Universidade Federal do ABC Centro de Matemática, Computação e Cognição

MC5004 - Aprendizado de Máquina Algoritmos Baseados no Comportamento de Colônias de Formigas

Profa.: Karla Vittori

Julho/2010 Santo André/SP

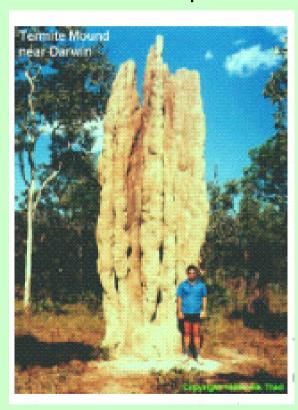
Roteiro

- 1 Insetos sociais
- 2 Auto-organização e estigmergia
- 3 Modelos sobre o Comportamento de Colônias de Formigas
- 4 Otimização Baseada no Comportamento de Colônias de Formigas (ACO)
- 5 Algoritmos ACO
 - 5.1 Sistema de Formigas (*Ant System* AS)
 - 5.2 Sistema de Formigas Elitista
 - 5.3 Formigas-Q

Roteiro

- 6 Resultados Teóricos
- 7 Aplicações Científicas do ACO
- 8 Aplicações Comerciais do Método ACO
- 9 ACO Aplicado ao Roteamento em Redes de Telecomunicações
- 10 Pesquisas futuras em ACO

Indivíduos simples -> comportamento coletivo complexo





(b)

(a) Figura 1 – Comportamento coletivo de (a) cupins e (b) formigas.

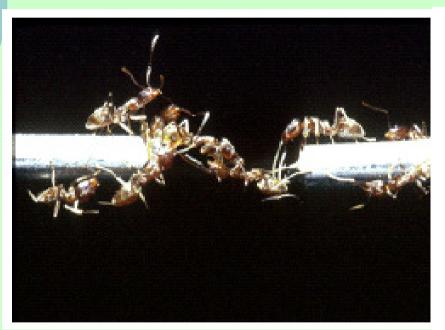




Figura 2 – Comportamento coletivo de formigas.







Figura 3 – Comportamento coletivo de vespas.

Características de uma colônia de insetos sociais:

- flexibilidade;
- robustez;
- descentralização;
- auto-organização.

1.1 – Colônias de Formigas

- Comunicação química:
 - feromônios -> alarme, defesa do ninho, atividade sexual e recrutamento para uma fonte de alimento.

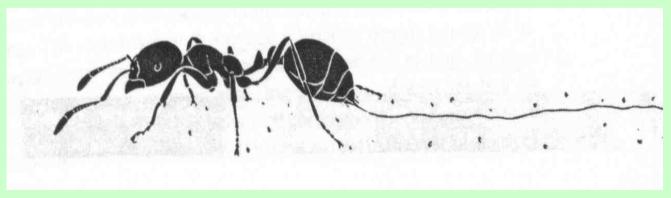


Figura 4 – Depósito de feromônio por uma formiga Solenopsis geminata (Hölldobler e Wilson, 1990)

1.1 – Colônias de Formigas

Busca de Alimento



Figura 5 – Comportamento de formigas sob caminhos de comprimento diferente.

(a) No início da busca por alimento e (b) após um determinado tempo.

(Hölldobler e Wilson, 1990)

2 – Auto-organização (SO) e Estigmergia

2.1 – Auto-organização

Componentes:

- realimentação positiva;
- realimentação negativa;
- amplificação das flutuações;
- iterações múltiplas.

(Bonabeau et al., 1987; Camazine et al., 2001; Haken, 1977; Nicolis e Prigogine, 1977)

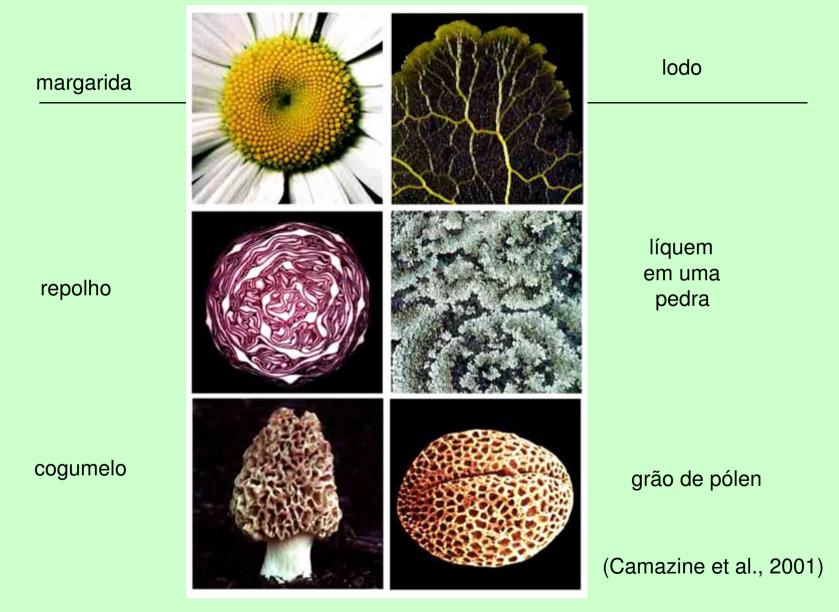


Figura 6 – Padrões auto-organizados em plantas e fungos.

reação química de

Belousov-Zhabotinski

células de convecção de Bénard (óleo)

gretas de tinta em madeira

dunas

lama seca nas

margens

de um lago

Verniz em madeira

(Camazine et al., 2001)

Figura 7 – Padrões auto-organizados em sistemas físicos e químicos.

2 – Auto-organização (SO) e Estigmergia

2.2 - Estigmergia

- Comunicação indireta
 - Um indivíduo modifica o ambiente e outro indivíduo responde à esta mudança algum tempo depois (estímulo).
- Acesso à informação local.
- Meio da interação -> ambiente.
- Coordenação e cooperação em uma tarefa.

2 – Auto-organização (SO) e Estigmergia

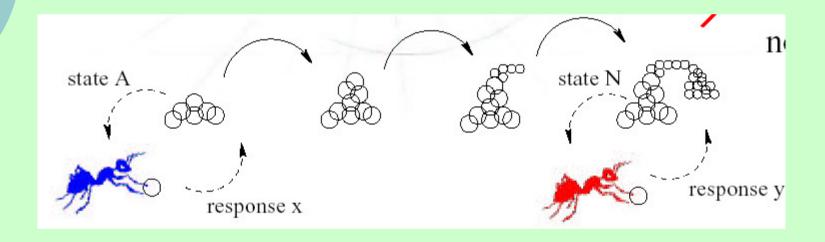


Figura 8 – Comportamento de formigas.

3.1 – Escolha entre Dois Caminhos Iguais

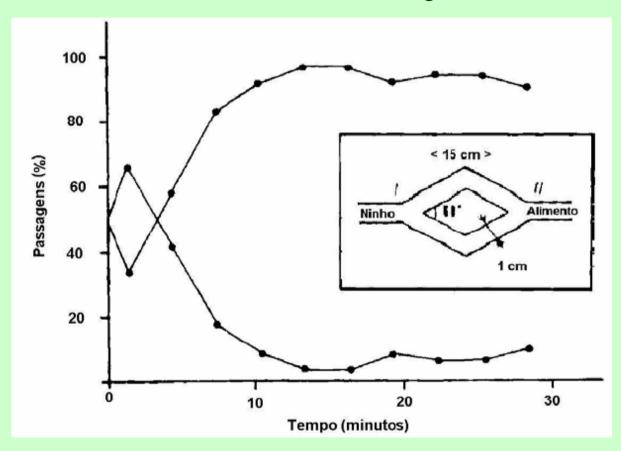


Figura 9 – Ponte sobre a qual o experimento foi realizado e porcentagem de formigas sobre os dois caminhos da ponte, a cada 3 minutos. (Deneubourg et al., 1990; Goss et al., 1990).

Modelo:

- A quantidade de feromônio em um ramo é proporcional ao número de formigas que percorreram o ramo.
- A evaporação do feromônio não foi considerada (≅ 30min)
 (Van Vorhis Key e Baker, 1982).
- -Escolha probabilística das formigas -> dependente do número de formigas que selecionaram cada um dos ramos.

Escolha de um ramo:

$$prob_{A} = \frac{(A_{i} + k)^{n}}{(A_{i} + k)^{n} + (B_{i} + k)^{n}}$$
 (1)

$$prob_B = 1 - prob_A \tag{2}$$

Na qual: A_i , B_i = concentração de feromônio sobre os ramos A e B;

n = grau de não-linearidade da escolha (n = 2);

k = atratividade de um ramo sem feromônio (k = 20).

Atualização do feromônio:

$$A_{i+1} = A_i + \delta \tag{3}$$

$$B_{i+1} = B_i + (1 - \delta) \tag{4}$$

$$A_i + B_i = i \tag{5}$$

Nas quais: δ = variável que recebe valor 1 quando o ramo A é escolhido e 0 quando isto ocorre com o ramo B;

i = número de formigas que atravessaram a ponte (feromônio).

Resultados do modelo:

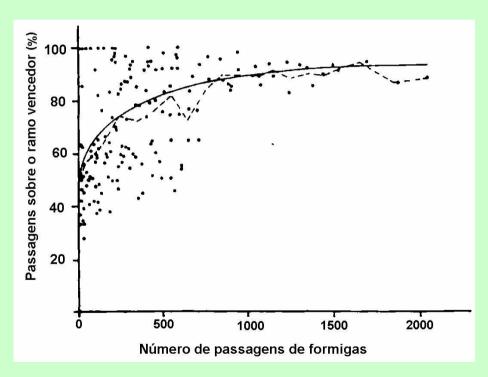


Figura 10 – Porcentagem de formigas sobre o ramo selecionado. Os pontos representam os valores medidos nos experimentos, a cada 3min para 30min. A curva sólida representa a média de 200 simulações de Monte Carlo, e a curva pontilhada representa os valores médios de N = 20 experimentos (Deneubourg et al., 1990; Goss et al., 1990).

3.2 - Escolha entre Dois Caminhos Diferentes

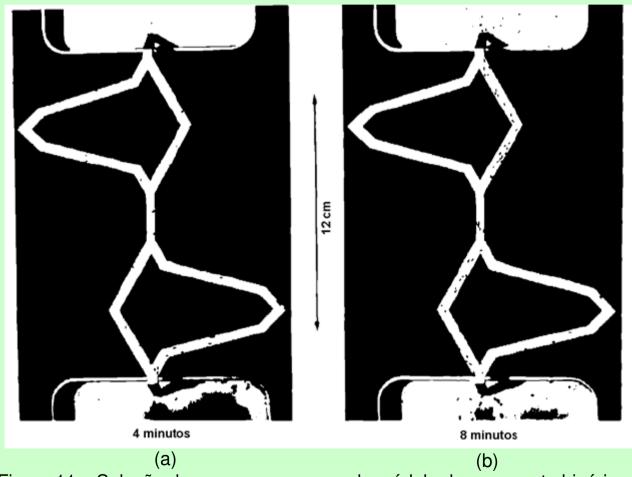
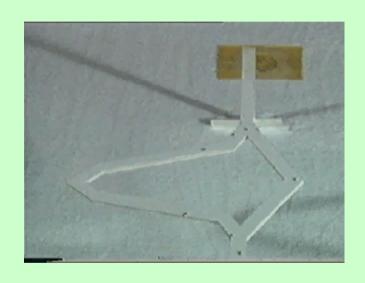


Figura 11 – Seleção do menor ramo em cada módulo de uma ponte binária, após (a) 4 min e (b) 8 min (GOSS et al., 1989, 1990).



Resultados dos experimentos:

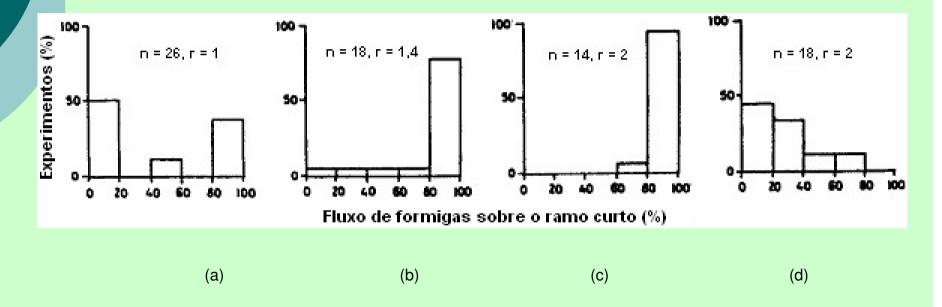


Figura 12 – Distribuição do fluxo de formigas sobre o ramo curto nos experimentos, onde r = relação entre o comprimento do ramo longo e o do ramo curto e n = número de experimentos. (a) r = 1, n = 26; (b) r = 1,4, n = 18; (c) r = 2, n = 14 e (d) r = 2, n = 18, porém o ramo menor foi introduzido somente após 30min do início do experimento, o fluxo de formigas foi medido entre 20-30min após a introdução do ramo menor. Nas Figs. 12a-c, o fluxo de formigas foi medido entre 30-40min após a inserção da ponte (Goss et al., 1989, 1990).

Modificação do modelo:

- O modelo desenvolvido anteriormente foi modificado para considerar o tempo despendido pelas formigas para percorrer cada um dos dois ramos do ambiente considerado.
- O número de indivíduos se movendo sobre a ponte a cada passo de tempo em cada direção foi representado pela variável ϕ .
- Neste modelo, os pontos de escolha da ponte foram representados por j (j = 1, 2). Cada formiga seleciona o ramo curto A ou o ramo longo B com probabilidade $prob_{A,j}$ ou B $prob_{B,j}$, de acordo com a concentração de feromônio sobre os ramos A_i e B_i de cada ponto de escolha j.

Modificação do modelo:

- Os indivíduos que selecionaram o ramo curto A em j=1 (ou 2) alcançaram o próximo ponto de escolha j=2 (ou 1) aproximadamente 20s depois, dado sua velocidade média e comprimento do ramo.
- Os indivíduos que escolheram o ramo longo B em j=1 (ou 2) despenderam 20 vezes r segundos para atingir o ponto de escolha j=2 (ou 1), onde r é a relação entre o comprimento do ramo longo e o do ramo curto.

Modificação do modelo:

$$\frac{dA_{j}}{dt} = \phi \ prob_{A,j} \ (t-20) + \phi \ prob_{A,j} \ (j=1;j=2;j=2;j=1)$$
 (6)

$$\frac{dB_j}{dt} = \phi \ prob_{B,j} (t - 20r) + \phi \ prob_{B,j} \tag{7}$$

$$prob_{A,j} = \frac{(A_j + k)^n}{(A_j + k)^n + (B_j + k)^n}$$
(8)

$$prob_{A,j} + prob_{B,j} = 1 (9)$$

Nas quais: j = ponto de escolha das formigas (<math>j = 1, 2);

 A_i , B_i = concentração de feromônio sobre os ramos A e B;

 $\phi = \text{número de formigas em cada direção};$

r = relação entre os comprimentos dos ramos longo e curto.

Resultados do modelo:

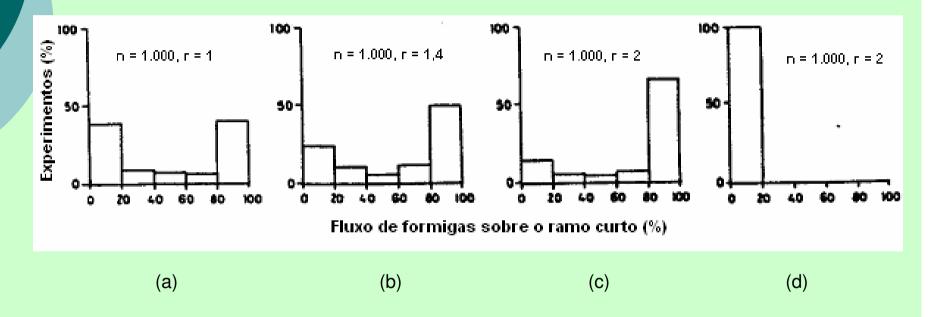


Figura 13 – Distribuição do fluxo de formigas sobre o ramo curto nas simulações do modelo descrito nas Eqs. (6-9), , onde r = relação entre o comprimento do ramo longo e o do ramo curto, n = número de experimentos e ϕ = geração de formigas por segundo. Para ϕ = 0,5 e: (a) r = 1, n = 1000; (b) r = 1,4, n = 1000; (c) r = 2, n = 1000 e (d) r = 2, n = 1000, porém o ramo curto foi introduzido somente após 1.000s. (Goss et al., 1989, 1990). O fluxo de formigas foi medido no período de 1.501-2.000s.

3.3 – Escolha entre Duas Fontes de Alimento Iguais

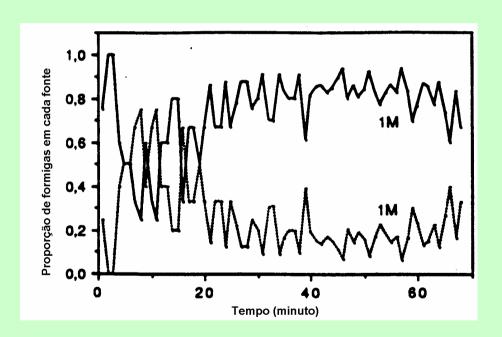


Figura 14 – Proporção de formigas em cada uma das duas fontes de igual qualidade (1M de sacarose), apresentadas simultaneamente, como uma função do tempo (Goss et al., 1990).

3.4 – Escolha entre Duas Fontes de Alimento Diferentes

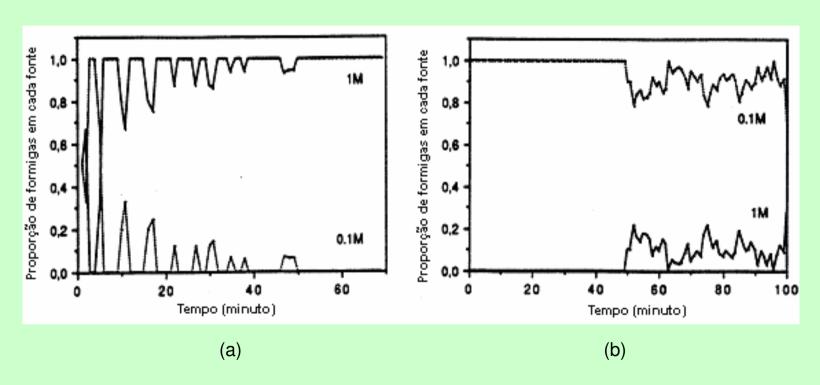


Figura 15 – Proporção de formigas sobre cada uma das duas fontes apresentadas. (a) Quando as fontes possuem quantidade de alimento diferente (1M e 0,1M) e (b) Quando além da situação (a), a fonte mais rica (1M) é apresentada posteriormente em relação a mais pobre (0,1M), (Goss et al., 1990).

Modelo:

$$A_{i+1} = A_i + q\delta \tag{10}$$

$$B_{i+1} = B_i + (1 - q\delta) \tag{11}$$

Nas quais: $q = \text{relação entre o feromônio depositado em média pelas formigas que retornam da fonte melhor (1M) com relação àquele depositado pelas formigas que retornam da fonte pior (0,1M);$

 A_i = quantidade de feromônio depositada na fonte rica em alimento (1M);

 B_i = quantidade de feromônio depositada na fonte pobre em alimento (0,1M).

Resultados do modelo:

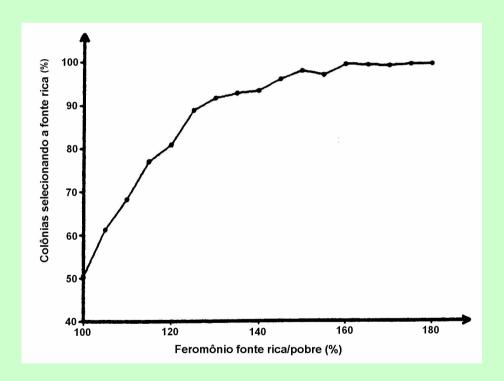


Figura 16 – Resultado das simulações do modelo envolvendo as Eqs. (1-2 e 5) e (10-11). A porcentagem de formigas que escolhem a melhor fonte é função de *q*. Cada ponto representa o resultado de 500 simulações com 1.000 indivíduos (Goss et al., 1990).

Simulações sob três fontes iguais a distâncias diferentes:

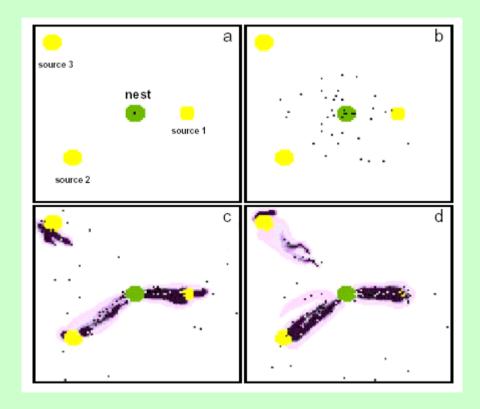
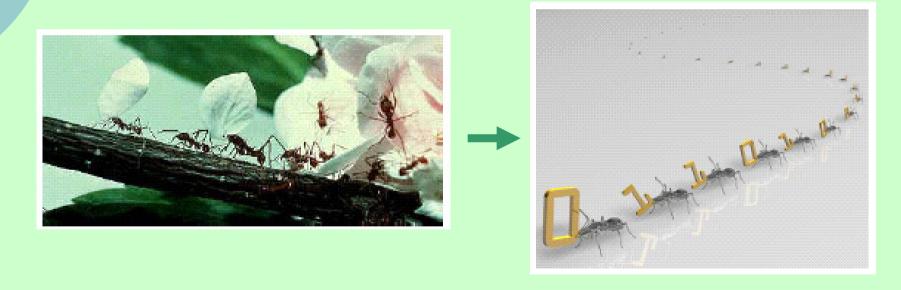


Figura 17 – (a) Três fontes estão a distâncias diferentes do ninho; (b) Exploração aleatória do ambiente; (c) Estabelecimento das trilhas para as três fontes e (d) Somente as trilhas entre o ninho e as fontes mais próximas são mantidas. Quando as duas fontes mais perto do ninho não possuírem mais alimento, as formigas irão explorar a próxima fonte do ambiente. (Bonabeau et al., 1999).

- Insetos sociais -> agentes artificiais



(a) (b) Figura 19 – (a) O comportamento de insetos sociais e (b) A sua transformação em agentes artificiais.

Transformação de formigas reais em agentes artificiais:

- definição de variáveis de estado apropriadas às condições do problema;

- acesso local aos valores destas variáveis.

- Inteligência de enxame -> emergência da inteligência coletiva a partir das interações entre agentes simples.

- Autonomia, emergência e distribuição da função substituem controle, pré-programação e centralização.

Método desenvolvido por Marco Dorigo, professor e pesquisador do Instituto de Pesquisas Interdisciplinares e de Desenvolvimentos em IA (IRIDIA), da Universidade de Bruxelas, localizado na Bélgica.







Figura 20 – Fotos de Marco Dorigo

(Dorigo, 1992; Dorigo et al., 1991,1999; Dorigo e Stützle, 2004)



Figura 21 – Foto de robôs que usam ACO (site de Marco Dorigo)



Figura 22 – Foto de robôs que usam ACO (site de Marco Dorigo)

(Dorigo, 1992; Dorigo et al., 1991,1999; Dorigo e Stützle, 2004)

Características semelhantes às das formigas reais:

- colônia de agentes que se movimentam de forma assíncrona e simultânea, buscando as melhores soluções;
- mudança das variáveis de estado (comunicação indireta), simulando as trilhas de feromônios (cooperação);

Características semelhantes às das formigas reais:

- sequência de movimentos locais entre os estados do ambiente;
- política de decisão estocástica sobre o caminho a ser percorrido, baseada em informação local;
- evaporação do feromônio (novas soluções).

Características diferentes das formigas reais:

 mundo discreto e movimentos são transições entre estados do ambiente;

estado interno (memória);

atualização das variáveis de estado (depósito de feromônio),
 proporcional à qualidade da solução encontrada;

Características diferentes das formigas reais:

 dependência do problema com relação ao momento desta atualização (após solução completa ou a cada movimento);

- capacidades extras: previsão da qualidade de estados futuros, otimização local e movimentos baseados em estados passados.

Algoritmo do ACO:

Atribua valores aos parâmetros, inicialize as trilhas de ferômonio **Enquanto** critério de parada não for atingido **faça**

Para cada formiga Construa Solução Fim Para Atualize Feromônio

Fim enquanto

Representação do problema:

- No ACO, o problema é representado por um grafo G = (V, A), formado por um conjunto de vértices V e de arcos A, rotulados com um valor de custo.

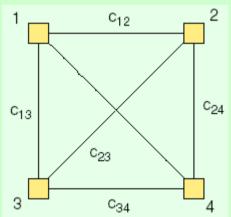


Figura 23 – Representação de um problema de otimização por um grafo.

- As formigas artificiais percorrem o grafo construindo uma solução.
- Nesse percurso, as formigas depositam feromônio sobre cada arco visitado.

ALGORITHM	AUTHORS	YEAR	REFERENCES
ANT SYSTEM (AS) ELITIST AS ANT-Q ANT COLONY SYSTEM $\mathcal{MAX}\text{-}\mathcal{MIN}$ AS RANK-BASED AS ANTS	DORIGO ET AL. DORIGO ET AL. GAMBARDELLA & DORIGO DORIGO & GAMBARDELLA STÜTZLE & HOOS BULLNHEIMER ET AL. MANIEZZO	1991 1992 1995 1996 1997 1999	[6]—[8] [7], [8] [9] [10]—[12] [13]—[15] [16], [17]
BWAS HYPER-CUBE AS	CORDON ET AL. BLUM ET AL.	2000 2001	[19] [20], [21]

Figura 24 – Algoritmos ACO (Dorigo et al., 2006).

- 5.1 Sistema de Formigas (Ant System AS)
 - Aplicado ao problema do caixeiro viajante

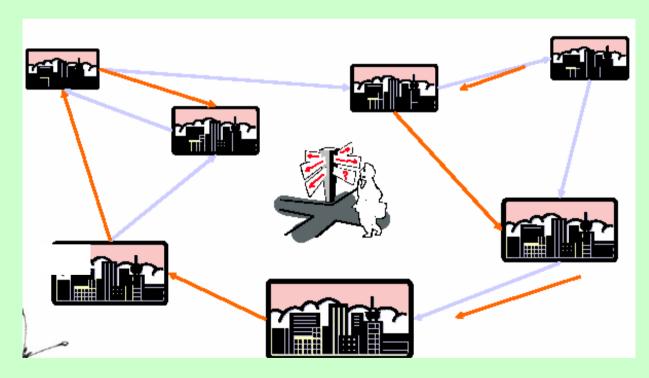


Figura 25 – Representação do problema do caixeiro viajante (*Traveling Salesman Problem* – TSP).

(Dorigo, 1992; Dorigo et al.,1991,1996)

- Problema do caixeiro viajante

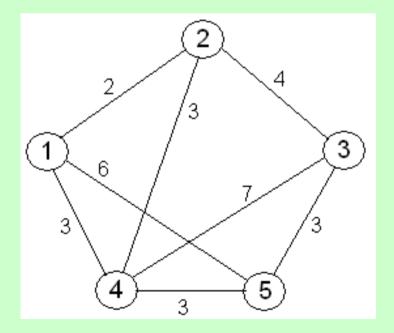


Figura 26 – Representação do problema do caixeiro viajante (*Traveling Salesman Problem* – TSP).

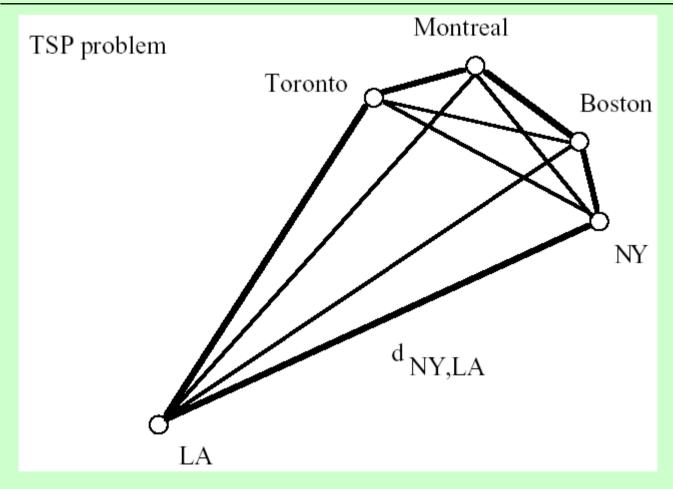


Figura 27 – Representação do problema do caixeiro viajante (*Traveling Salesman Problem* – TSP).

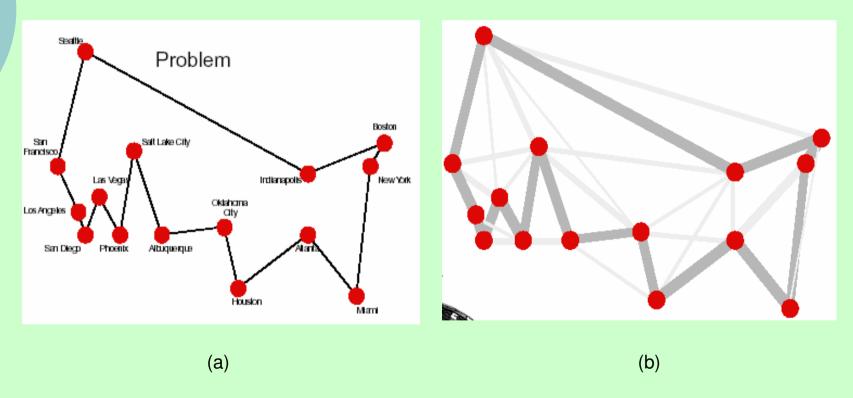


Figura 28 – (a) Representação do TSP como um grafo (N,A), onde as cidades são os nós N e as conexões entre as cidades são as arestas A (N = 15); (b) diferentes soluções possíveis.

5.1 - Ant System (AS) considera:

- d_{ij} = distância entre as cidades i e j;
- τ_{ij} = feromônio entre as cidades i e j (τ_0 = 10⁻⁶);
- m formigas, cada uma percorrendo uma rota;
- número máximo de iterações.

Regra de transição da cidade *i* para a cidade *j* :

- se a cidade j ainda não foi visitada (memória) -> J_i^k
- inverso da distância ($\eta_{ij} = 1/d_{ij}$);
- feromônio au_{ii}



Figura 29 – Representação da regra de transição usada na escolha de uma formiga.

Regra de transição probabilística da cidade *i* para a cidade *j* :

-Se
$$j \in J_i^k$$

$$p_{ij}^{k}(t) = \frac{\left[\tau_{ij}(t)\right]^{\alpha} \cdot \left[\eta_{ij}\right]^{\beta}}{\sum_{l \in J_{i}^{k}} \left[\tau_{il}(t)\right]^{\alpha} \cdot \left[\eta_{il}\right]^{\beta}}$$

$$(12)$$

Na qual: α = peso atribuído ao feromônio (α = 1);

 β = peso atribuído à distância entre as cidades (β = 5).

Regra de atualização do feromônio (após completar a rota):

$$\Delta \tau_{ij}^{k}(t) = \begin{cases} Q/L^{k}(t) & \text{se } (i,j) \in T^{k}(t) \\ 0 & \text{se } (i,j) \notin T^{k}(t) \end{cases}$$

$$(13)$$

Na qual: $\Delta \tau_{ij}^k(t)$ = incremento no feromônio τ_{ij} na iteração t;

Q = parâmetro que deve ter a ordem da menor rota (Q = 100);

 L^{k} (t) = comprimento da rota percorrida pela formiga k.

 $T^{k}(t)$ = rota percorrida pela formiga k na iteração t;

Regra de atualização do feromônio (todas as arestas):

$$\tau_{ij}(t) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t)$$
(14)

Na qual:
$$\Delta_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{m} \Delta \tau_{ij}^{k}(t)$$
 (15)

m = número de formigas (m = n);

n = número de cidades;

 ρ = decaimento do feromônio (0 < ρ < 1; ρ = 0,5)

5.2 – Sistema de Formigas Elitistas (SA_e):

- A cada iteração t, e formigas atualizam o feromônio sobre a melhor rota encontrada até o momento T^+ , que possui comprimento L^+ (e = 5).

Resultados:

Tabela 1 – Resultados para o problema TSP com 30 cidades. TS = *Tabu Search* e SA = *Simulated Annealing*. 500 iterações. Média sobre 10 simulações. (PC 386)

Métodos	Rota menor	Rota média	Desvio-padrão
AS	420	420,4	1,3
TS	420	420,6	1,5
SA	422	459,8	25,1

Limitação -> não-convergência para a solução ótima em problemas maiores, diversidade de soluções boas (não-ótima). Vantagem -> boa para problemas pequenos.

- Combina ACO com Aprendizagem por Reforço (AR).
 - Características do AR:
 - Possibilita a aprendizagem a partir da interação do agente com o ambiente.
 - Não se dispõe da informação sobre quais ações devem ser tomadas, como ocorre no aprendizado supervisionado.

Características do Aprendizado por Reforço (AR):

- O agente não recebe a "resposta correta" (não há presença de um professor).
- Diz-se apenas se o resultado foi "bom" (o agente recebe uma recompensa) ou "ruim" (o agente recebe uma punição).
- Não há um professor, mas um crítico externo.
- A tomada de decisão segue um processo de tentativa e erro
- Procura maximizar sinal de reforço ao longo do tempo.

Aprendizado por Reforço

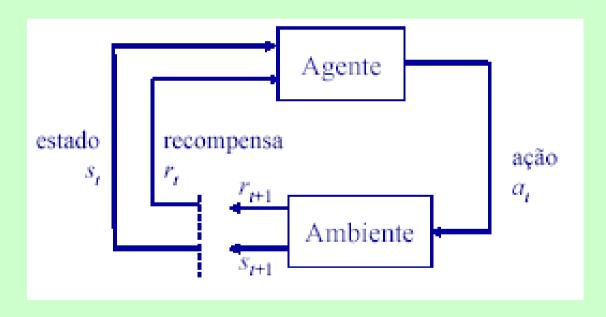


Figura 30 – Representação da interação entre agente e ambiente no AR.

- Cada par de cidades (*i,j*) possui:
- A) Um valor-Q, representado por AQ(i,j), que muda ao longo do tempo.

B) Um valor heurístico HE(i,j), que no problema TSP representa o inverso da distância entre i e j:

$$HE(i,j) = 1/d_{ij} \tag{16}$$

5.3 - Formigas - Q(Ant - Q)

Regra de transição entre as cidades *i* e *j* (exploração):

$$j = \begin{cases} \arg \max_{u \in J_i^k} \{ [\tau_{iu}(t)] . [\eta_{iu}]^{\beta} \} \text{ se } q \leq q_0 \\ u \in J_i^k \end{cases}$$
 se $q > q_0$ (17)

Na qual: q = variável aleatória uniformemente distribuída entre [0,1];

 q_0 = parâmetro ajustável (0 $\leq q_0 \leq$ 1; q_0 = 0,9)

Se $q > q_0$, seleciona-se $J \in J_i^k$

$$p_{ij}^{k} = \begin{cases} \frac{[AQ(i,j)]^{\delta} . [HE(i,j)]^{\beta}}{\sum_{u \in J_{i}^{k}} [AQ(i,u)]^{\delta} . [HE(i,u)]^{\beta}} \text{ se } j \in J_{i}^{k} \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}$$
(18)

Na qual: δ = peso atribuído ao valor-Q (δ = 1).

 β = peso atribuído à distância entre as cidades (β = 2).

Atualização do feromônio entre as cidades *i* e *j* :

- Após cada iteração, para todas as formigas.

$$AQ(i,j) \leftarrow (1-\alpha)AQ(i,j) + \alpha \left(\Delta AQ(i,j) + \gamma \max_{z \in J_i^k} AQ(j,z)\right) \quad \text{(19)}$$

Na qual: α = taxa de aprendizagem (α = 0,1);

 γ = fator de desconto (γ = 0,3)

Atualização do feromônio entre as cidades *i* e *j* :

- somente para a formiga que gerou a menor rota até o momento (exploração mais direcionada).

$$\Delta AQ(i,j) = \begin{cases} \frac{W}{L_{k_{ib}}} & se(i,j) \in \text{ ao caminho do agente } k_{ib} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$
 (20)

Na qual: W= parâmetro cujo valor foi obtido empiricamente (W= 10) k_{ib} é o agente que fez a melhor rota na iteração atual $L_{k_{ib}}$ é o comprimento da rota de k_{ib}

Resultados:

Tabela 2 – Resultados do Ant-Q e AS para diferentes problemas TSP.

Ambiente	Formigas-Q (<i>Ant-Q</i>)			Sistema de Formigas (AS)		
	Média	Desvio- padrão	Melhor	Média	Desvio- padrão	Melhor
Grid 6x6	360	0	360	360	0	360
Oliver30	424,44	0,46	423,74	425,46	0,51	423,74
ry48p	14690	157	14422	14889	223	14803

- Critérios de parada:
- A) AS 3.000 iterações ou após a solução ótima ter sido encontrada;
- B) *Ant*-Q após solução ótima ter sido encontrada ou após 50 iterações para Grid 6x6, 200 para Oliver30 e 600 ara ry48p.
- Resultados constituem a média de 15 simulações.

Resultados: Rota ótima para o problema Oliver30

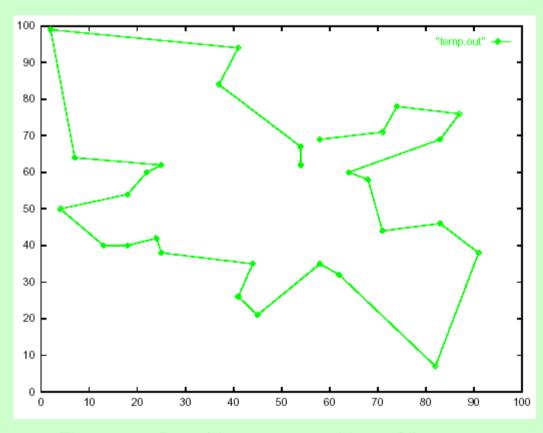


Figura 31 – Rota ótima para o problema Oliver30.

Resultados:

- Para 5 conjuntos de 50 cidades.
- -Comparando com *Simulated Annealing* (SA) e Mapa Auto-organizável (MAO)
- Formigas-Q realizou 500 iterações. Média de 15 simulações

Tabela 3 – Resultados do AS, MAO e Ant-Q para 5 conjuntos de 50 cidades do problema TSP.

Conjunto	AS	MAO	Ant-Q
1	5,88	6,06	5,87
2	6,01	6,25	6,06
3	5,65	5,83	5,57
4	5,81	5,87	5,76
5	6,33	6,70	6,18

Modificações do AS:

- 1) Regra de transição entre as cidades *i* e *j* ;
- 2) Atualização do feromônio entre as cidades i e j ;
- 3) Atualizações locais do feromônio (exploração);
- 4) Lista de cidades candidatas.

1) Regra de transição entre as cidades *i* e *j* (exploração):

$$j = \begin{cases} \arg\max_{u \in J_i^k} \{ [\tau_{iu}(t)] . [\eta_{iu}]^{\beta} \} \text{ se } q \leq q_0 \\ p_{ij}^k \text{ se } q > q_0 \end{cases}$$
 (21)

Na qual: q = variável aleatória uniformemente distribuída entre [0,1];

 q_0 = parâmetro ajustável (0 $\leq q_0 \leq$ 1; q_0 = 0,9)

Se $q > q_0$, seleciona-se $J \in J_i^k$

$$p_{ij}^{k}(t) = \frac{\left[\tau_{ij}(t)\right] \cdot \left[\eta_{ij}\right]^{\beta}}{\sum_{l \in J_{i}^{k}} \left[\tau_{il}(t)\right] \cdot \left[\eta_{il}\right]^{\beta}}$$
(22)

Na qual: β = peso atribuído à distância entre as cidades (β = 2).

- 2) Atualização do feromônio entre as cidades *i* e *j* :
 - somente para a formiga que gerou a menor rota até o momento (exploração mais direcionada).

$$\tau_{ij}(t) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \rho \cdot \Delta \tau_{ij}(t) \tag{23}$$

Na qual: (i, j) pertencem à menor rota T^+ obtida;

 ρ = taxa de decaimento do feromônio (ρ = 0,1);

$$\Delta \tau_{ij}(t) = 1/L^{+} \tag{24}$$

 L^+ = comprimento da rota T^+ .

3) Atualizações locais do feromônio (diminui feromônio sobre as arestas visitadas, para aumentar a exploração):

$$\tau_{ij}(t) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \rho \cdot \tau_0$$
(25)

Na qual:
$$\tau_0 = 1/(n \cdot L_{nn})$$
 (26)

n = número de cidades;

 L_{nn} = comprimento da menor rota pela heurística do vizinho mais próximo.

- 4) Lista de cidades candidatas:
 - Cidades preferidas a serem visitadas a partir de uma cidade i.
 - Contém as cidades mais próximas;
 - cl = número de cidades na lista (cl = 15);
 - Ordem crescente de distância;
 - Após visitar todas as cidades na lista -> escolha de outra cidade fora da lista que ainda não foi visitada.

Resultados:

Tabela 4 – Resultados para o problema TSP com 50 cidades. SA = *Simulated Annealing*, EM = *Elastic Net* e SOM = *Self-Organizing Map*. Médias para 25 simulações. No ACS, 2.500 iterações com 10 formigas.

	ACS	SA	EN	SOM	
Conjunto 1	5,88	5,88	5,98	6,06	
Conjunto 2	6,05	6,01	6,03	6,25	
Conjunto 3	5,58	5,65	5,70	5,83	
Conjunto 4	5,74	5,81	5,86	5,87	
Conjunto 5	6,18	6,33	6,49	6,70	

(Bonabeau et al., 1999; Dorigo e Gambardella, 1997)

Tabela 5 – Resultados para o problema TSP: menor rota, rota média e número de iterações.

GA = Genetic Algorithm, EP = Evolutionary Programming e SA = Simulated Annealing.

Médias para 25 simulações. No ACS, 1.250 iterações com 20 formigas.

	ACS	GA	EP	SA
50 cidades	425	428	426	443
	(427,96)	(N/A)	(427,86)	(N/A)
	1.830	25.000	100.000	68.512
75 cidades	535	545	542	580
	(542,37)	(N/A)	(549, 18)	(N/A)
	3.480	80.000	325.000	173.250
100 cidades	21,282	21.761	N/A	N/A
	(21.285,44)	(N/A)	(N/A)	(N/A)
	4.820	103.000	N/A	N/A

6 – Resultados Teóricos

A) Convergência do ACO:

- Foi provada para os algoritmos ACS e MMAS (Stützle e Dorigo, 2002; Dorigo e Stützle, 2004);
- Velocidade de convergência (Gutjahr, 2006).

B) Conexão entre ACO e outros métodos inteligentes:

- Entre ACO e AR (Birattari et al., 2002);
- Entre ACO e Algoritmos de Aprendizado Probabilísticos, como Gradiente Ascendente Estocástico (SGA), (Meuleau e Dorigo, 2002).
- Proposta de estrutura unificada de algoritmos baseados em modelo (Zlochin et al., 2004).

- A problemas estáticos:

Problem name	Authors	Year	Main references	Algorithm name
Traveling salesman	Dorigo, Maniezzo & Colorni Gambardella & Dorigo Dorigo & Gambardella Stützle & Hoos Bullnheimer, Hartl & Strauss	1991 1995 1996 1997 1997	[33, 40, 41] [49] [37, 38, 50] [97, 98] [12]	$\begin{array}{c} \operatorname{AS} \\ \operatorname{Ant-Q} \\ \operatorname{ACS} \& \operatorname{ACS-3-opt} \\ \operatorname{\mathcal{MMAS}} \\ \operatorname{AS}_{rank} \end{array}$
Quadratic assignment	Maniezzo, Colorni & Dorigo Gambardella, Taillard & Dorigo Stützle & Hoos Maniezzo & Colorni Maniezzo	1994 1997 1998 1998 1998	[77] [53, 54] [99] [76] [75]	AS-QAP HAS-QAP ^a MMAS-QAP AS-QAP ^b ANTS-QAP
Job-shop scheduling	Colorni, Dorigo & Maniezzo	1994	[20]	AS-JSP
Vehicle routing	Bullnheimer, Hartl & Strauss Gambardella, Taillard & Agazzi	1996 1999	$[15, 11, 13] \\ [52]$	AS-VRP HAS-VRP
Sequential ordering	Gambardella & Dorigo	1997	[51]	HAS-SOP
Graph coloring	Costa & Hertz	1997	[22]	ANTCOL
Shortest common supersequence	Michel & Middendorf	1998	[78, 79]	AS-SCS

Figura 32 – Aplicações do ACO para problemas estáticos (Dorigo et al., 1999)

- A problemas dinâmicos:

Problem name	Authors	Year	Main references	Algorithm name
Connection-oriented network routing	Schoonderwoerd, Holland, Bruten & Rothkrantz White, Pagurek & Oppacher Di Caro & Dorigo Bonabeau, Henaux, Guérin, Snyers, Kuntz & Théraulaz	1996 1998 1998 1998	[90, 89] [105] [31] [6]	ABC ASGA AntNet-FS ABC-smart ants
Connection-less network routing	Di Caro & Dorigo Subramanian, Druschel & Chen Heusse, Guérin, Snyers & Kuntz van der Put & Rothkrantz	1997 1997 1998 1998	$[26, 28, 32] \\ [100] \\ [64] \\ [102, 103]$	AntNet & AntNet-FA Regular ants CAF ABC-backward

Figura 33 – Aplicações do ACO para problemas dinâmicos (Dorigo et al., 1999)

PROBLEM TYPE	PROBLEM NAME	AUTHORS	YEAR	REFERENCES
ROUTING	TRAVELING SALESMAN	DORIGO ET AL.	1991, 1996	[6], [8]
		DORIGO & GAMBARDELLA	1997	[11]
		STÜTZLE & HOOS	1997, 2000	[15], [47]
	VEHICLE ROUTING	GAMBARDELLA ET AL.	1999	[48]
		REIMANN ET AL.	2004	[49]
	SEQUENTIAL ORDERING	GAMBARDELLA & DORIGO	2000	[50]
ASSIGNMENT	QUADRATIC ASSIGNMENT	STÜTZLE & HOOS	2000	[15]
		MANIEZZO	1999	[18]
	COURSE TIMETABLING	SOCHA ET AL.	2002, 2003	[35], [51]
	GRAPH COLORING	COSTA & HERTZ	1997	[52]
SCHEDULING	PROJECT SCHEDULING	MERKLE ET AL.	2002	[53]
	TOTAL WEIGHTED TARDINESS	DEN BESTEN ET AL.	2000	[54]
		MERKLE & MIDDENDORF	2000	[55]
	OPEN SHOP	BLUM	2005	[56]
SUBSET	SET COVERING	LESSING ET AL.	2004	[57]
	I-CARDINALITY TREES	BLUM & BLESA	2005	[58]
	MULTIPLE KNAPSACK	LEGUIZAMON & MICHALEWICZ	1999	[59]
	MAXIMUM CLIQUE	FENET & SOLNON	2003	[60]
OTHER	CONSTRAINT SATISFACTION	SOLNON	2000, 2002	[61], [62]
	CLASSIFICATION RULES	PARPINELLI ET AL.	2002	[63]
		MARTENS ET AL.	2006	[64]
	BAYESIAN NETWORKS	CAMPOS, ET AL.	2002	[65], [66]
	PROTEIN FOLDING	SHMYGELSKA & HOOS	2005	[67]
	PROTEIN-LIGAND DOCKING	KORB ET AL.	2006	[68]

Figura 34 – Aplicações do ACO a diferentes problemas (Dorigo et al., 2006)

- 7.1 Pesquisas no Brasil
- 1. Recarga de reatores nucleares (Lima et al., 2008) COPPE/UFRJ;
- 2. Escalonamento com restrição de recursos (Lorenzoni et al., 2006) FAESA ES;
- 3. Atendimento de sondas a poços de petróleo (Trindade e Mieis, 2005) FAESA ES;
- 3. Roteamento em redes de comunicação (Andrade, 2003) UFLA MG;
- 4. Otimização de rotas de unidades móveis de pistoneios (Lima Júnior, 2002) UFRN;

7.1 – Pesquisas no Brasil

- Alocação de capacitores em redes elétricas (Lacerda et al., 2008) -UFRN;
- 7. Otimização multiobjetivo (Ângelo, 2008) LNCC RJ;
- 8. Problema de cobertura de conjuntos (Mulati, 2009) UEM PR;
- 9. Predição de estruturas protéicas (Parpinelli et al., 2008) UDESC SC;
- 10. Problemas de corte e empacotamento (Oliveira, 2007) UFF RJ;

- 7.1 Pesquisas no Brasil
- 11. Planejamento da produção (Vieira e Minikovski, 2009) UFPR;
- 12. Problemas logísticos da força aérea brasileira (Gualda e Abrahão, 2004) ILA e EPUSP;
- 11. Otimização de design (Coelho e Mariani, 2008) PUCPR;
- 12. Roteamento de veículos (Lopes et al., 2007) UTFPR.

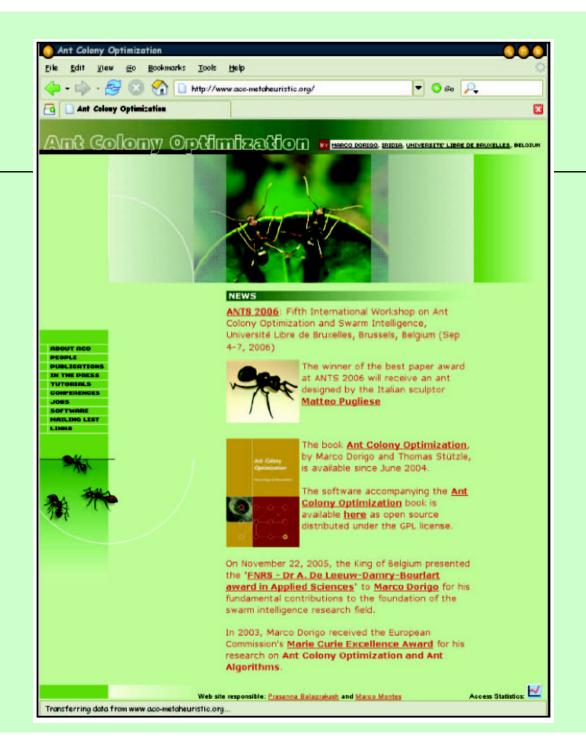
7.2 – Pesquisas no Mundo

- Roteamento em redes de telecomunicações (Dorigo et al., 1999 Bélgica e Suíça; Sim and Sun, 2003 - China);
- 2. Roteamento em redes de computadores (Dhillon and Mieghem, 2007) Países Baixos;
- 3. Gerenciamento em redes sem fio (Boonma and Suzuki, 2007 EUA);
- 4. Reconstrução filogenética (Hernandez et al., 2003) Suíça;

7.2 – Pesquisas no Mundo

- 5. Escalonamento de tarefas em ambiente *grid* (Chen and Zhang, 2009)- China;
- 6. Alocação de geradores em redes de distribuição de energia elétrica (Wang and Singh, 2008) EUA;
- 7. Sistemas de distribuição de água (Zecchin et al., 2005) Austrália;
- Otimização multiobjetivo de sistemas de confiabilidade (Kuo and Wan, 2007) - EUA;
- 9. Design de circuitos eletrônicos (Zhang et al., 2009) China.

- 7.2 Pesquisas no Mundo
- 10. Robótica (Tewolde and Sheng, 2008) EUA;
- 11. Escalonamento de operações (Wang et al., 2007) EUA;
- 12. Classificação em mineração de dados (Martens et al., 2007) Bélgica e Reino Unido;
- 13. Roteamento baseado no conteúdo (Michlmayr et al., 2007) Áustria.





8.1 – AntOptima (2001)

Uso de metodologias de otimização inovadoras para aumentar a eficiência de processos produtivos e logísticos.

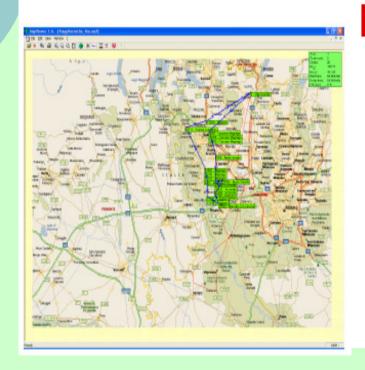
Produtos nas áreas de:

- roteamento de veículos;
- escalonamento;
- mineração de dados;
- transporte e logística.









SimTour

The human planner can use the tour simulation module to assess the feasibility and the quality of the automatically generated tours in front of new traffic and meteorological conditions, which are affected by uncertainty and are random in nature. In the simulation environment the user modifies the parameters to construct a set of delivery routes, which are both efficient and robust.

Thanks to SimTour the planner can evaluate alternative strategies and analyse different plans and distribution scenarii. This module, used with the Tour Online module, plays a key role in the evaluation of management strategies for urgent deliveries.

Tour Online

The online planning module is a tool of the utmost importance during the delivery process. Thanks to it, the planner can follow the execution of deliveries on the map, where the current vehicles' positions are represented. The fleet is connected to the base station via GSM/GPRS and is localised thanks to GPS devices.

On the basis of this information, the Tour Online module finds the best way to deliver incoming urgent orders, which keep coming during busy working days. These orders are very frequent in the case of heating oil deliveries, since during Winter months customers cannot be left with an empty tank for more than a few hours. The flexibility and extreme speed of AntOptima's algorithms are the reason behind the performance of the Tour Online module, which returns quick answers and has the ability to adapt to the unforeseen.



Tour Online uses data transmitted from palm computers (see an example above) that are connected to the black-box of the tanker trucks, linked via GPS/GPRS to the base station

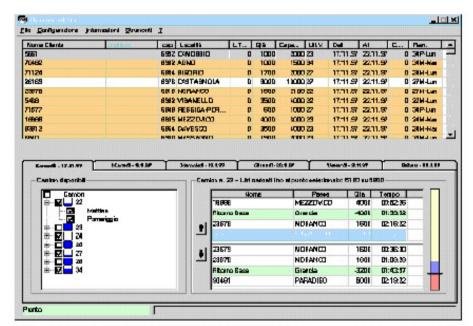
Tour Planning Optimiser (base module)

The Tour Planning Optimiser computes the best routes for the vehicle fleet, given a set of orders. Access constraints, workload and travel time limitations, and delivery and pickup time windows are considered to compute the best routes.

This base module can manage nonhomogeneous fleets, where the vehicles are characterised by different dimensions, equipment, and load capacity.

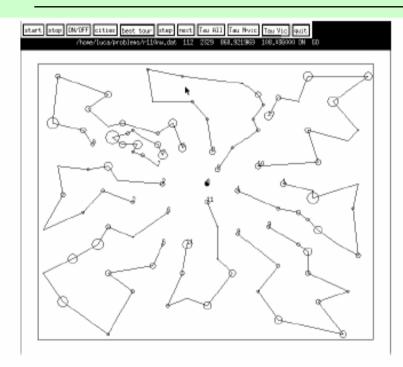
The user can customise the parameters of the distribution process, such as loading and unloading times, travel times, and administrative times.

The Tour Planning Optimiser displays an easy and intuitive graphical interface to visualise the order status (waiting, in process, delivered) and the fleet location. Thanks to a lightweight GIS module, distribution routes can be graphically displayed on a map.



Un esempio di visualizzazione dell'interfaccia utente del modulo base

The Tour Planning Optimiser is a full-fledged Decision Support System for the human vehicle route planner. The routes are automatically computed, but the planner can manually evaluate, modify and adapt them to the situation at hand, in order to face unexpected and unplanned changes



GDO (distribution optimiser)

GDO specializes in the optimisation of flows and vehicle routes for large-scale distribution

- it handles loads expressed in units such as pallets, kg and m³
- it is able to manage various transport means, such as trailers, semi-trailers, etc.
- it solves both single and multi-depot optimisation problems
- it can incorporate third-party vehicles in fleet optimisation
- optimises driver-to-vehicle assigments, accounting for workload constraints
- handles trans-shipment areas

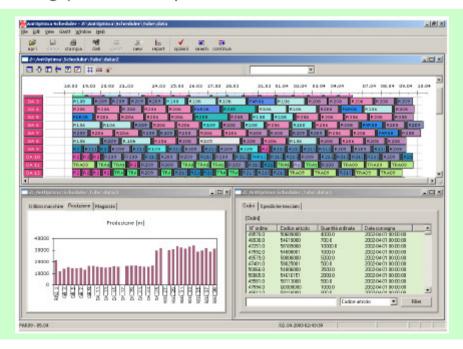
GDO can be used to strategically plan the management of the fleet of vehicles and of the resources under alternative scenarii. It also allows to gather and analyse statistical data on the distribution process and to deduce trends and make forecasts.

GDO uses standard road network data and it can perform the daily optimisation of fleets ranging from a few tens to thousands of vehicles. GDO has been installed, tested and validated by major large-scale distribution companies in Europe.

Programação de Tarefas

By a simple and intuitive graphic interface, AntPlan allows:

- the optimization of the production and real time management of ordinary, extraordinary or unforeseen events (new orders, production interruptions, unplanned maintenance, breakdowns, illnesses, vacations and other absences, etc.);
- the simulation of different productive sceneries for efficient and strong production plans.





9 – ACO Aplicado ao Roteamento em Redes de Telecomunicações

9.1 – Ant-Based Control (ABC)

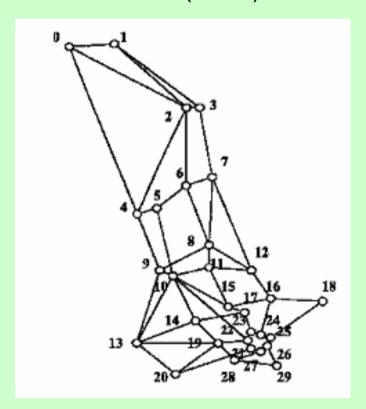


Figura 35 – Representação da rede de telefonia da BT como um grafo.

(Schoonderwoerd et al., 1996, 1997; Dorigo et al., 1999)

- Linhas de transmissão com capacidade infinita.
- Características dos s nós:
 - identificação;
 - capacidade máxima de processamento;
 - tabela de roteamento -> número de colunas = vizinhos e número de linhas = (s-1) nós destinos da rede;
 - probabilidade de ser destino de uma chamada;
 - capacidade ociosa.

• As formigas percorrem a rede simultaneamente às chamadas.

Roteamento dos Agentes

A cada iteração:

- uma formiga é gerada de qualquer nó da rede com destino aleatório;
- cada formiga escolhe o próximo nó a ser visitado probabilisticamente;
- a formiga atualiza o feromônio sobre o nó percorrido;
- a formiga pode ser atrasada sobre um nó (capacidade ociosa);
- ao alcançar seu destino, a formiga é eliminada.

Regra de transição entre os nós probabilística:

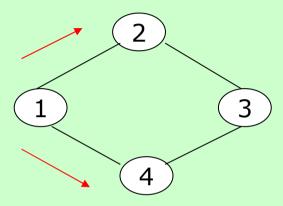


Figura 36 – Movimento das formigas entre os nós 1 e 3.

Tabela 6 – Tabela de roteamento do nó 1.

	Próximo nó		
Destino	2	4	
2	0,95	0,05	
3	0,49	0,51	
4	0,05	0,95	

Atualização do feromônio sobre o ramo visitado:

$$P_{j}(i,o) = \frac{P_{j}(i,o) + \Delta P}{1 + \Delta P}$$
(27)

Na qual:

 $P_{j}(i,o)$ = probabilidade de que um agente no nó j seja enviado ao destino o através de seu vizinho i.

$$\Delta P = \left(\frac{a}{idade} + b\right) \tag{28}$$

a,b = constantes de proporcionalidade (a = 0,08 e b = 0,005).

$$idade_f = nn\acute{o}s_f + atraso_{totalf} \tag{29}$$

$$nnós_f = número de nós percorridos pela formiga f;$$
 (30)

$$atraso_f = 80e^{-0.075O_j}, 0 \le O_j \le 100;$$
 (31)

Atualização do feromônio sobre os demais vizinhos do nó atual:

$$P_j(v,o) = \frac{P_j(v,o)}{1 + \Delta P} \tag{32}$$

Na qual *v* é vizinho do nó *j*.

Escolha aleatória das formigas -> fator de ruído (5%).

Roteamento das Chamadas Telefônicas:

- Regra de transição determinística:
 - par de nós origem-destino (*o,d*) -> seleção seqüencial do próximo nó, pela tabela de roteamento.
- A capacidade ociosa dos nós selecionados é reduzida antes de enviar a chamada;
- Nó escolhido sem capacidade ociosa -> chamada perdida.

Testes:

- Mudança no padrão de tráfego;
- Paralisação da geração de agentes após um período;

Comparações:

- Algoritmo do menor caminho (estático);
- Agentes móveis;
- ABC sem ruído;
- ABC com ruído.

Resultados:

Tabela 7 – Resultados dos algoritmos sem mudanças na rede.

Nanay againha	Perda média de chamadas(%)	Desvio-padrão(%)
Menor caminho	12,57	2,16
Agentes móveisl	9,19	0,78
Agentes móveisII	4,22	0,77
ABC sem ruído	1,79	0,54
ABC com ruído	1,99	0,54

Tabela 8 – Resultados dos algoritmos com mudanças no padrão de tráfego da rede.

	Perda média de chamadas(%)	Desvio-padrão(%)
Menor caminho	12,53	2,04
Agentes móveisl	9,24	0,80
Agentes móveisII	4,41	0,85
ABC sem ruído	2,72	1,24
ABC com ruído	2,56	1,05

Tabela 9 – Resultados dos algoritmos com paralisação da geração de agentes.

<u></u>	Perda média de chamadas(%)	Desvio-padrão(%)
Agentes móveisII	4,41	0,85
ABC sem ruído	2,72	1,24
ABC com ruído	2,56	1,05

9.2 – Agentes ABC Espertos

- Os agentes atualizam os valores de feromônio com relação à escolha do último nó visitado em direção a todos os nós anteriormente visitados até o momento, ao invés de apenas com relação à origem.

9.3 - Agentes-Q

Aquisição de informação em duas direções:

$$r_{j} = \frac{\beta}{idade\ do\ agente} + \rho$$
 (33) $r_{i} = \left(\frac{\phi}{C_{j} + \delta}\right)$ (34)

Nas quais: $C_j = \text{carga do nó } j$;

 β , w, ϕ , δ , ρ = constantes de proporcionalidade (β = 8, w =0,05, ϕ = 0,05, δ = 0,1, ρ = 0,01).

Atualização do feromônio em duas direções

$$Q_{i}(j,d) = \frac{Q_{i}(j,d) + \Delta Q_{i}(j,d)}{\sum_{v} Q_{i}(v,d)}$$
(35)

Na qual:
$$\Delta Q_i(j,d) = \alpha_i [r_i + \gamma_i \max_z Q_j(z,d) - Q_i(j,d)]$$
 (36)
 $\gamma_i = \text{fator de desconto } (\gamma_i = 1);$

 α_{i} = taxa de aprendizagem (α_{i} = 0,95 e α_{i} = 0,2);

z é vizinho do nó i.

• Quando a carga do nó j é igual ou superior a um determinado valor obtido (60%), a probabilidade Qi(j,d) é decrementada por ΔQ , ao invés de ser incrementada.

Roteamento das chamadas (após 500 passos)

Escolha determinística -> A_i é avaliação do nó i

$$A_{i}(j,d) = (1-\omega)Q_{i}(j,d) + \omega O_{j}$$
(37)

Na qual: ω = fator de peso, $0 < \omega < 1$;

$$\omega = \begin{cases} \omega_1 \text{ se a carga de jé crescente} \\ \omega_2 \text{ se a carga de jé decrescente} \end{cases}$$
 (38)

$$\omega_1 = \frac{1}{1 + \exp[(-k_1 C_i) + k_2]}$$
 (39)

$$\omega_2 = \frac{1}{1 + \exp[(-k_3 C_i) + k_4]} \tag{40}$$

 C_j = capacidade dé j; O_j = capacidade ociosa de j; k_1 , k_2 , k_3 e k_4 = constantes (k_1 = 28, k_2 = 26, k_3 = 33,5 e k_4 = 30)

Resultados

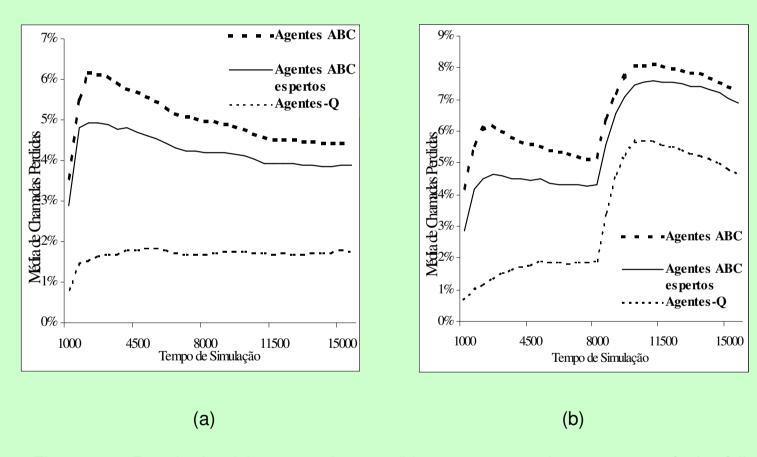


Figura 37 – Resultados (a) sem mudança e (b) com aumento de carga para nível médio.

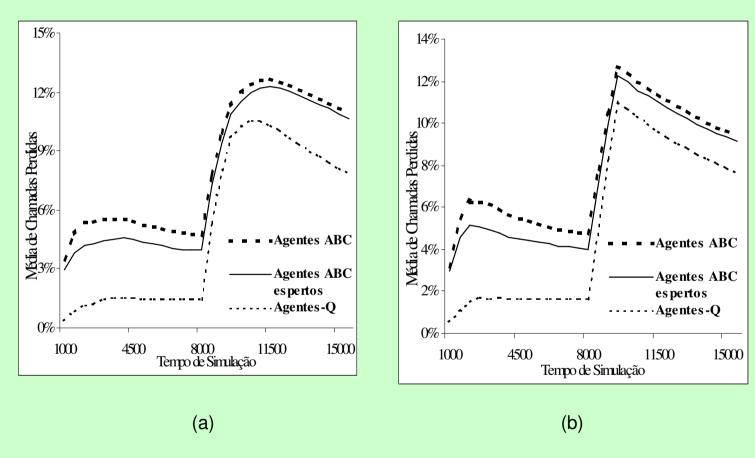
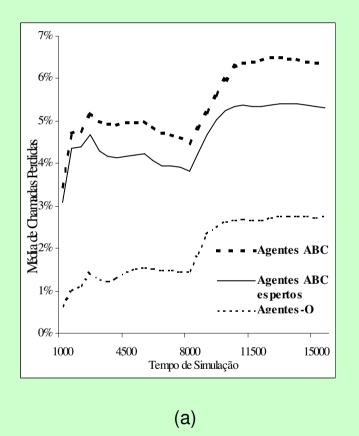


Figura 38 – Resultados (a) nível alto e (b) nível alto temporário (entre 8.000 e 9.000).



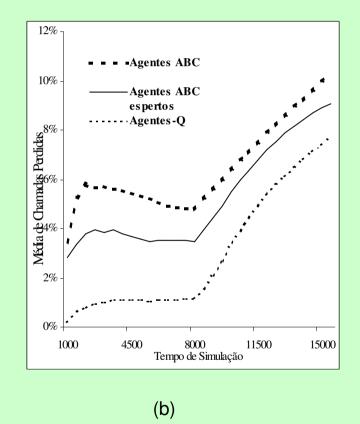


Figura 39 – Resultados (a) retirada temporária do nó 10 e (b) permanente.

- Aplicações a problemas mais desafiadores, que envolvam:

A) Múltiplos objetivos;

B) Problemas de otimização dinâmicos;

C) Problemas de natureza estocástica.

- Aplicações a problemas mais desafiadores, que envolvam:
 - A) Múltiplos objetivos:
 - Duas colônias de formigas para o problema de roteamento de veículos com restrições (Gambardella et al., 1999);
 - Programação de duas máquinas industriais usando um ACO bi-objetivo (T'kindt et al., 2002);
 - Problema de transporte bi-objetivo (Doerner et al., 2003);
 - Problema do caixeiro viajante (Wang e Xu, 2009);
 - Problema de roteamento em redes de pacotes (Ling e Wei, 2009).

- Aplicações a problemas mais desafiadores, que envolvam:
 - B) Problemas de otimização dinâmicos:
 - Espaço de busca de soluções muda ao longo do tempo;
 - Então, as condições da busca, as características do problema e a qualidade das soluções pode mudar.
 - Nestes casos, é preciso ajustar a direção da busca.
 - Exemplos:
 - Roteamento em redes de telecomunicações (Di Caro e Dorigo, 1998; Di Caro et al., 2005);
 - Problemas do Caixeiro Viajante (TSP) onde as distâncias entre as cidades mudam ou cidades são removidas ou adicionadas de forma dinâmica (Guntsch e Middendorf, 2001, 2002; Eyckelhof e Snoek, 2002).

- Aplicações a problemas mais desafiadores, que envolvam:
- C) Problemas de natureza estocástica:
 - Problema do caixeiro viajante estocástico (STSP), (Birattari et al., 2005)
 - Cada cidade possui uma probabilidade de requerer uma visita.
 - Objetivo é encontrar uma rota definida a priori, a qual possui o menor comprimento estimado, visitando um subconjunto de cidades na mesma ordem em que elas aparecem na rota definida a priori.

Referências

- Birattari, M., Balaprakash, P., Dorigo, M. (2005). ACO/F-Race: Ant colony optimization and racing techniques for combinatorial optimization under uncertainty. *Proc. MIC 2005: The 6th Metaheuristics International Conference*, K. F. Doerner et al., Eds., Vienna, Austria: University of Vienna, Department of Business Administration, pp. 107–112.
- Birattari, M., Di Caro, G., Dorigo, M. (2002). Toward the formal foundation of ant programming. *Proc. ANTS 2002*, ser. LNCS, M. Dorigo et al., Eds., vol. 2463, Springer Verlag, pp. 188–201.
- Bonabeau, E. et al. (1997). *Self-organization in social insects*. Working Paper 97-04-032, Santa Fe Institute.
- Bonabeau et al. (1999). Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems. Oxford: Oxford University Press.
- Bu, Y., Zhu, Y. (2009). Artificial immune ant colony algorithm and its application. *Proc. International Conference on Intelligent Computing and Intelligent Systems*, v.3, pp.75-80.

Referências

- Bullnheimer, B., Hartl, R. F., Strauss, C. (1997). A new rank based version of the Ant System —a computational study. *Institute of Management Science, University of Vienna, Technical Report.*
- Camazine, S. et al. (2001). *Self-organisation in Biological Systems*. Princeton University Press.
- Córdon, O., de Viana, I. F., Herrera, F., Moreno, L. (2000). A new ACO model integrating evolutionary computation concepts: The best-worst Ant System. Proc. *ANTS 2000*, M. Dorigo et al., Eds., IRIDIA, Université Libre de Bruxelles, Belgium, pp. 22–29.
- Deneubourg, J.-L. et al. (1990). The self-organizing exploratory pattern of the Argentine ant. *Journal of Insect Behavior*, v.3, n.2, p.159-168.
- Di Caro, G., Dorigo, M. (1998). AntNet: distributed stigmergetic control for communications networks. *Journal of Artificial Intelligence Research* (*JAIR*), v.9, p.317-365.

Referências

- Di Caro, G., Ducatelle, F., Gambardella, L. M. (2005). AntHocNet: An adaptive nature-inspired algorithm for routing in mobile ad hoc networks. *European Transactions on Telecommunications*, vol. 16, no. 5, pp. 443–455.
- Doerner, K., Hartl, R. F., Reimann, M. (2003). CompetAnts for problem solving—the case of full truckload transportation. *Central European Journal for Operations Research and Economics*, vol. 11, no. 2, pp. 115–141.
- Dorigo, M. (1992). Optimization, learning and natural algorithms (in Italian). *PhD thesis*, Dipartimento di Elettronica e Informazione, Politecnico di Milano, IT.
- Dorigo, M., Gambardella, L. M. (1997). Ant colonies for the traveling salesman problem. *BioSystems*, vol. 43, pp. 73-81.
- Dorigo, M., Stützle, T. (2004). Ant Colony Optimization. The MIT Press.

- Dorigo, M., Birattari, M., Stützle, T. (2006). Ant colony optimization artificial ants as a computational intelligence technique. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, vol.1, no.4, pp.28-39.
- Dorigo, M., Bonabeau, E., Theraulaz, G. (1999). Ant algorithms for discrete optimization. *Artificial Life*, MIT Press.
- Dorigo, M., Di Caro, G., Gambardella, L. M (1999). Ant algorithms for discrete optimization. *Artificial Life*, vol.5, p.97-116.
- Dorigo, M., Maniezzo, V., Colorni, A. (1991) Positive feedback as a search strategy. Technical Report 91-106, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, IT.
- Dorigo, M., Maniezzo, V., Colorni, A. (1996). Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B*, vol. 26, no. 1, pp. 29–41.

- Duan, H., Yu, X. (2007). Hybrid Ant Colony Optimization Using Memetic Algorithm for Traveling Salesman Problem. Proc. 2007 IEEE Symposium on Approximate Dynamic Programming and Reinforcement Learning (ADPRL 2007), pp.92-95.
- Eyckelhof, C. J., Snoek, M. (2002). Ant systems for a dynamic TSP: Ants caught in a traffic jam. *Proc. ANTS 2002*, ser. LNCS, M. Dorigo et al., Eds., Springer Verlag, vol. 2463, pp.88–99.
- Gambardella, L.M., Dorigo, M. (1995). Ant-Q: A reinforcement learning approach to the traveling salesman problem. *In Proc. Twelfth International Conference on Machine Learning* (ML-95), A. Prieditis and S. Russell, Eds., Morgan Kaufmann Publishers, pp. 252–260.
- Gambardella, L. M., Taillard, E. D., Agazzi, G. (1999). MACS-VRPTW: A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows. *New Ideas in Optimization, D. Corne* et al., Eds., McGraw Hill, London, UK, pp. 63–76.

- Goss, S. et al. (1989). Self-organized shortcuts in the Argentine ant. *Naturwissenschaften*, v.76, p.579-581.
- Goss, S. et al. (1990). How trail laying and trail following can solve foraging problems for ant colonies. In R. N. Hughes, ed., *Behavioral mechanisms of food selection*. NATO ASI Series, vol.20, pp.661-678. Berlin: Springer-Verlag.
- Grassé, P.-P. (1959). La reconstruction du nid et les coordinations interindividuelles chez Bellicositermes natalensis et Cubitermes sp. La théorie de la stigmergie: Essai d'interprétation du comportement des termites constructeurs. *Insectes Sociaux*, v.6, p.41-81.
- Guntsch, M., Middendorf, M. (2001). Pheromone modification strategies for ant algorithms applied to dynamic TSP. *Applications of Evolutionary Computing: Proc. EvoWorkshops 2001*, Boers et al., Eds., Springer Verlag, vol. 2037, pp. 213–222.

- Guntsch, M., Middendorf, M. (2002). A population based approach for ACO. Applications of Evolutionary Computing, Proc. EvoWorkshops 2002: EvoCOP, EvoIASP, EvoSTim, ser. LNCS, S. Cagnoni et al., Eds., Springer Verlag, vol. 2279, pp. 71–80.
- Gutjahr, W. J. (2006). On the finite-time dynamics of ant colony optimization. Methodology and Computing in Applied Probability, vol. 8, no. 1, pp. 105–133.
- Haken, H. (1977). *Synergetics*. Springer-Verlag.
- Hölldobler, B., Wilson, E. O. (1990). *The Ants*. Cambridge, MA: Belknap Press of Harvard University Press.
- Ling, S., Wei, W. (2009). Multi-ant-colony based multi-path routing algorithm for overlay network. *Proc. Global Congress on Intelligent Systems*, pp.188-192.

- Meuleau, N., Dorigo, M. (2002). Ant colony optimization and stochastic gradient descent. *Artificial Life*, vol. 8, no. 2, pp. 103–121.
- Michel, R., Middendorf, M. (1998). An island model based ant system with lookahead for the shortest supersequence problem. In Eiben, A E., Back, T., Schoenauer, M. & Schwefel, H.-P. (Eds), *Proceedings of PPSN-V, Fifth International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, pp. 692-701. Springer –Verlag.
- Nicolis, G., Prigogine, I. (1977). *Self-organization in Non-equilibrium Systems*. Wiley.
- Song, X., Zhu, Y., Yin, C., Li, F. (2006). A hybrid strategy based on ant colony and taboo search algorithms for fuzzy job shop scheduling. Proc. 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, Dalian, China, pp.7362-7365.

Stützle, T., Dorigo, M. (2002). A short convergence proof for a class of ACO algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 4, pp. 358–365.

Stützle, T., Hoos, H. (1997). The MAX-MIN ant system and local search for the traveling salesman problem. In Baeck, T., Michalewicz, Z. & Yao, X., (Eds), *Proceedings of IEEE-ICEC-EPS'97, IEEE International Conference on Evolutionary Computation and Evolutionary Programming Conference*, pp. 309-314. IEEE Press.

Stützle, T., Hoos, H. H. (2000). MAX–MIN Ant System. *Future Generation Computer Systems*, vol. 16, no. 8, pp. 889–914.

T'kindt, V., Monmarché, N., Tercinet, F., Laügt, D. (2003). An ant colony optimization algorithm to solve a 2-machine bicriteria flowshop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, vol. 142, no. 2, pp. 250–257.

- Van Vorhis Key, S. E., Baker, T. C. (1986). Observations on the trail deposition and recruitment behavior of the Argentine ant, Iridomyrmex humilis (Hymenoptera: Formicidae). Annals of the Entomological Society of America, v.79, p.283-288.
- Wang, S-Q. Yu, Z-Y. (2009). Ant colony algorithm approach for solving traveling salesman with multi-agent. *Proc. 2009 WASE International Conference on Information Engineering*, pp.381-384.

- Zhao, F., Dong, J., Li, S., Sun, J. (2008). An improved ant colony optimization algorithm with embedded genetic algorithm for the traveling salesman problem. *Proc.* 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, June 25 27, Chongqing, China, pp.7902-7906.
- Zlochin, M., Birattari, M., Meuleau, N., Dorigo, M. (2004). Model-based search for combinatorial optimization: A critical survey. *Annals of Operations Research*, vol. 131, no. 1–4, pp.373–395.