Taller 2 - Sistemas de Ecuaciones

Sergio Andrés Mejía Tovar Julian David Parada Galvis

27 Febrero 2019

1 Demostraíón Punto 8

Demostración

Para demostrar la matriz de transición para el método SOR $T=(-D^{-1}U)(I+LD^{-1})^{-1}$

La idea es aplicar la definición de convergencia del método del error de truncamiento, que establece que:

$$E^{k+1} = TE^k$$

Desarrollando así el lado izquierdo de la igualdad se obtiene:

$$\begin{split} X - X^{k+1} &= -D^{-1}L(X - X^{k+1}) - UD^{-1}(X - X^k)) \\ E^{k+1} &= -D^{-1}LE^{k+1} - UD^{-1}E^k \\ E^{k+1} + D^{-1}LE^{k+1} &= -UD^{-1}E^k \\ E^{k+1}(I + D^{-1}L) &= -D^{-1}UE^k \end{split}$$

Finalmente se llega a la expresión:

$$E^{k+1} = (-D^{-1}U)(I + D^{-1}L)^{-1}E^k$$

Comparando con la ecuación original $E^{k+1}=TE^k,$ queda demostrado que la matriz transición T es:

$$T = (-D^{-1}U)(I + LD^{-1})^{-1}$$