Valor esperado de una variable aleatoria

miércoles, 13 de julio de 2022 05:03 p. m.

Imaginamos repetir el mismo experimento aleatorio muchas veces, por ejemplo el lanzamiento de dos dados. Dependiendo de la probabilidad de cada resultado posible, los diferentes resultados saldrán con diferentes frecuencias. Imaginamos ahora de apuntar todos estos resultados. Vamos a suponer que se repite el experimento un número de veces n muy grande, $n \to \infty$ y que podamos calcular el promedio de todos estos resultados. Esta cantidad se define "esperanza matemática" o "valor esperado" (en cuanto es el promedio que espero obtener repitiendo muchas veces el experimento) de la variable aleatoria.

Se denota con:

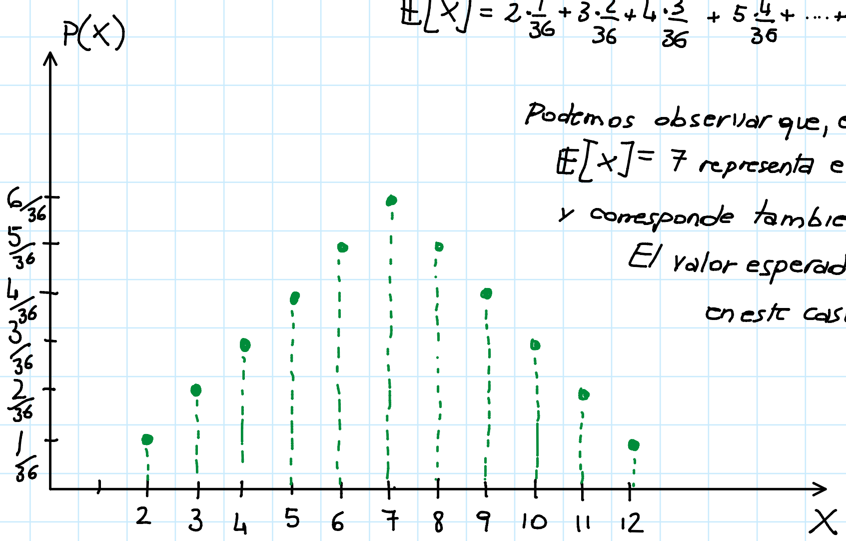
$$\mathbb{E}[X] \quad o \quad \mathbb{E}X$$

Para una variable aleatoria discreta:

$$\mathbb{E}[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i \, P(X = x_i)$$

Por ejemplo, para el ejemplo del lanzamiento de dos dados:

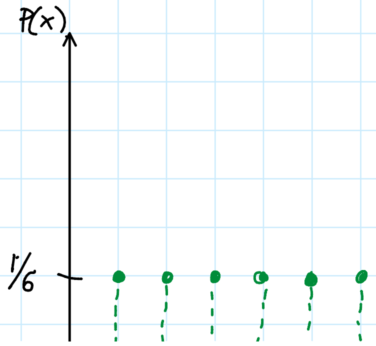
$$\mathbb{E}[X] = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + 4 \cdot \frac{3}{36} + 5 \, \frac{4}{36} + \cdots + 12 \cdot \frac{1}{36} = 7$$



Podemos observar que, en este caso, $\mathbb{E}[X] = 7$ representa el centro de la distribución y corresponde también al valor más probable.

El valor esperado $\mathbb{E}[X]$ es la MEDIA de la distribución, en este caso de distribución simétrica, coincide con el centro y el valor más probable.

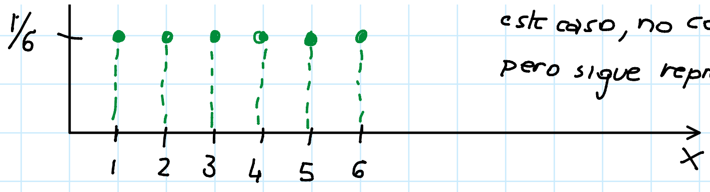
Vamos a considerar otro ejemplo, como el experimento de lanzamiento de un dado. En este caso, definimos como variable aleatoria el número que sale y los 6 resultados son "equiprobables" si el dado es balanceado.



$$\mathbb{E}[X] = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6}$$

$$= 3.5$$

Podemos observar que el valor esperado, en este caso, no coincide con un resultado posible pero sigue representando el valor X que



este caso, no coincide con un resultado posible pero sigue representando el valor X que corresponde al centro de la distribución.

En el caso de una variable aleatoria CONTINUA, el valor esperado se define como:

$$\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$$

La esperanza matemática de la variable aleatoria representa la MEDIA de la distribución, que también se denota con "μ".