el área sombreada).



(2) **Discriminación de precios de segundo grado.** En el caso de arriba, es muy difícil para el monopolista distinguir entre consumidores y venderles el producto a su precio de reserva. Por lo tanto, a veces se elaboran combinaciones de precio-cantidad para que los consumidores se “autoseleccionen”. Es decir, se vende a precios diferentes dependiendo de cuánta cantidad compres.

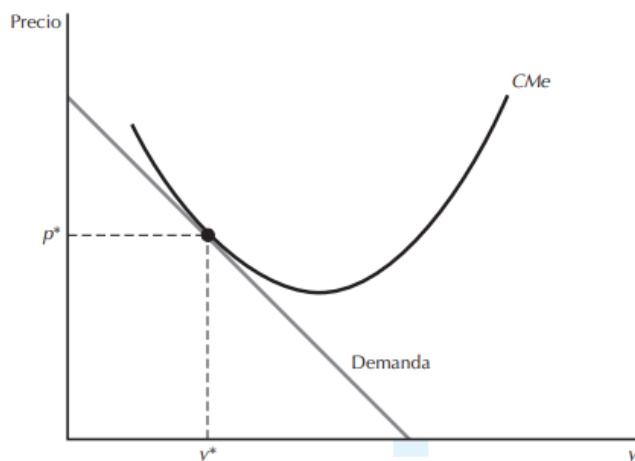
(3) **Discriminación de tercer grado.** Aquí se discrimina por grupos (ej. los estudiantes pagan un precio reducido y el resto un precio estándar). El problema de maximización de beneficios para dos grupos se convierte en  $\max_{y_1, y_2} p_1(y_1)y_1 + p_2(y_2)y_2 - c(y_1 + y_2)$ .

- Se conoce como **tarifa de dos tramos** a aquellos supuestos en los que cobramos por dos productos interrelacionados (ej. ticket para la entrada a un parque de atracciones y luego tickets para montar en atracciones).



Examinemos este ejemplo. Imaginemos que podemos cobrar a un precio  $p^*$  un número de atracciones  $x^*$ . ¿A cuánto podremos cobrar el precio del ticket? Bueno, será justo el excedente del consumidor. Por lo tanto, todo el área coloreada corresponderá al beneficio total del monopolista. Está claro que se maximiza el beneficio dejando que el precio de las atracciones sea igual al coste marginal, y fijando el precio del ticket al excedente del consumidor.

- Una estructura industrial es monopolística si la curva de demanda del producto a la que se enfrenta cada empresa tiene pendiente negativa. Recuerda que en la competencia perfecta la curva de demanda es horizontal ya que sólo se compra al precio de equilibrio. Es muy difícil analizar la competencia monopolística (que es la más habitual), excepto en los casos de monopolio puro como ya hemos hecho.



- Supongamos que estamos en una situación de equilibrio de la competencia monopolística con beneficios nulos. En este caso la curva de costes medios y la curva de demanda deben ser tangenciales. ¿Por qué? Bueno nos tenemos que encontrar si o si en la curva de demanda (las empresas producen para satisfacer la demanda). Si los beneficios son nulos, el precio de equilibrio será igual al coste medio.

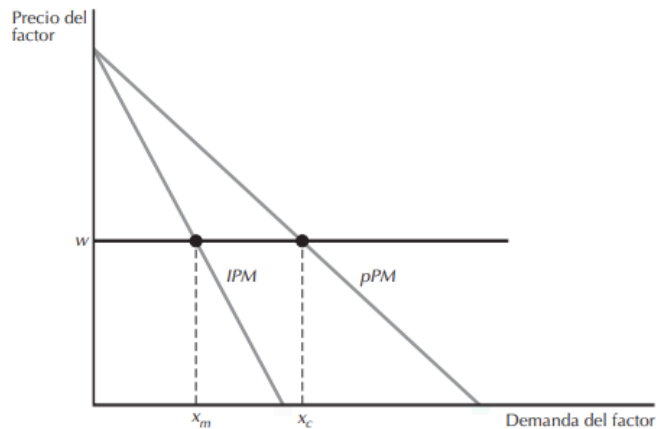
- ¿Te acuerdas del problema de los dos vendedores de helados de una playa? Para captar más clientes ambos se van acercando al centro de la playa para robarle más clientes al otro. Se obtiene una situación de equilibrio cuando ambos llegan al centro. ¡Curiosamente, cuando hay tres vendedores no existe un equilibrio! Supongamos que empezamos en una posición aleatoria. Los vendedores de los extremos se acercarán al del medio, pero éste al cabo de un rato se moverá a uno de los dos extremos porque le habrán comido demasiado terreno. Este proceso se repite infinitamente.

## 10. Los mercados de factores

- En este capítulo estudiamos otros supuestos. Cuando estudiamos en el capítulo 2 la maximización del beneficio, lo hicimos para empresas produciendo en un mercado competitivo. ¿Qué ocurre con empresas monopolísticas? Supongamos que producimos un bien  $y = f(x)$ , que depende de un factor de producción  $x$ . Ahora, como estamos en un mercado monopolístico, vendemos el producto a un precio  $p = p(y)$  que no es constante y dependerá del nivel de producción. El ingreso será  $I(y) = yp(y)$ . Recordemos que el precio será aquel para el cual el ingreso marginal sea igual al coste marginal. Por lo tanto:

$$IPM_x = \frac{dI}{dx} = \frac{dI}{dy} \frac{dy}{dx} = [p + \frac{dp}{dy} y] PM_x = p[1 - \frac{1}{|\epsilon|}] PM_x.$$

- (1) En competencia perfecta,  $\epsilon(y) = \infty$  por lo que  $IPM_x = pPM_x$ .
- (2) En monopolios  $|\epsilon| > 1$  por lo que  $IPM_x < pPM_x$ .
- ¿Cómo es posible que el **ingreso del producto marginal** ( $IPM_x$ ) sea menor para un monopolista? Chirría un poco porque sabemos que los monopolistas pueden sacar más beneficios para un nivel de producción dado. Bueno aunque puedan sacar un valor total mayor, entiende que a medida que sube  $x$ , sube  $y$  y por lo tanto baja  $p$ . Esto da lugar a que cada vez se obtenga menos valor por cada unidad de  $x$ .
- Por lo tanto, si el mercado de factores es competitivo, todas las empresas pueden comprar ese factor a un precio fijo, llamémoslo  $w$ . Como sabemos que  $IPM_x = w$ , deducimos que las empresas monopolísticas siempre comprarán una cantidad de factores de producción inferior a la de las empresas competitivas.



- Ahora estudiamos el caso del **monopsonio**, que es cuando solo hay un comprador (en el monopolio sólo hay un vendedor). Ahora la empresa no es precio-aceptante, sino precio-decisor. Supongamos que vendemos a un mercado competitivo. Ahora el beneficio es  $B(x) = pf(x) - w(x)x$ . Observa que el precio del factor ahora depende de la cantidad, a diferencia de lo visto anteriormente. El precio al que vendemos nuestro producto está fijado porque hemos asumido que el mercado es competitivo. ¿Cuándo se maximizan los beneficios?

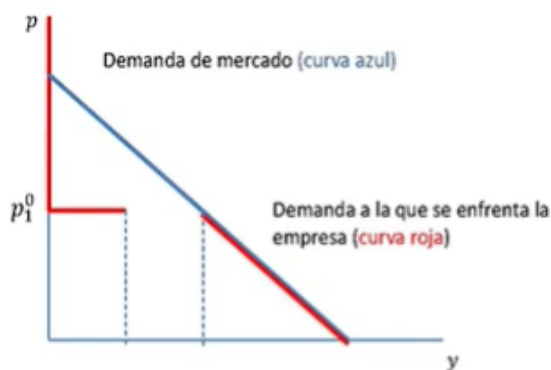
$$0 = \frac{dB}{dx} = p \frac{df}{dx} - w - x \frac{dw}{dx} \Rightarrow p \frac{df}{dx} = w[1 + \frac{1}{\eta}].$$

Nótese que como siempre el lado izquierdo es el ingreso marginal y la derecha el coste marginal. Además,  $\eta$  es la elasticidad precio de la oferta del factor. *Observa que cuanto menor sea la elasticidad, mayor será el poder del monopsonio ya que podrá fijar un valor  $w$  menor.*

- Estudiemos un tercer caso interesante, el de dos monopolios en cadena. Imaginemos que un monopolio produce un producto  $x$ , y llamémoslo el monopolista de arriba. Ahora imaginemos que hay otro monopolista que utiliza  $x$  para producir un producto  $y$ . Utilizando los mismos métodos analíticos podemos llegar a conclusiones similares.

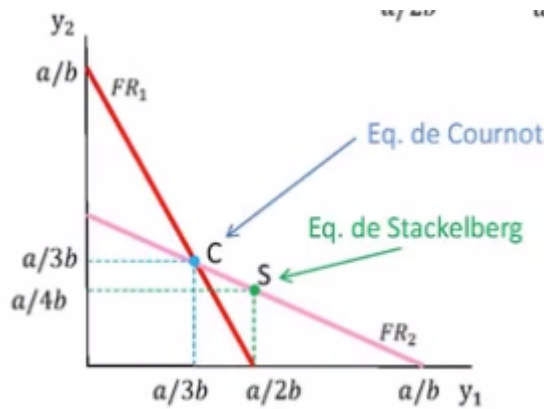
## 11. El oligopolio

- Hasta ahora hemos estudiado el mercado competitivo (donde el precio estaba fijado) y el mercado monopolístico (donde una sola empresa satisface la oferta). Ahora consideremos el caso del **oligopolio**, donde hay varias empresas con estrategias interdependientes para fijar el precio conjuntamente. Para simplificar, consideraremos un **duopolio**, donde se vende un producto homogéneo y no hay posibilidad de entrada al mercado. Distinguimos el tipo de estrategias que tienen las dos empresas:
  - (1) **Juego simultáneo**: ninguna empresa tiene información sobre la otra así que toman las decisiones a la vez.
  - (2) **Juego consecutivo**: la empresa tiene información sobre lo que ha hecho la otra y toma la decisión a posteriori.
- En este tema estudiaremos las diferentes estrategias dependiendo del tipo de juego y de las decisiones que se toman (elección del precio o cantidad).
- Elección simultánea de la cantidad (**modelo de Cournot**). Las dos empresas lanzan al mercado un nivel de producción a la vez, por lo que tienen que predecir lo que producirá la otra empresa (llamemos a los nivel esperados por la otra empresa  $y_1^e$  y  $y_2^e$  y los nivel actuales  $y_1$  y  $y_2$ ). Desde el punto de vista de la empresa 1, se debe maximizar  $y_1 p(y_1 + y_2^e) - c(y_1)$ . Esto da lugar a una condición de primer orden de la forma  $y_1 = f(y_2^e)$ , la cual llamamos **función de reacción**. Del mismo modo, la empresa 2 tiene una producción que satisface  $y_2 = f(y_1^e)$ . El equilibrio de Cournot se obtiene cuando existe unos niveles de producción tal que  $y_1 = f(y_2)$ ,  $y_2 = f(y_1)$ . Es posible demostrar que a veces si empezamos en puntos esperados que no son los de equilibrios, se convergerá (tipo spider web).
- Si tenemos más empresas obtenemos algo parecido. Si el nivel de producción total es  $y = \sum_{i=1}^n y_i$ , entonces la empresa  $i$  querrá maximizar  $p(y)y_i - c(y_i)$ . La condición de primer orden se convierte en  $p(y) + \frac{dp}{dy}y_i = CM(y_i) \Rightarrow p[1 - \frac{s_i}{|\epsilon_i|}] = CM(y_i)$ , donde  $s_i = y_i/y$  es la cuota de mercado. Nótese que el caso  $s_1 = 1$  ( $i=1$ ) reduce al caso del monopolio y cuando  $n \rightarrow \infty$ ,  $s_i \rightarrow 0$  convergimos a la competencia perfecta  $p = CM$ .



- Elección simultánea del precio (**modelo de Bertrand**). Supongamos que la empresa 2 espera que la empresa 1 venda a un precio  $p_1^0$ . Entonces la curva de demanda a la que se enfrenta la empresa 2 será la curva roja (ie. no venderá nada a un precio superior al de la empresa 1, en  $p_1^0$  venderá la mitad de lo

demandado por el mercado, y para precios inferiores a los de la empresa 1 se llevará todo lo que el mercado demande). Por lo tanto, la empresa 2 pondrá un precio ligeramente inferior. Este proceso se repetirá hasta que el precio de equilibrio haya bajado hasta el coste marginal, ie. el precio de equilibrio es  $p_1 = p_2 = CM$ .



- Modelo consecutivo, liderazgo en la elección de las cantidades (**modelo de Stackelberg**). Las matemáticas son muy parecidas a Cournot pero ahora  $y_1^e = y_1$  si la empresa 1 es la empresa líder. Se puede resolver directamente. Nótese que en el caso de demandas lineales el equilibrio de Cournot se encontraba en la intersección, mientras que ahora la empresa líder puede producir más.

- Modelo con liderazgo en la elección del precio. La empresa líder fija el precio, por lo que la empresa seguidora tiene el precio como dado por lo que se comporta como si estuviese en un mercado competitivo, ie. producirá tal que  $CM(y_2) = p$ . La empresa líder sabe que si fija un precio  $p$  le quedará una demanda residual  $R(p) = D(p) - S(p)$ , ya que tenemos que restar lo que produzca la empresa seguidora. En este caso, al poder fija el precio, se comportará como una empresa monopolística con una demanda efectiva  $R(p)$ , por lo que maximizará los beneficios dando lugar a  $IM(y_1) = CM(y_1)$ .

- Finalmente consideramos el caso del **cártel**, donde las empresas se ponen de acuerdo para maximizar conjuntamente los beneficios totales para después repartírselos. Estamos ante  $\max_{y_1, y_2} (y_1 + y_2)p(y_1 + y_2) - c_1(y_1) - c_2(y_2)$ . Las dos condiciones de primer orden dan (por simetría realmente), que  $CM_1(y_1^*) = CM_2(y_2^*)$ . Si vemos los beneficios individuales de cada empresa (ie.  $B_1 = y_1^* p(y_1^* + y_2^*) - c_1(y_1^*)$  para la empresa 1) podemos fácilmente llegar a la conclusión de que  $dB_1/dy_1 > 0$ , lo que nos indica que la empresa podría ganar más si traicionase a la empresa 2 y empezase a producir más. Para evitar que esto ocurra, se puede amenazar con producir a niveles de Cournot para siempre si se detecta que se han hecho trampas. Nótese que  $B_{free\ rider} > B_{cártel} > B_{Cournot}$  así que es tentador hacer trampas pero no con este castigo.

## 12. El intercambio

- Hasta ahora hemos considerado únicamente un mercado con un bien, dando lugar a un análisis de **equilibrio parcial**. Ahora estudiaremos el análisis de **equilibrio general**, donde se incluyen varios productos. Como es de esperar, al haber más productos, las demandas y ofertas estarán interrelacionadas. Para simplificar, consideraremos únicamente la conducta de los mercados competitivos, donde los consumidores y productores toman el precio como dado. También reduciremos el número de productos a dos.
- Comencemos con el supuesto simplificador del **intercambio puro**, donde suponemos que hay unas dotaciones fijas de bienes y veremos cómo los individuos pueden intercambiarlos entre

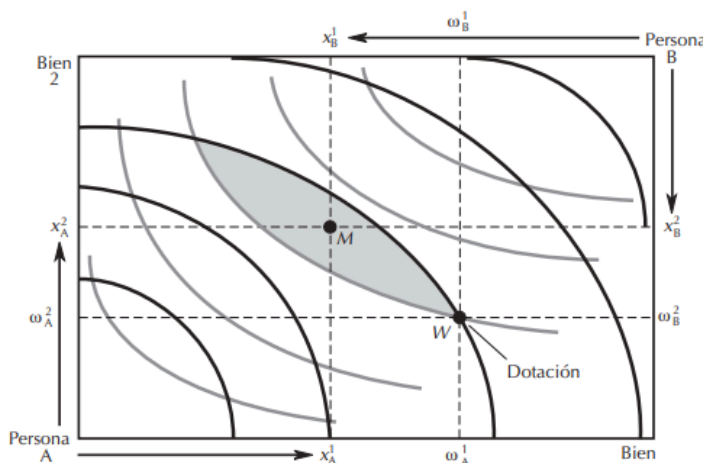


sí. Utilizamos una **caja de Edgeworth** para estudiar el comportamiento. Supongamos que tenemos unas asignaciones tal que si:

$$\left. \begin{aligned} X_A &= (x_A^1, x_A^2) \\ X_B &= (x_B^1, x_B^2) \end{aligned} \right\} \text{Asignación de los} \\ \text{productos 1 y 2 a los} \\ \text{consumidores A y B.}$$

Si la dotación inicial es  $(\omega_A^1, \omega_A^2), (\omega_B^1, \omega_B^2)$ :

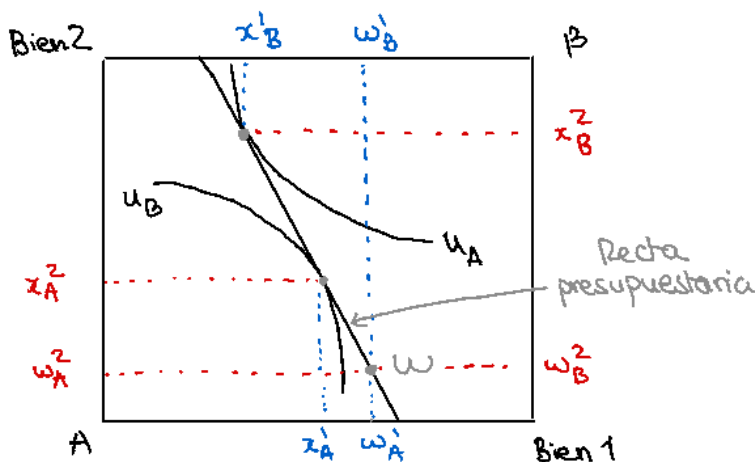
$$x_A^i + x_B^i = \omega_A^i + \omega_B^i \quad i=1,2.$$



**Figura 31.1. La caja de Edgeworth.** La base de la caja mide la cantidad total del bien 1 existente en la economía, y la altura la cantidad total del bien 2. Las decisiones de consumo de la persona A se miden a partir de la esquina inferior izquierda, y las de B a partir de la esquina superior derecha.

los consumidores. Llamamos **conjunto de Pareto** o **curva de contrato** al conjunto de puntos que son eficientes en el sentido de Pareto.

$$\begin{aligned} \max_{x_A^1, x_B^1} \quad & u_A(x_A^1, x_A^2) \\ \text{sujeto a} \quad & p_1 x_A^1 + p_2 x_B^1 = p_1 \omega_A^1 + p_2 \omega_B^1 \end{aligned}$$



- Entonces podemos dibujar la siguiente caja para visualizar las preferencias de cada consumidor al trazar las curvas de indiferencia y así hallar los intercambios que ocurrirán.

- En la figura, el punto W corresponde a la asignación inicial. Todo el área sombreada corresponde a posibles puntos que mejorarían el bienestar de ambos.

- La eficiencia en el sentido Pareto ocurre cuando las curvas intersecan pero no se cortan, puesto que no puedo moverme a otro punto sin empeorar el bienestar de uno de

- Expliquemos ahora cómo se llega a este equilibrio. Supongamos que existe un subastador que compra y vende estos bienes entre los consumidores a un precio  $(p_1, p_2)$ .

Entonces, para el consumidor A, el objetivo es el siguiente, donde  $U_A$  es su función de utilidad. Lo mismo ocurre para el consumidor B.

- Si dibujamos la recta presupuestaria (con pendiente  $-p_1/p_2$ ), podemos luego trazar aquellas isocurvas de utilidad que sean tangenciales. Las intersecciones nos darán las **demandas brutas**  $x$ . Si vemos



cuales son las demandas netas (ie. lo que quieres comprar que es  $x-w$ ) podemos observar lo siguiente. Para el bien 1, A quiere vender mientras que B quiere comprar. Sin embargo B quiere comprar más de lo que A está dispuesta a vender. Hay un *exceso de demanda*. Para el bien 2, hay un exceso de oferta por parte de B. ¿Qué ocurre? Bueno que los precios cambiarán hasta que las curvas de utilidad intersequen en el mismo punto de la recta presupuestaria. Aquí se habrá llegado al **equilibrio de mercado o equilibrio walrasiano**. Nótese que en este punto todas las RMS son iguales a  $-p_1/p_2$ .

- Consideremos ahora el **exceso de demanda agregada** del bien 1:

$$z_1(p_1, p_2) := x'_A(p_1, p_2) + x'_B(p_1, p_2) - \omega'_A - \omega'_B$$

El bien 2 tiene un análogo  $z_2$ . En el punto de equilibrio, es obvio ver que los excesos de demanda son cero. Lo que es más interesante es observar que se cumple la **ley de Walras**:

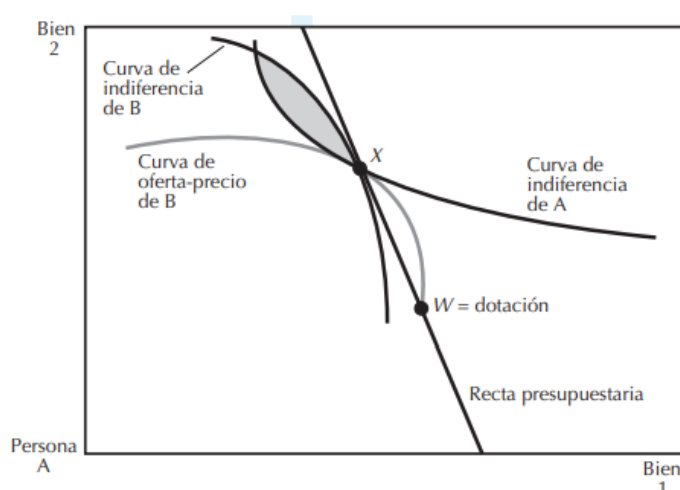
$$z_1(p_1^*, p_2^*) = 0$$

$$z_2(p_1^*, p_2^*) = 0$$

$$z_1(p_1, p_2) p_1 + z_2(p_1, p_2) p_2 = 0$$

Aunque se cumple trivialmente para los precios de equilibrio, ¡esta ecuación se cumple para cualquier precio! Se deduce fácilmente sumando las restricciones de la página anterior para cada consumidor. La ley nos indica que si hay un exceso de oferta del bien 1 habrá un exceso de demanda del bien 2 y vice versa.

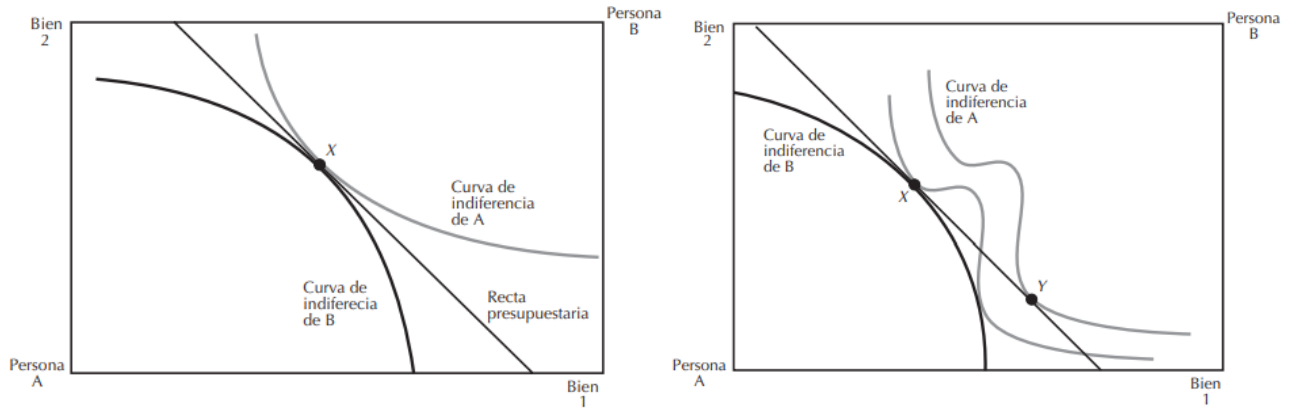
- Si queremos generalizar a  $k$  mercados hacemos lo siguiente. Tendremos  $k-1$  ecuaciones que resolver si observamos la ley de Walras. Si normalizamos por  $p_1$  solo tendremos  $k-1$  incógnitas (encontraremos pues precios relativos y no exactos pero es suficiente). A veces no se podrán resolver estas ecuaciones pero si se puede habremos encontrado los precios relativos en el equilibrio.
- El **primer teorema del bienestar** dice que la asignación de bienes en un mercado competitivo en equilibrio es eficiente en el sentido de Pareto. Gráficamente ya lo hemos demostrado, y algebraicamente es igualmente fácil.
- ¿Qué ocurre si una empresa tiene poder de decisión sobre el precio? Es lo que Varian llama el **monopolio en la caja de Edgeworth**. Supongamos que A puede elegir el precio. Recuerda



que la curva oferta-precio de una empresa es el conjunto de bienes que demandará a diferentes precios (se dio en micro consumo y se crea mirando la máxima utilidad para cada recta presupuestaria). Ahora, A simplemente elegirá el punto en la curva oferta-precio de B que maximice su utilidad (ie. donde la curva de utilidad sea tangencial a ésta). Es decir, elegirá los precios tal que la recta presupuestaria corte precisamente en ese punto. En este caso, normalmente no tenemos

eficiencia en el sentido de Pareto porque en general las curvas de indiferencia de A y B no son tangenciales. Todo el área sombreada es mejor para ambos.

- Hemos visto que el primer teorema nos decía que en un mercado competitivo la asignación era eficiente. Ahora la pregunta es otra: si tenemos una asignación eficiente en el sentido de Pareto, ¿dada una  $W$  inicial, se puede llegar siempre a ella en un mercado competitivo? El **segundo teorema de la economía del bienestar** nos dice que no siempre, pero sí si las curvas de utilidad son convexas si escogemos apropiadamente la asignación inicial. En el caso convexo (izquierda) se puede elegir unos precios tal que se llegue a  $X$ , pero en el segundo caso no es posible porque  $A$  elegirá el punto  $Y$ .

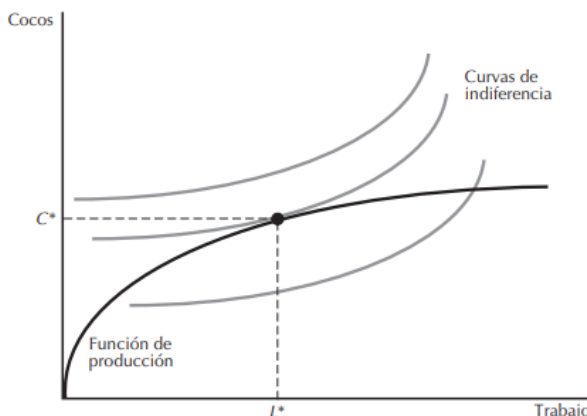


### 13. La producción

- En el capítulo anterior estudiamos un mercado donde dos agentes intercambian bienes. Ahora vamos a ver a un mercado donde hay un productor, un consumidor y dos bienes. Se denomina una **economía de Robinson Crusoe**. El nombre viene porque vamos a modelizar esta economía como si hubiera una persona (Crusoe), con dos bienes  $L$  (trabajo) y  $C$  (cocos). El modelo es:

Como consumidor  
 $u = u(L, C)$

Como productor  
 $C = f(L)$ ,  $f' > 0$ ,  $f'' < 0$



Crusoe produce cocos con su trabajo y también consume esos cocos. Gráficamente hacemos lo de siempre. Matemáticamente también es fácil ver por qué la función de producción ha de ser tangencial a la curva de indiferencia:

$$u = u(L, f(L))$$

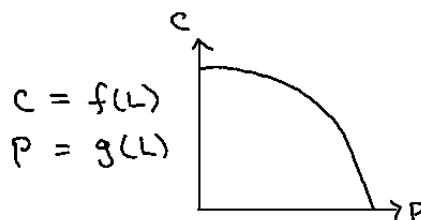
$$\frac{du}{dL} = \frac{\partial u}{\partial L} + \frac{\partial u}{\partial C} \frac{f'(L)}{\frac{dc}{dL}} = 0$$

$$\therefore f'(L) = - \frac{\partial u / \partial L}{\partial u / \partial C} = RMS(C, L)$$

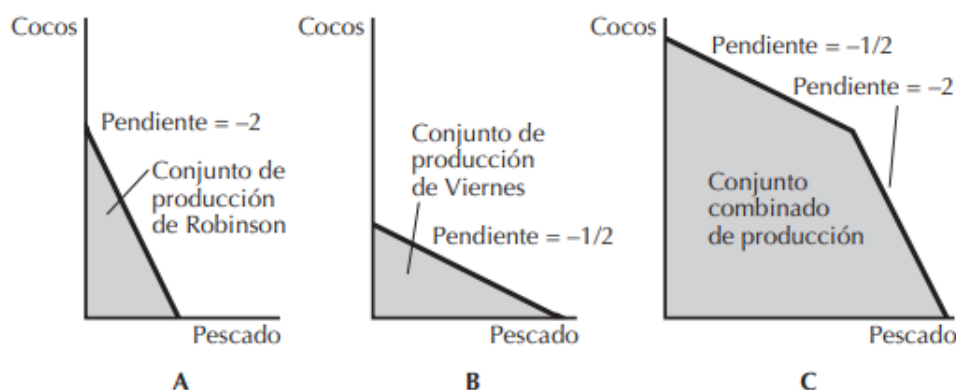
- En Varian luego se estudia el caso en el que Crusoe primero toma una decisión como productor y más tarde como consumidor. Se monta una empresa Crusoe SA donde es el único accionista, y también se contrata a sí mismo por un salario  $w$ . Desde la perspectiva del productor, el salario será  $w = f'(L)$ , mientras que como consumidor el salario óptimo al que venderá su trabajo será  $w = RMS(C, L)$ . Por lo tanto, llegamos a la misma conclusión que antes.

- ¿Se siguen cumpliendo los teoremas del bienestar en este modelo? El primer teorema sí si los rendimientos no son crecientes y si no hay externalidades (ie. las decisiones de producción de una empresa no pueden afectar a otra). El segundo teorema también se cumple si todos los agentes tienen preferencias convexas.

- Vamos a expandir paulatinamente el modelo. ¿Qué pasa si ahora Crusoe produce también un segundo bien, pescado  $P$ ? Le tiene que dedicar el tiempo que tiene para trabajar a producir un bien u otro. Sólo podemos producir aquello que esté dentro de la **frontera de posibilidades**. La tangente en un punto tiene el nombre de **relación marginal de transformación**.



- También podemos complicar el modelo si añadimos a un trabajador extra, que llamaremos Viernes. No es fácil ver cuál será la frontera de posibilidades resultante. Tenemos que tener en cuenta la ventaja comparativa.



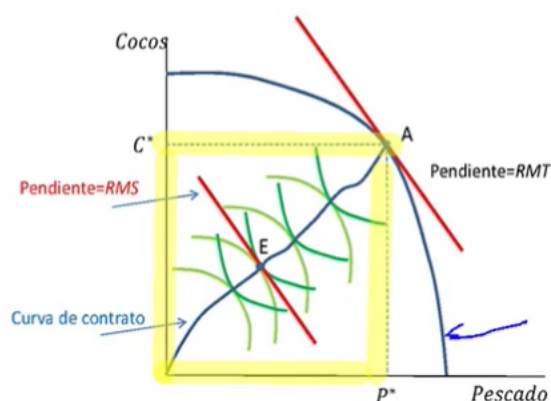
Al principio tendremos la pendiente de Viernes porque éste tiene mayor ventaja comparativa sobre el pescado por lo que él se pondrá a producir pescado. Una vez que ya no pueda producir más (ie. sólo produzca pescado y nada de cocos), empezará Crusoe.

$$\max_{C, P, L_C, L_V} P_C C + P_P P - w_C L_C - w_V L_V$$

Si el trabajo óptimo es  $(L_C^*, L_V^*)$  entonces la curva de isobeneficios es

$$B = P_C C + P_P P - L_C^* w_C L_C^* - w_V L_V^*$$

$$\Leftrightarrow C = \frac{B + L_C^*}{P_C} - \frac{P_P}{P_C} P$$



- Vamos a volver a visualizar todo como una empresa pero ahora sí que haremos mates. El desarrollo de la izquierda nos demuestra que la relación marginal de transformación es  $-p_p/p_c$ . Esto es como productores. Como consumidores, volvemos al tema anterior. Allí vimos que la relación marginal de sustitución de un bien por otro es igual a la pendiente de la recta presupuestaria, que es precisamente  $-p_p/p_c$ . Por lo tanto, uniendo todo esto vemos que  $RMT = RMS(\text{Crusoe}) = RMS(\text{Viernes})$ . Gráficamente podemos sintetizar todo en este dibujo. El interior es la caja de Edgeworth que vimos en el anterior capítulo.

- Nótese que la anterior ecuación demuestra que hay eficiencia en el sentido de Pareto puesto que las RMS de Crusoe y Viernes son iguales por lo que ninguno de los dos quiere cambiar. También necesitamos que ésta sea igual al RMT, porque ahora se puede producir más o menos de un bien también (esto sería otra forma de conseguir más producto si no se puede intercambiar).

#### 14. El bienestar

- Hasta ahora hemos visto que es posible tener una asignación eficiente en el sentido de Pareto de nuestros bienes (primer teorema del bienestar). Sin embargo, hay muchas combinaciones eficientes (todas las que estén en la curva de contrato). El segundo teorema del bienestar nos decía que si queríamos un punto específico en esta curva de contrato, era posible alcanzarlo escogiendo una asignación inicial específica. Ahora la pregunta es, ¿qué punto nos interesa alcanzar? Aquí es donde entra el concepto de bienestar.
- Supongamos que cada individuo de una sociedad puede ordenar transitivamente un grupo de asignaciones. Ejemplo: si hay un bien y tres personas podemos considerar tres asignaciones diferentes  $x=(7,7,7)$ ,  $y=(7,8,6)$ ,  $z=(6,7,8)$  si tenemos una cantidad total de 21 unidades. ¿Cómo podemos agregar las preferencias? Podríamos ordenar por mayoría: ej.  $y > z$  puesto que las personas 2 y 3 prefieren  $y$  a  $z$ . Sin embargo esto da lugar a una ordenación no transitiva. Una alternativa sería ordenar las votaciones: ej. primero hacer  $x$  vs.  $y$  y quien gane contra  $z$ . Sin embargo el mismo ejemplo demuestra que dependiendo del orden se puede hacer que gane una asignación u otra. También podríamos hacer que cada persona ordene cada asignación y luego sumar la puntuación de cada asignación. Tampoco funciona.
- Queremos un sistema de preferencias que:
  - (1) Sea completo, reflexivo y transitivo si las preferencias individuales también lo son.
  - (2) Si todo el mundo prefiere  $x$  a  $y$ , entonces colectivamente también se debe preferir  $x$  a  $y$ .
  - (3) Las preferencias  $x$  e  $y$  sólo deben depender de la forma en la que la gente ordene  $x$  e  $y$ , y no de cómo ordenen otras asignaciones.
- El **teorema de imposibilidad de Arrow** nos dice que el único sistema que satisfazca estas tres propiedades es la dictadura, donde las preferencias son las de un individuo y ya. Si nos olvidamos de la tercera propiedad, es posible encontrar un mecanismo de votación.

La persona  $i$  prefiere  $x$  a  $y \Leftrightarrow u_i(x) > u_i(y)$

• Utilitarista / beuthawita

$$w(u_1, \dots, u_n) = \sum_{i=1}^n u_i$$

• Suma ponderada

$$w(u_1, \dots, u_n) = \sum_{i=1}^n a_i u_i$$

• Minimax / rawlsiana

$$w(u_1, \dots, u_n) = \min\{u_1, \dots, u_n\}$$

- Veamos ahora cómo construir las **funciones de bienestar social**.

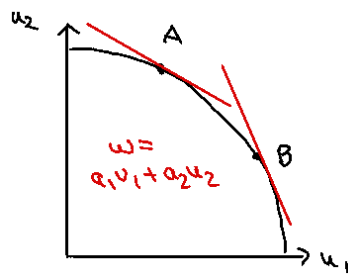
Simplemente debemos agregar de alguna forma las funciones de utilidad de todos los individuos de la sociedad.

- El problema de maximización se convierte en el siguiente:

Caso:  $n$  consumidores,  $k$  bienes. Dejemos que  $x_i^j$  = cantidad del bien  $j$  perteneciente al consumidor  $i$ ,  $x = (x_i^j)_{i,j}$ . Si  $x^1, \dots, x^k$  son las cantidades existentes de cada bien, debemos de resolver el problema:

$$\begin{aligned} \max_x & w(u_1(x), \dots, u_n(x)) \\ \text{sujeto a: } & \sum_{i=1}^n x_i^j = x^j \text{ para } 1 \leq j \leq k. \end{aligned}$$

- Nótese que la asignación de bienes que maximice el bienestar será también eficiente en el sentido de Pareto porque si se pudiera incrementar el bienestar de una persona sin dañar el del resto, se podría escoger una asignación con un bienestar mayor (pero nuestra solución ya lo maximiza).



- Como siempre, podemos dibujar una frontera de posibilidades de la utilidad además de trazar las rectas de isobienestar para encontrar la solución óptima.

- Algo curioso es que dado cualquier punto en la frontera (si esta es convexa), se puede crear una

función de bienestar ponderada tal que la solución sea ese punto.

## 15. Las externalidades

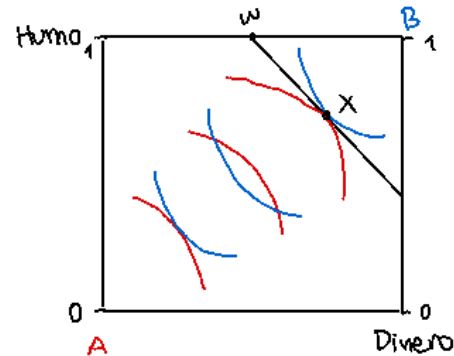
- El mecanismo de mercado es capaz de lograr asignaciones eficientes en el sentido de Pareto *si no hay externalidades*. Las **externalidades de consumo** ocurre cuando el consumidor es afectado por las decisiones de terceros (ie. otros productores o consumidores). La **externalidad en la producción** ocurre cuando el afectado es el productor. Ambas externalidades pueden ser positivas o negativas.

- Veamos un ejemplo de externalidades en el consumo.

Imaginemos que hay dos personas A y B, y dos bienes: el dinero D y el humo H. A ambos les gusta el dinero, pero sólo a la persona A le gusta el humo (ej. él es fumador pero el otro no).

$$\begin{array}{ll} \frac{du_A}{dD} > 0 & \frac{du_A}{dH} > 0 \\ \frac{du_B}{dD} > 0 & \frac{du_B}{dH} < 0 \end{array}$$

- Supongamos que ambos comparten el nivel de humo consumido. Esto nos fuerza a dibujar una caja de Edgeworth algo diferente. Ahora no compiten por el bien, si no que obtienen lo mismo por lo que el eje de ordenadas va en el mismo sentido para ambos. Ahora la idea es la misma que en los capítulos anteriores. Si empezamos con una asignación W, se impondrán unos precios relativos tal que nos desplazaremos al punto eficiente X. Otra vez, todos los puntos eficientes (como X) forman la **curva de contrato**.



- **Teorema de Coase**. Si las preferencias de los agentes son cuasilineales, todas las soluciones eficientes deben generar la misma cantidad de externalidades, independientemente de cómo se distribuyan los derechos de propiedad (ie. la asignación inicial). Es decir, la curva de contratos es horizontal.

*u es una preferencia cuasilineal si*  

$$u(x_1, \dots, x_n) = x_1 + \theta(x_2 + \dots + x_n)$$

- Estudiemos ahora un ejemplo de externalidades en la producción. Supongamos que hay dos empresas: una de acero y otra pesquera. Si la acería contamina y afecta negativamente a la pesquera, la contaminación se convierte en una externalidad. Matemáticamente ocurre lo siguiente:

• Factores : acero ( $s$ ) , contaminación ( $x$ )

• Acería tiene costes }  $\frac{dc_1}{ds} > 0$  ,  $\frac{dc_1}{dx} \leq 0$   
 $c_1(x, s)$

• Pesquera tiene costes }  $\frac{dc_2}{df} > 0$  ,  $\frac{dc_2}{dx} > 0$   
 $c_2(x, f)$

• Comportamiento de la acería :  $\max_{s, x} p_s s - c_1(s, x)$

$$\Rightarrow p_s = \frac{\partial c_1}{\partial s} , 0 = \frac{\partial c_1}{\partial x}$$

• Comportamiento de la pesquera :  $\max_f p_f f - c_2(x, f)$

$$\Rightarrow p_f = \frac{\partial c_2}{\partial f}$$

- El equilibrio no es eficiente

porque la acería no tiene en cuenta el efecto de su

contaminación sobre la

piscifactoría. El beneficio se

maximiza cuando se tiene todo

en consideración. Vemos que la última ecuación tiene un último término. Tiene sentido,

estamos igualando los costes marginales de la piscifactoría con los de la acería. Vemos que el

óptimo privado no es el mismo que el óptimo social. ¿Cómo podemos solucionar este

problema? Hay tres soluciones:

$$\max_{s, x} p_s s - c_1(s, x) - tx$$

$$\Rightarrow t = \frac{\partial c_1}{\partial x} , \text{ por } t = \frac{\partial c_2}{\partial x}$$

(1) Pon un impuesto ( $t$ ) que recaiga sobre el causante de la externalidad negativa. El nivel óptimo para el impuesto es menos el coste marginal de la segunda empresa. Pero si tuvieras esta información podríamos obligar por ley y ya... La cosa es que no conocemos esa información.

$$\max_{s, x} p_s s - qx - c_1(s, x)$$

$$\max_{f, x} p_f f + qx - c_2(f, x)$$

(2) Crear un mercado para el efecto externo. Uno ofrecerá contaminación y el otro la comprará. La igualdad de la oferta y la demanda ( $q$ ) hará que los costes marginales se igualen dando lugar a eficiencia.

(3) También se puede fusionar empresas para que se maximice el beneficio total.

## 16. Bienes públicos

- Un **bien público** es aquel que provoca externalidades en el consumo (ie. afecta a un consumidor). Además, debe suministrarse a todas las personas en una misma cantidad. Ejemplos: contaminación del aire, defensa nacional. No debemos confundirlos con bienes de titularidad pública.

- Supongamos que tenemos a dos compañeros de piso que están decidiendo si comprar una televisión o no. Con los datos siguientes, podemos deducir cuál será su precio de reserva (ie. el precio máximo que cada uno de ellos está dispuesto a pagar por la TV). Llámoslos  $r_1$  y

	Persona 1	Persona 2
Riqueza inicial	$w_1$	$w_2$
Aportación para compra de TV	$g_1$	$g_2$
Resto	$x_1$	$x_2$
Coste de TV	$c$	
Restricción presupuestaria	$\begin{cases} x_1 + g_1 = w_1 \\ x_2 + g_2 = w_2 \end{cases}$	
Restricción para compra	$g_1 + g_2 \geq c$	
Preferencias	$\begin{cases} u_1(x_1, g) \\ u_2(x_2, g) \end{cases}, g = \begin{cases} 0 & \text{no TV} \\ 1 & \text{si TV} \end{cases}$	

$r_2$ . Está claro que una condición necesaria para la compra es que los precios de reserva sean mayores que la aportación que tienen que hacer. Una condición suficiente es que la suma de los precios de reserva sea mayor que el coste de la TV.

- Existe el **problema del polizón**, en el cual los individuos no muestran sus verdaderos precios de reserva y puede llegar a darse el caso de que no se compre la TV aunque les beneficie a ambos hacerlo.

- Ahora estudiaremos el caso en el que se puede comprar diferentes cantidades del bien público. El problema con la solución:

	Persona 1	Persona 2
Riqueza inicial	$w_1$	$w_2$
Aportación para compra de TV	$g_1$	$g_2$
Resto	$x_1$	$x_2$
Cantidad del bien	$q$	
Coste	$c(q)$	
Utilidad	$u_1(x_1, q)$	$u_2(x_2, q)$

- Restricción presupuestaria:  
 $x_1 + x_2 + c(q) = w_1 + w_2$
- Problema de maximización:  
Maximizamos  $u_1$  si  $u_2 = \bar{u}_2$  constante.  
 $\max_{x_1, x_2, q} u_1(x_1, q)$   
sujeto a:  $u_2(x_2, q) = \bar{u}_2, x_1 + x_2 + c(q) = w_1 + w_2$

Solución:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, q, \lambda, \mu) = u_1(x_1, q) - \lambda(u_2(x_2, q) - \bar{u}_2) - \mu(x_1 + x_2 + c(q) - w_1 - w_2)$$

$$① \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \mu$$

$$② \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{\mu / \frac{\partial u_2}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}} = -\frac{\mu / \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}$$

$$③ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u_1}{\partial q} - \lambda \frac{\partial u_2}{\partial q} - \mu \frac{\partial c}{\partial q} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u_1}{\partial q} + \frac{\mu / \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}} \frac{\partial u_2}{\partial q} - \mu \frac{\partial c}{\partial q} = 0$$

$$\frac{u_1^1}{u_1^1 x_1} + \frac{u_1^2}{u_1^2 x_2} = c'(q)$$

$$\Rightarrow |RMS_1| + |RMS_2| = CM(q)$$

- La conclusión es que la suma de los valores absolutos de las relaciones marginales de sustitución son iguales al coste marginal en el punto óptimo. Es decir, la suma de las disposiciones a cambiar un bien  $x$  por el bien público debe ser igual al coste de conseguir una unidad más de ese bien público.
- Para el caso cuasilineal, obviamente el RMS no depende de  $x_1$  y  $x_2$  así que la cantidad óptima tampoco dependerá de este bien.
- Conclusión: en un mercado competitivo con bienes privados (cuando no hay externalidades en el consumo) vimos que la asignación es eficiente. Después hemos visto paulatinamente como el mercado no es capaz de lograr equilibrios eficientes cuando hay bienes públicos. Diseñamos mecanismos (autoritario/votación) para decidir cómo suministrar esos bienes.