Grado en Ingeniería Informática

SISTEMAS DE AYUDA A LA DECISIÓN

Práctica 3.

Teoría de la Utilidad Multi-Atributo y Teoría de Prospecto.

Alumno: Sergio Perea de la Casa (spc00033@red.ujaen.es), **DNI:** 77433569K.

Profesor: Luis Martínez López (martin@ujaen.es)

ÍNDICE

EJERCICIO 1. Decisiones multi-criterio usando MAUT. 3

Normalización 3

Apartado A. 3

Apartado B. 4

Apartado C. 5

Apartado D. 6

EJERCICIO 2. Resolver el problema anterior usando la Teoría de Prospectos. 7

A partir de una serie de Alternativas (PC 1, PC 2, PC 3, PC 4, PC 5) y de unos Criterios de coste (Precio) y de beneficio (Autonomía, Disco Duro, RAM) se va a obtener un ranking dependiendo de la función que nos pidan los siguientes ejercicios y apartados.

DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	429	17	100	32
PC 2	649	12	300	64
PC 3	459	11	150	32
PC 4	419	18	100	16
PC 5	519	10	200	16
PESOS	0,35	0,35	0,15	0,15

EJERCICIO 1. Decisiones multi-criterio usando MAUT.

Normalización

En la mayoría de los problemas que se nos plantea, necesitamos normalizar los valores. Por lo tanto, vamos a usar los siguientes criterios de normalización respectivos a si es para un criterio de coste o para un criterio de beneficio.

CRITERIO DE BENEFICIO

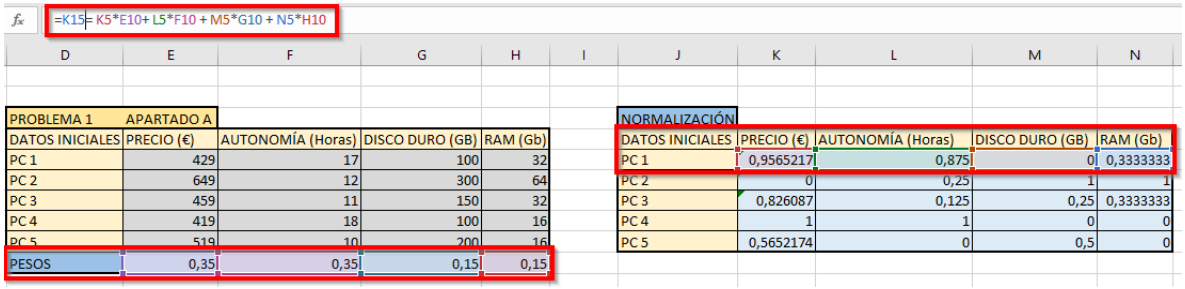
$$f'_j(a_i) = \frac{f_j(a_i) - \min(f_j)}{\max(f_j) - \min(f_j)}$$

CRITERIO DE COSTE

$$f'_j(a_i) = 1 + \left(\frac{\min(f_j) - f_j(a_i)}{\max(f_j) - \min(f_j)}\right)$$

Apartado A. Suponer que todas las funciones de utilidad U_j son lineales. Obtener el ranking solución.

Cómo indica el enunciado del apartado, las funciones de utilidad serán lineales por lo que, tras estar usando un modelo aditivo, una vez normalizamos los valores de las alternativas respecto a sus costes ya se puede calcular el valor de cada una de las alternativas respecto a los criterios mediante la siguiente fórmula:



De esta forma obtenemos el valor de la alternativa “PC 1” usando los pesos de cada uno de los criterios y sumándolos.

Tras obtener los anteriores cálculos, podemos obtener el ránking solución, el cuál ordenará respectivamente de mayor a menor valor de la solución aditiva:

	SOLUCIÓN	
ALTERNATIVAS	FUNCIÓN DE UTILIDAD	RANKING
PC 1	0,691032609	2
PC 2	0,3875	4
PC 3	0,420380435	3
PC 4	0,7	1
PC 5	0,272826087	5

Apartado B. Suponer que las funciones de utilidad para los criterios Precio y Autonomía son respectivamente U_1 y U_2.

$$U_1(a_j) = \frac{\exp(f_j'(a_j)^5)-1}{\exp(1)-1} \qquad U_2(a_j) = \frac{\exp(f_j'(a_j)^2)-1}{\exp(1)-1}.$$

Ahora tenemos que hacer los mismos pasos previos antes del cálculo de las funciones de utilidad que indican el apartado, pero esta vez hay que calcular las funciones de utilidad respectivas para Precio y Autonomía.

La forma de plantearlo es la misma en el Excel, de forma que usamos la suma aditiva mostrada en el anterior apartado. Simplemente se añade las funciones de utilidad para los valores normalizados de las alternativas respecto a los criterios de Precio y Autonomía.

fx = ((EXP(K5^5)-1)/(EXP(1)-1))*E10+ ((EXP(L5^2)-1)/(EXP(1)-1))*F10 + M5*G10 + N5*H10

PROBLEMA 1	APARTADO A			
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	429	17	100	32
PC 2	649	12	300	64
PC 3	459	11	150	32
PC 4	419	18	100	16
PC 5	519	10	200	16
PESOS	0,35	0,35	0,15	0,15

NORMALIZACIÓN				
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	0,9565217	0,875	0	0,3333333
PC 2	0	0,25	1	1
PC 3	0,826087	0,125	0,25	0,3333333
PC 4	1	1	0	0
PC 5	0,5652174	0	0,5	0

La imagen anterior es el ejemplo para la alternativa “PC 1”, donde se puede ver marcado en naranja la implementación de las funciones de utilidad.

Tras obtener los anteriores cálculos, podemos obtener el ránking solución, el cuál ordenará respectivamente de mayor a menor valor de la solución aditiva:

	SOLUCIÓN	
ALTERNATIVAS	FUNCIÓN DE UTILIDAD	RANKING
PC 1	0,534268266	2
PC 2	0,313136995	3
PC 3	0,186276257	4
PC 4	0,7	1
PC 5	0,087095895	5

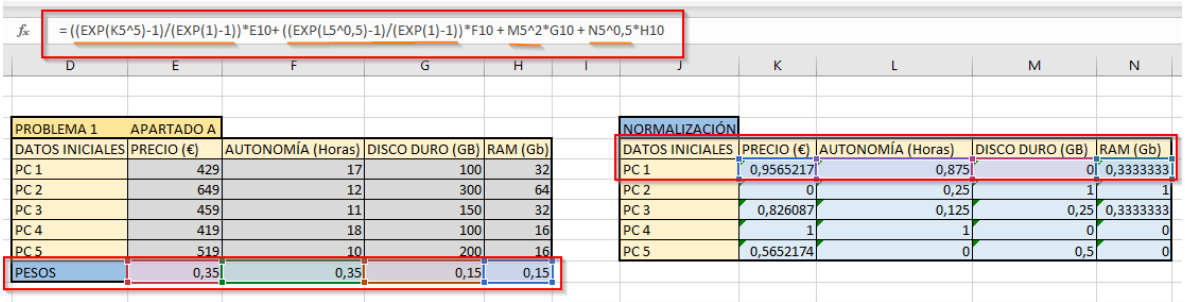
Si nos fijamos en el ranking solución del apartado anterior, se obtienen cambios respecto al orden de las alterantivas “PC 2” y “PC 3” intercambiando sus posiciones. También podemos observar que el valor de la alternativa ganadora “PC 1” no se ve afectada.

Apartado C. Resolver de nuevo el problema suponiendo que las funciones de utilidad para los criterios Precio, Autonomía, Disco duro y RAM son respectivamente U_1, U_2, U_3 y U_4.

$$U_1(a_j) = \frac{\exp(f_j'(a_j)^5)-1}{\exp(1)-1},\ U_2(a_j) = \frac{\exp(f_j'(a_j)^{1/2})-1}{\exp(1)-1},\ U_3(a_j) = f_j'(a_j)^2,\ U_4(a_j) = f_j'(a_j)^{1/2}$$

Volvemos aplicar el mismo procedimiento, aplicando las funciones de utilidad que se indican en el apartado.

Para ello, vuelvo a mostrar la aplicación de dichas funciones en Excel en la siguiente imagen.



fx = ((EXP(K5^5)-1)/(EXP(1)-1))*E10+ ((EXP(L5^0,5)-1)/(EXP(1)-1))*F10 + M5^2*G10 + N5^0,5*H10

PROBLEMA 1	APARTADO A			
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	429	17	100	32
PC 2	649	12	300	64
PC 3	459	11	150	32
PC 4	419	18	100	16
PC 5	519	10	200	16
PESOS	0,35	0,35	0,15	0,15

NORMALIZACIÓN				
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	0,9565217	0,875	0	0,3333333
PC 2	0	0,25	1	1
PC 3	0,826087	0,125	0,25	0,3333333
PC 4	1	1	0	0
PC 5	0,5652174	0	0,5	0

Siguiendo el misma sistema de los apartados anteriores, se obtiene el siguiente ranking solución tras la suma de las funciones de utilidad multiplicadas por los pesos, que aparece en la imagen anterior.

	SOLUCIÓN	
ALTERNATIVAS	FUNCIÓN DE UTILIDAD	RANKING
PC 1	0,855617993	1
PC 2	0,432139234	3
PC 3	0,277935704	4
PC 4	0,7	2
PC 5	0,049595895	5

Apartado D. Una vez obtenidos los resultados con los modelos aditivos anteriores, resolverlo con el modelo producto (el cual no es necesario normalizar, pero sí tener en cuenta la transformación de los criterios de coste). Obtén el ranking solución suponiendo funciones de utilidad lineales.

Como se explica en el enunciado, esta vez se va a aplicar el modelo producto. Por ello, no es necesaria la normalización de los valores de las Alternativas respecto a los Criterios. Por otro lado, sí que es necesario tener en cuenta la transformación de los criterios de coste; es decir, el criterio de "Precio".

Por lo tanto, el primer paso que se muestra a continuación es dicha transformación previa para hacer el modelo producto.

PROBLEMA 1	APARTADO A			
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	429,00	17,00	100,00	32,00
PC 2	649,00	12,00	300,00	64,00
PC 3	459,00	11,00	150,00	32,00
PC 4	419,00	18,00	100,00	16,00
PC 5	519,00	10,00	200,00	16,00
PESOS	0,35	0,35	0,15	0,15

TRANSFORMACIÓN DE CRITERIOS				
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	639,00	17,00	100,00	32,00
PC 2	419,00	12,00	300,00	64,00
PC 3	609,00	11,00	150,00	32,00
PC 4	649,00	18,00	100,00	16,00
PC 5	549,00	10,00	200,00	16,00

Tras dicha preparación de los datos, ya se puede calcular el modelo producto sin problemas. Además, las funciones de utilidad usadas en este apartado serán funciones de utilidad lineales, por lo que la fórmula para el cálculo del modelo producto es la siguiente:

f_x = K5^E10 * L5^F10 * M5^G10 * N5^H10

D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
PROBLEMA 1	APARTADO A					TRANSFORMACIÓN DE CRITERIOS				
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)		DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	429,00	17,00	100,00	32,00		PC 1	639,00	17,00	100,00	32,00
PC 2	649,00	12,00	300,00	64,00		PC 2	419,00	12,00	300,00	64,00
PC 3	459,00	11,00	150,00	32,00		PC 3	609,00	11,00	150,00	32,00
PC 4	419,00	18,00	100,00	16,00		PC 4	649,00	18,00	100,00	16,00
PC 5	519,00	10,00	200,00	16,00		PC 5	549,00	10,00	200,00	16,00
PESOS	0,35	0,35	0,15	0,15						

La imagen anterior representa el cálculo del modelo producto para funciones de utilidad lineales para la alternativa "PC 1".

Por último, se aplica dicho modelo producto a todas las alternativas y se obtiene el siguiente ranking solución.

	SOLUCIÓN	
ALTERNATIVAS	MODELO PRODUCTO	RANKING
PC 1	86,76706748	1
PC 2	86,6928995	2
PC 3	77,85556806	4
PC 4	80,21378656	3
PC 5	68,33179311	5

EJERCICIO 2. Resolver el problema anterior usando la Teoría de Prospectos.

Parámetros a tener en cuenta para la resolución del problema mediante la Teoría de Prospectos:

- Alfa = Beta = 0,88.
- Lamda = 2,25.
- Puntos de referencia tomados para cada Criterio:
    - Precio → 500€.
    - Autonomía → 14 horas.
    - Disco Duro → 250 GB.
    - RAM → 32 Gb.

De esta forma nos quedaría los siguientes datos y parámetros para la resolución del problema:

PROBLEMA 2. TEORÍA DE PROSPECTOS				
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	429	17	100	32
PC 2	649	12	300	64
PC 3	459	11	150	32
PC 4	419	18	100	16
PC 5	519	10	200	16
PESOS	0,35	0,35	0,15	0,15
PUNTOS REFERENCIA	500	14	250	32

PARÁMETROS	
ALFA	0,88
BETA	0,88
LAMDA	2,25

Los pasos a dar para la resolución del problema mediante la Teoría de Prospectos son:

1. Creación de la tabla de Ganancias y Pérdidas, respectivo a los puntos de referencia:

GANANCIAS Y PÉRDIDAS				
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	71	-3	150	0
PC 2	-149	2	-50	-32
PC 3	41	3	100	0
PC 4	81	-4	150	16
PC 5	-19	4	50	16

2. Creación de la tabla de valores tras aplicar la función de la Teoría de prospectos; es decir, la siguiente función:

$$v(x) = \begin{cases} x^{\alpha}, & x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^{\beta}, & x < 0 \end{cases}$$

Con dicha fórmula nos queda la siguiente tabla de valores de cada Alternativa respecto a los Criterios.

FUNCIÓN T. PROSPECTOS				
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	42,570362	-5,916286847	82,21675051	0
PC 2	-183,902	1,840375301	-70,35194713	-47,5022848
PC 3	26,257284	2,629460821	57,54399373	0
PC 4	47,804284	-7,620707811	82,21675051	11,471642
PC 5	-30,02518	3,386981249	31,26753206	11,471642

FUNCIÓN T. PROSPECTOS (ABSOLUTOS)				
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA	DISCO DURO	RAM (Gb)
PC 1	42,57036236	5,91628685	82,2167505	0
PC 2	183,9019924	1,8403753	70,3519471	47,5022848
PC 3	26,25728354	2,62946082	57,5439937	0
PC 4	47,80428387	7,62070781	82,2167505	11,471642
PC 5	30,02518465	3,38698125	31,2675321	11,471642

La tabla de la izquierda es respecto a la fórmula anterior, mientras que la tabla de la derecha es una réplica de la tabla de la izquierda de forma que sus valores se encuentren en valores **absolutos**.

3. Se normalizan los valores de la tabla:

NORMALIZACIÓN				
DATOS INICIALES	PRECIO (€)	AUTONOMÍA (Horas)	DISCO DURO (GB)	RAM (Gb)
PC 1	0,10348	-0,705134443	1	0
PC 2	-1	0	-0,767124919	-1
PC 3	0	0,136512133	0,515738268	0
PC 4	0,1366808	-1	1	0,24149664
PC 5	-0,023901	0,267563491	0	0,24149664

4. Se crea el ranking solución a partir del uso del modelo aditivo, el cuál necesita tener los valores normalizados para poder ser usado.

f_x = K24 * E10 + L24 * F10 + M24 * G10 + N24 * H10

Por lo tanto, el ranking solución del ejercicio 2 es el siguiente:

	SOLUCIÓN	RANKING
PC 1	-0,060579045	3
PC 2	-0,615068738	5
PC 3	0,125139987	1
PC 4	-0,115937235	4
PC 5	0,12150629	2