

PRÁCTICA 3 - GEOMETRÍA COMPUTACIONAL - 2024

6, 13 y 20 de marzo de 2024

TEOREMA DE LIOUVILLE

Plantilla de uso opcional:

- `'GCOM2024_practica6_plantilla.py'`.

Enunciado: Dado el hamiltoniano de un oscilador no lineal, $H(q, p)$, que describe una variedad simpléctica con coordenadas $(q(t), p(t)) \in \mathbb{R}^2$, las ecuaciones de Hamilton-Jacobi conducen a la siguiente ecuación diferencial:



$$H(q, p) = p^2 + \frac{1}{4}(q^2 - 1)^2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{q} = -2q(q^2 - 1) \quad (1)$$

que describe la evolución de $q(t)$ y $p(t) = \dot{q}/2$. Supón que disponemos de un conjunto de condiciones iniciales $D_0 := [0, 1] \times [0, 1]$, y una granularidad del parámetro temporal $t = n\delta$ tal que $\delta \in [10^{-4}, 10^{-3}]$, $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, con la que puede estimarse la sensibilidad del sistema al grado de discretización. Se pide:

- Representa gráficamente el espacio fásico $D_{(0, \infty)}$ de las órbitas finales del sistema S con las condiciones iniciales D_0 . Considera al menos 20 órbitas finales diferentes. **[0.25 puntos]**
- Obtén el **valor del área** de D_t para $t = 1/3$ y una estimación del su intervalo de error, presentando los valores de forma científicamente formal (puedes esrimar el error a partir de la sensibilidad al parámetro δ). ¿Se cumple el teorema de Liouville entre D_0 y D_t ? Razona la respuesta. **[0.5 puntos]**
- Realiza una **animación GIF** del diagrama de fases D_t para $t \in (0, 5)$. **[0.25 puntos]**

Observaciones:

La memoria debe entregarse antes de que transcurran **28 días** desde el inicio de la práctica, salvo que se indique lo contrario.

La memoria, siempre en pdf, debe incluir **al menos** la siguiente información: (1) Introducción (motivación/objetivo de la práctica), (2) Material usado (método y datos), (3) Resultados, (4) Conclusión y (5) Anexo con el script/código utilizado.

La extensión máxima de la memoria **no superará las 2 páginas**, sin contar el código anexado (ilimitado) y demás anexos. El total de la superficie de las figuras/tablas (si las hubiese) no podrán excederse del 50 % de la memoria.

La memoria (‘.pdf’), la **animación** (‘.gif’) y el **código fuente** (archivo ‘.py’) deben subirse como archivos independientes. **No** subir archivos **comprimidos**.