

Ecuaciones Diferenciales I

Reducción de orden.

Escalante Leon Diego Armando
Fernandez Castañeda Alexia
Martinez Lopez Sergio Demis
Equipo 4

3 de noviembre de 2023

1. Descripción sobre el modelo

El modelo de desintegración de partículas basado en las ecuaciones de Fermi, conocido como la teoría de la desintegración beta permiten calcular la probabilidad de ocurrencia de la desintegración y la energía. Es un proceso en el cual un núcleo atómico experimenta una transformación al emitir una partícula beta, que puede ser un electrón o su contraparte positiva, el positrón, acompañado por la emisión de un neutrino o un antineutrino.

Estas ecuaciones son altamente relevantes en situaciones diversas, desde la operación de reactores nucleares hasta la interpretación de los procesos de desintegración radiactiva en cualquier lugar en el que se encuentren partículas subatómicas.

2. Consulta de fuentes

En esta sección se encuentran segmentos de las multiples fuentes consultadas, contemplando que las primeras fueron libros y desafortunadamente no es practico poner multiples segmentos del libro.

2.1. Radiation Detection and Measurement

”La única radiación ionizante significativa producida por la desintegración beta es el electrón rápido o partícula beta en sí. Porque la mayoría de los radionúclidos producidos por el bombardeo de neutrones de materiales estables son beta-activo, una gran variedad de emisores beta son fácilmente disponibles a través de la producción en un flujo de reactor. Se pueden obtener **especies con muchas vidas medias diferentes**, que van desde miles de años hasta una vida media tan corta como sea práctico en la aplicación. La mayoría de las desintegraciones beta va de un estado excitado del núcleo del producto, de modo que la desexcitación posterior los rayos gamma se emiten junto con las partículas beta en muchas fuentes beta comunes. Cada transición de desintegración beta específica se caracteriza por una **energía de desintegración fija o valor Q**. Debido a que la energía del núcleo de retroceso es prácticamente cero, esta energía se comparte entre el partícula beta y el neutrino invisible”. La **partícula beta** aparece así con una energía que **varía de decaimiento en decaimiento** y puede variar de cero a la .energía del punto final beta”. El valor Q para un decaimiento dado se cita

normalmente asumiendo que **la transición tiene lugar entre los estados fundamentales de los núcleos padre e hija**. Si la transición implica un estado excitado del padre o de la hija, la energía del punto final del espectro beta correspondiente será cambiado por la **diferencia en las energías de excitación**. Dado que varios estados excitados pueden ser poblados en algunos esquemas de desintegración, el espectro de partículas beta medido puede consistir en varios componentes con diferentes energías de punto final.”

2.2. INTRODUCTORY NUCLEAR PHYSICS

.^{En} la desintegración beta negativa no hay tal barrera para penetrar e incluso en la desintegración β^+ , es posible mostrar incluso desde un cálculo aproximado que el factor exponencial en la probabilidad de penetración de barrera es de unidad de orden. Hay otras diferencias importantes entre el decaimiento α y β que nos sugieren que debemos utilizar un enfoque completamente diferente para el cálculo de las probabilidades de transición en decaimiento β : (1) El electrón y el neutrino no existen antes del proceso de decaimiento, y por lo tanto debemos explicar la formación de esas partículas. (2) El electrón y el neutrino deben ser tratados de manera relativista. (3) La distribución continua de las energías de los electrones debe resultar del cálculo.

En 1934, Fermi desarrolló una teoría exitosa de la desintegración β basada en la hipótesis del neutrino de Pauli. Las características esenciales de la desintegración pueden derivarse de la expresión básica de la probabilidad de transición causada por una interacción que es débil en comparación con la interacción que forma los estados cuasi estacionarios. Esto es ciertamente cierto para el decaimiento β , en el que los tiempos característicos (las semividas, típicamente de segundos de orden o más) son mucho más largos que el tiempo nuclear característico (10 -20 s). El resultado de este cálculo, tratando la interacción causante de decaimiento como una perturbación débil, es la Regla de Oro de Fermi, un resultado general para cualquier tasa de transición previamente dada en la Ecuación 2.79:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f)$$

El elemento de la matriz V_{fi} es la integral de la interacción V entre los

estados cuasi estacionarios inicial y final del sistema:

$$V_{fi} = \int \psi_f^* V \psi_i dv$$

El factor $\rho(E_f)$ es la densidad de los estados finales, que también se puede escribir como dn/dE_f , el numero dn de estados finales en el intervalo de energía dE_f . Es más probable que se produzca una transición determinada si hay un gran número de estados finales accesibles.

Fermi no conocía la forma matemática de V por la desintegración β que hubiera permitido cálculos usando las Ecuaciones 9.12 y 9.13. En cambio, consideró todas las formas posibles consistentes con la relatividad especial, y mostró que V podría ser reemplazado por uno de los cinco operadores matemáticos O_X , donde el subíndice X da la forma del operador O (es decir, sus propiedades de transformación): $X = V$ (vector), A (vector axial), S (escalar), P (pseudoscalar), o T (tensor)."

2.3. Desintegración beta - Labster, s. f.

"La desintegración beta es un tipo de desintegración radiactiva por la cual un isótopo estable emite un electrón muy rápido y energético (una partícula beta) para equilibrar la proporción de protones y neutrones en el núcleo.

En este tipo de desintegración, un neutrón del núcleo se convierte en un protón y un electrón muy energético. Dicho electrón, generado en el núcleo, es expulsado de él en un estado de alta energía. En la desintegración beta, la masa atómica es prácticamente constante (solo se pierde un electrón), mientras que el número atómico se reduce en una unidad. La pérdida de masa total es menor que en la desintegración alfa, ya que solo se expulsa un electrón del átomo. Esto ocurre, por ejemplo, con el nitrógeno-12. Un protón del nitrógeno-12 ($Z=7$) se convierte en un neutrón, lo que genera un átomo de carbono-12 ($Z=6$) y provoca la emisión de un electrón desde el núcleo (una partícula beta)."

2.4. Desintegración Beta, s. f.

La desintegración beta, emisión beta o decaimiento beta es un proceso mediante el cual un nucleido inestable emite una partícula beta para optimizar la relación N/Z (neutrones/protones) del núcleo. La partícula beta puede ser un electrón, escribiéndose $\beta-$, o un positrón, $\beta+$. En la emisión

beta, varían el número de protones y el de neutrones del núcleo resultante, mientras que la suma de ambos (el número másico) permanece constante.

La diferencia fundamental entre un electrón o positrón y la partícula beta correspondiente es su origen nuclear: no se trata de un electrón ordinario arrancado de un orbital atómico.

Una reacción alternativa que hace que un núcleo con exceso de protones se vuelva más estable es la captura electrónica.

3. Lluvia de ideas

<https://mm.tt/app/map/3027982220?t=3q6Lb9FeER>

4. Diagrama Lotus Blossom

En el siguiente link se agrega la lluvia de ideas

https://miro.com/app/board/uXjVNRv-m0Q=?share_link_id=70974937327

5. Diagrama Ishikawa

Diagrama Ishikawa

6. Origen del modelo

El modelo de desintegración de partículas basado en las ecuaciones de Fermi surgió en el contexto de los rápidos avances en la física de partículas y la física cuántica en la primera mitad del siglo XX.

En este contexto, el físico italiano Enrico Fermi propuso en 1933 su teoría de la desintegración beta, un tipo de desintegración nuclear en la que un neutrón se convierte en un protón, emitiendo un electrón y un antineutrino en el proceso. Fermi describió este proceso usando lo que ahora conocemos como las ecuaciones de Fermi.

La teoría de Fermi fue revolucionaria porque fue la primera teoría cuántica de una fuerza fundamental que no era el electromagnetismo. Antes de Fermi, los físicos solo tenían una descripción cuántica del electromagnetismo (la electrodinámica cuántica), pero la teoría de Fermi proporcionó una

descripción cuántica de la interacción débil, una de las otras tres fuerzas fundamentales.

7. Utilidad principal

El modelo de Fermi, es fundamental para nuestra comprensión de las interacciones débiles, una de las cuatro fuerzas fundamentales en la física de partículas.

La utilidad principal del modelo de Fermi es que proporciona una descripción teórica detallada de cómo ocurre la desintegración beta, un proceso en el que un neutrón en un núcleo atómico se convierte en un protón, emitiendo un electrón y un antineutrino, o un protón se convierte en un neutrón, emitiendo un positrón y un neutrino.

El modelo de Fermi nos ayuda a entender cómo y por qué ocurre la desintegración beta, permitiendo a los físicos predecir la probabilidad de que ocurra la desintegración beta en un núcleo atómico dado y la energía de las partículas emitidas.

Además, el modelo de Fermi fue instrumental en el desarrollo de la teoría electrodébil, que combina la fuerza electromagnética y la fuerza débil en una sola fuerza fundamental. Esta teoría es una parte esencial del Modelo Estándar de la física de partículas, que describe cómo interactúan las partículas subatómicas.

En resumen, el modelo de Fermi es una herramienta esencial en la física nuclear y de partículas y ha sido fundamental para nuestra comprensión de las fuerzas fundamentales y las partículas subatómicas.

8. Formulación del modelo matemático

El modelo se basa en ecuaciones diferenciales parciales que describen la probabilidad de transición de una partícula de un estado a otro a lo largo del tiempo.

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$$

Donde: - $N(t)$: Número de partículas en el tiempo t - λ : Tasa de desintegración

La ecuación describe cómo cambia el número de partículas a lo largo del tiempo debido a la desintegración. La solución general de esta ecuación es:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Donde: - N_0 : Número inicial de partículas en $t = 0$ - t : Tiempo

La ecuación (2) nos permite calcular el número de partículas en un momento posterior, dado el número inicial y la tasa de desintegración.

9. Preguntas

9.1. ¿Se ha determinado quién o qué resuelve el modelo matemático?

Es resuelto o interpretado por físicos que se especializan en el campo de la física de partículas. Estos expertos utilizan una combinación de matemáticas avanzadas, simulaciones por ordenador y experimentos en aceleradores de partículas para entender y aplicar la teoría.

Es importante destacar que, aunque los físicos pueden usar la teoría de Fermi para predecir cómo se comportarán las partículas, no resuelven la teoría en el sentido de encontrar una solución final o definitiva. En cambio, la teoría se utiliza como una herramienta para entender mejor el universo a nivel subatómico.

Además, los avances en este campo a menudo provienen de la colaboración entre equipos de científicos.

9.2. ¿Se ha determinado el efecto o situación que el modelo matemático resuelve?

El modelo de desintegración de partículas de Fermi, o la teoría de la interacción débil, se utiliza para explicar y predecir una variedad de fenómenos físicos.

1. Desintegración Beta: Este es el proceso por el cual un neutrón se convierte en un protón dentro de un núcleo atómico, emitiendo un electrón y un antineutrino en el proceso. La teoría de Fermi es fundamental para describir cómo ocurre esta desintegración.

2. Producción de Energía en las Estrellas: Las reacciones nucleares que tienen lugar en el interior de las estrellas, como la fusión de protones para

formar helio en el Sol, implican la interacción débil y pueden ser descritas usando la teoría de Fermi.

3. Creación y Aniquilación de Partículas: En los aceleradores de partículas, la energía puede convertirse en partículas y antipartículas, que luego pueden aniquilarse mutuamente para volver a convertirse en energía. La teoría de Fermi ayuda a predecir los resultados de estos procesos.

9.3. ¿Se ha determinado si el modelo resuelve el problema en el momento adecuado?

Las ecuaciones de Fermi y su descripción de la desintegración de partículas se consideran una parte integral del Modelo Estándar de la física de partículas. El Modelo Estándar es la teoría que describe las partículas fundamentales y las interacciones entre ellas, y ha sido extraordinariamente exitoso en la predicción de los resultados experimentales.

La capacidad de las ecuaciones de Fermi para describir con precisión la desintegración beta ha sido confirmada por numerosos experimentos. Sin embargo, aunque el Modelo Estándar ha sido increíblemente exitoso, los físicos saben que no es la teoría final del universo ya que no incluye la gravedad, por ejemplo, y no explica la materia oscura ni la energía oscura, dos componentes misteriosos que parecen constituir la mayor parte del universo. Por lo tanto, aunque las ecuaciones de Fermi y el Modelo Estándar han resuelto muchos problemas, también hay muchos otros que aún están por resolver.

Los físicos continúan trabajando en nuevas teorías y realizando experimentos para tratar de resolver estas cuestiones pendientes. Los avances en nuestro entendimiento de la física de partículas, incluyendo la desintegración de partículas y las ecuaciones de Fermi, seguirán desempeñando un papel crucial en estos esfuerzos.

9.4. ¿Se ha determinado el escenario ideal que el modelo resuelve?

Las ecuaciones de Fermi permiten a los físicos calcular la probabilidad de que ocurra una desintegración beta en un determinado periodo de tiempo, lo que es fundamental para entender la radioactividad y la vida media de los isótopos radiactivos.

Además, estas ecuaciones también son útiles para describir otros procesos

que implican la interacción débil, como ciertos tipos de reacciones nucleares que ocurren en el Sol y otras estrellas.

Por lo tanto, se podría decir que el “escenario ideal” para el modelo de Fermi es cualquier situación en la que la interacción débil juega un papel importante. Sin embargo, es importante recordar que la teoría de Fermi es solo una parte de un modelo más grande, el Modelo Estándar de la física de partículas, que describe todas las partículas conocidas y sus interacciones.

9.5. ¿Se ha determinado si el modelo resuelve para otros posibles escenarios en que se presente el problema?

Las ecuaciones de Fermi, que describen la interacción débil, son aplicables a una amplia gama de escenarios en la física de partículas, no solo a la desintegración beta. Algunos de estos escenarios incluyen: 1. Producción de Neutrinos: Los neutrinos son partículas subatómicas que interactúan principalmente a través de la interacción débil. Las ecuaciones de Fermi son cruciales para describir cómo se producen los neutrinos en reacciones como la fusión nuclear en el sol. 2. Desintegración de Mesones: Algunos mesones, que son partículas compuestas de un quark y un antiquark, pueden desintegrarse a través de la interacción débil. Las ecuaciones de Fermi pueden usarse para describir estos procesos. 3. Violación CP: Algunos procesos que involucran la interacción débil muestran una violación de la simetría CP (carga-paridad). Las ecuaciones de Fermi proporcionan un marco para estudiar estos fenómenos. 4. Oscilación de Neutrinos: Los neutrinos pueden cambiar de un tipo a otro en un proceso conocido como oscilación de neutrinos. Las ecuaciones de Fermi son fundamentales para entender este fenómeno.

9.6. ¿Se ha determinado cual es la magnitud del impacto del modelo sobre el problema que resuelve?

La teoría de la interacción débil de Fermi, que describe la desintegración de partículas, ha tenido un impacto significativo en nuestra comprensión del mundo subatómico. Su mayor contribución ha sido proporcionar una descripción matemática de cómo ocurre la desintegración beta, un proceso que es fundamental para nuestra comprensión de la radioactividad y la fisión nuclear.

La teoría de Fermi también ha ayudado a los físicos a entender otros procesos que implican la interacción débil, como la producción y aniquilación de partículas en los aceleradores de partículas y las reacciones nucleares que alimentan el sol y otras estrellas.

Además, la teoría de Fermi ha sido un componente crucial en el desarrollo del Modelo Estándar de la física de partículas, que es la teoría actualmente aceptada que describe las partículas fundamentales y sus interacciones.

Por lo tanto, se puede decir que el impacto de la teoría de Fermi ha sido de gran alcance. Sin embargo, medir la "magnitud" de este impacto puede ser difícil, ya que la física de partículas es un campo muy amplio y la contribución de Fermi es solo una parte de un cuerpo mucho más grande de conocimiento.

10. ****Diagrama con nodos y rutas**

11. ****Tecnología actual**

El modelo de desintegración de partículas basado en las ecuaciones de Fermi ha tenido un impacto inmenso en la física de partículas:

- **Comprensión de la Interacción Débil:** la primera descripción cuantitativa, una de las cuatro fuerzas fundamentales del universo. Esto permitió a los físicos comprender y predecir una amplia gama de fenómenos, desde la desintegración beta hasta los procesos que ocurren en el interior de las estrellas.
- **Desarrollo del Modelo Estándar:** la teoría que describe todas las partículas conocidas y sus interacciones.
- **Descubrimiento de Nuevas Partículas:** la existencia del neutrino fue postulada por primera vez para hacer que las ecuaciones de Fermi se ajustaran a la ley de conservación de la energía, y la partícula fue finalmente detectada experimentalmente años después.
- **Avances en la Física Nuclear:** avances en la física nuclear, fisión y la fusión nuclear. Estos procesos son la base de la energía nuclear y las armas nucleares, así como de la energía que alimenta el Sol y otras estrellas.

1. Desarrollo de Reactores Nucleares: La comprensión de la fisión nuclear, que es esencial para el funcionamiento de los reactores nucleares, se basa en gran medida en la teoría de Fermi.
2. Avances en la Medicina Nuclear: para entender cómo ciertos isótopos radiactivos se desintegran, lo que ha llevado a avances como el diagnóstico y tratamiento de enfermedades.
3. Estudio de las Estrellas: como el proceso de fusión que ocurre en el sol implica la interacción débil, que es descrita por las ecuaciones de Fermi.
4. Comprensión de la Materia Oscura: Aunque la naturaleza exacta de la materia oscura sigue siendo un misterio, algunos científicos creen que podría interactuar con la materia normal a través de la interacción débil. La teoría de Fermi proporciona un marco para explorar esta posibilidad.

Por lo tanto, el impacto de la teoría de Fermi ha sido enorme, y ha ayudado a dar forma a nuestra comprensión actual del universo a nivel subatómico.

12. Conclusiones

12.1. Escalante Leon Diego Armando

La desintegración beta es como un cambio de vestuario para los neutrones y protones. Un neutrón se convierte en un protón o al revés, y en el proceso, se lanzan algunas partículas extra, como electrones y antineutrinos. El modelo de Fermi es como nuestra guía de estudio para este fenómeno. Nos ayuda a entender cómo ocurre este cambio y qué podemos esperar cuando sucede. Además, el modelo de Fermi nos ha ayudado a entender otras cosas geniales, como la teoría electrodébil, que es una parte importante de cómo entendemos las partículas subatómicas y cómo interactúan entre sí. Entonces, aunque la desintegración beta puede parecer un tema super técnico, en realidad nos ha ayudado a entender mucho sobre cómo funciona el universo a nivel subatómico. ¡Es bastante impresionante!

12.2. Fernández Castañeda Alexia

Estas ecuaciones demuestran cómo las matemáticas pueden expresar de manera precisa y elegante los fenómenos físicos más complejos.

El desafío matemático que implican la desintegración de partículas y las ecuaciones de Fermi es sumamente interesante. Estas ecuaciones son un ejemplo de cómo las matemáticas pueden utilizarse para describir y predecir el comportamiento fundamental del universo. Como estudiante de ecuaciones diferenciales, he aprendido que las matemáticas son un lenguaje poderoso que se puede aplicar en diversos campos, incluyendo la física de partículas.

Es fundamental tener conocimientos matemáticos para comprender el modelo de desintegración de partículas basado en las ecuaciones de Fermi. Sin una base sólida en matemáticas, sería difícil entender y aplicar estas ecuaciones y los fenómenos que describen. La capacidad de interpretar y aplicar estas ecuaciones requiere un profundo entendimiento de las matemáticas y de cómo se pueden aplicar en el mundo físico.

En resumen, explorar el modelo me ha permitido apreciar aún más la belleza y utilidad de las matemáticas, y cómo se pueden emplear para describir y comprender el universo en su nivel más fundamental. Estoy emocionada por seguir explorando y descubriendo los misterios de la física de partículas, así como por ver las aplicaciones prácticas que pueden surgir de este conocimiento.

12.3. López Martinez Sergio Demis

La experiencia con el Modelo de Desintegración de Partículas basado en las Ecuaciones de Fermi tienen la capacidad de representar con precisión las interacciones fundamentales del universo, lo cual es realmente asombroso.

Desde el punto de vista de la programación, el desafío de programar estos procesos y predecir sus resultados es estimulante. Las ecuaciones de Fermi nos brindan un lenguaje para describir y explorar el mundo subatómico, de manera similar a cómo usamos el código en la programación para crear y manipular entidades digitales.

Desde un punto de vista filosófico, la desintegración de partículas y las ecuaciones de Fermi nos confrontan con la naturaleza efímera y mutable de la realidad. Los átomos y partículas que consideramos sólidos y permanentes están en constante cambio y transformación, lo cual nos invita a reflexionar sobre nuestra propia existencia y nuestro lugar en el universo.

En resumen, nuestro trabajo con el Modelo de Desintegración de Partículas y las Ecuaciones de Fermi ha sido una aventura emocionante y enriquecedora. Nos ha permitido explorar la belleza y complejidad del universo a su nivel más fundamental, y nos ha proporcionado poderosas herramientas para comprender y describir ese universo. Estoy emocionado por continuar esta exploración y desvelar aún más los misterios de la física de partículas.