Metodología de la Programación y Algoritmia

Convocatoria Extraordinaria 2018/2019 SOLUCIÓN

1.- Calcula la complejidad asintótica del algoritmo septiembre19. Justifica la respuesta. La complejidad asintótica de calcular(n:entero):entero es O(log n).

```
función septiembre19(x:entero):entero i,j,k,n:entero k \leftarrow 1
n \leftarrow 100
para i \leftarrow 1 hasta n
j \leftarrow 1
mientras j < x hacer
j \leftarrow j * 2
k \leftarrow k + 1
fmientras
k \leftarrow k + \text{calcular}(x)
fpara
devolver k
```

SOLUCIÓN:

Como se pide la complejidad asintótica se puede analizar el algoritmo por niveles. La variable que indica el tamaño del problema es x.

```
función septiembre17(x:entero):entero
                                                         Nivel 1
                                                                     Nivel 2
                                                                                 Nivel 3
         i,j,k,n:entero
(1)
          k ← 1
                                                         0(1)
         n ← 100
(2)
                                                         0(1)
         para i←1 hasta n
                                                         0(1)
(3)
             j ← 1
                                                                     0(1)
(4)
(5)
             mientras j < x hacer
                                                                     O(\log x)
                j ← j * 2
(6)
                                                                                 0(1)
                k ← k + 1
(7)
                                                                                 0(1)
(8)
             fmientras
(9)
              k \leftarrow k + calcular(x)
                                                                     O(\log x)
(10)
          fpara
                                                         0(1)
(11)
         devolver k
      ffunción
```

Las líneas (6) y (7) siguen la regla de las secuencias de instrucciones, con lo cual cogemos el máximo de ellas que es $max{O(1), O(1)} = O(1)$.

```
función septiembre17(x:entero):entero
                                                         Nivel 1
                                                                     Nivel 2
                                                                                Nivel 3
          i,j,k,n:entero
(1)
         k \leftarrow 1
                                                         0(1)
         n ← 100
(2)
                                                         0(1)
         para i←1 hasta n
(3)
                                                         0(1)
(4)
             j ← 1
                                                                    0(1)
(5)
             mientras j < x hacer
                                                                     O(\log x)
                (6)
                                                                                0(1)
(7)
(8)
             fmientras
(9)
             k \leftarrow k + calcular(x)
                                                                     O(\log x)
(10)
          fpara
                                                         0(1)
(11)
          devolver k
      ffunción
```

Metodología de la Programación y Algoritmia

Convocatoria Extraordinaria 2018/2019 SOLUCIÓN

El bucle "mientras" de la línea (5) finaliza cuando j < x. Como la variable j se actualiza multiplicando su valor por una constante, el número de iteraciones está en función del logaritmo y es $O(\log x)$. Aplicamos la regla del producto, con lo cual las líneas (5) – (8) tienen una complejidad $O(\log x)$ * $O(1) = O(\log x)$

```
función septiembre17(x:entero):entero
                                                            Nivel 1
                                                                        Nivel 2
          i, j, k, n:entero
(1)
          k ← 1
                                                            0(1)
(2)
          n ← 100
                                                            0(1)
          para i←1 hasta n
(3)
                                                            0(1)
(4)
              j ← 1
                                                                        0(1)
(5)
              mientras j < x hacer
                                                                        O(log x)
                 j ← j * 2
(6)
(7)
                 k \leftarrow k + 1
              fmientras
(8)
(9)
              k \leftarrow k + calcular(x)
                                                                        O(\log x)
(10)
          fpara
          devolver k
                                                            0(1)
(11)
       ffunción
```

Las líneas (4) - (9) siguen la regla de las secuencias de instrucciones, con lo cual cogemos el máximo de todas ellas que es max $\{O(\log x), O(1), O(\log x)\} = O(\log x)$.

```
función septiembre17(x:entero):entero
                                                             Nivel 1
                                                                          Nivel 2
          i,j,k,n:entero
(1)
          k \leftarrow 1
                                                             0(1)
          n ← 100
(2)
                                                             0(1)
(3)
          para i←1 hasta n
                                                             0(1)
              j ← 1
(4)
                                                                          O(\log x)
(5)
              mientras j < x hacer
                 j ← j * 2
(6)
(7)
                  k \leftarrow k + 1
(8)
              fmientras
(9)
              k \leftarrow k + calcular(x)
(10)
          fpara
(11)
          devolver k
                                                             0(1)
       ffunción
```

El bucle "para" de la línea (3) se realiza un número fijo de veces n que no depende del tamaño del problema x. Las líneas (3) - (10) siguen la regla de los bucles, con lo cual su complejidad es O(1) * $O(\log x)$ = $O(\log x)$.

```
función septiembre17(x:entero):entero
                                                             Nivel 1
          i,j,k,n:entero
(1)
          k \leftarrow 1
                                                             0(1)
(2)
          n ← 100
                                                             0(1)
          para i←1 hasta n
(3)
                                                             O(\log x)
(4)
              j ← 1
              mientras j < x hacer
(5)
(6)
                  j ← j * 2
                  k \leftarrow k + 1
(7)
              fmientras
(8)
(9)
              k \leftarrow k + calcular(x)
(10)
           fpara
(11)
                                                             0(1)
          devolver k
       ffunción
```

Finalmente, volvemos a aplicar la regla de las instrucciones secuenciales al Nivel 1, con lo cual la complejidad asintótica de calcular es O(log x).

Metodología de la Programación y Algoritmia

Convocatoria Extraordinaria 2018/2019 SOLUCIÓN

- 2.- Menú ideal (igual número de calorías) o en caso de no encontrarlo menú más cercano por debajo al número de calorías.
- 2.a) Descripción del funcionamiento de un algoritmo que utilice programación dinámica.
- 2.b) Traza para M=16, n=4, P={5, 6, 3, 6} y V={5, 6, 3 y 6}.

SOLUCIÓN:

- 2.a) Este ejercicio se puede resolver utilizando el algoritmo que utiliza la estrategia de programación dinámica que se realizó en los ejercicios del Tema 5, considerando que los pesos y valores son las calorías de cada plato. Este algoritmo también se puede encontrar en la bibliografía web recomendada.
- Guerequeta R., Vallecillo A. (2000), Análisis y diseño de algoritmos. Servicio de publicaciones de la Universidad de Málaga (2000). (Capítulo 7)
- 2.b) Considerando M=16 calorías, n=4 platos y P=V={5, 6, 3, 6} las calorías de cada plato, los valores que va generando el algoritmo y que se almacenan en la matriz T, que se va rellenando por filas es la siguiente:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1 (5)	0	0	0	0	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
2 (6)	0	0	0	0	0	5	6	6	6	6	6	11	11	11	11	11	11
3 (3)	0	0	0	3	3	5	6	6	8	9	9	11	11	11	14	14	14
4 (6)	0	0	0	3	3	5	6	6	8	9	9	11	12	12	14	15	15

El menú final con el mayor número de calorías sin sobrepasar la cantidad máxima de calorías M=16 está calculado en la última celda de la matriz y su valor es de 15 calorías.

3.- Diseña un algoritmo recursivo en pseudocódigo llamado suma_recusivo que calcule la suma de los dígitos de un número entero positivo. Esta función recibe como argumento el número entero positivo y devuelve la suma. Por ejemplo, si el número es 2408 el resultado es 14. Indica qué tipo de recursividad tiene el algoritmo y por qué. Realiza una traza para el número 2408.

SOLUCIÓN:

Este ejercicio está planteado en los ejercicios del tema de Recursividad.