

Metodología de la Programación y Algoritmia

Convocatoria de Junio 2017 SOLUCIÓN

1.- Describe un problema y propón un algoritmo que utilice una estrategia voraz para resolverlo. Explica detalladamente el funcionamiento del algoritmo, justifica por qué es voraz y haz una traza para un caso particular de forma que se vea claro el funcionamiento.

SOLUCIÓN:

En el tema de los algoritmos voraces hay diversos algoritmos que siguen esta estrategia: el problema de la devolución del cambio, la mochila con objetos fraccionables, planificación de tareas,... El problema y algoritmo de resolución que se utilice puede ser alguno de los que hayamos visto o cualquier otro, siempre y cuando estén bien definidos y se justifique correctamente por qué el algoritmo es voraz.

2.- Calcula la complejidad asintótica del siguiente algoritmo y **justifica** tu respuesta de forma que quede claro por qué sale dicha complejidad. La complejidad asintótica de calcular(n:real, m:entero):real es O(m²).

```
función junio17(A:real[x,y]):real
         i,j: entero
          v: real
         v \leftarrow 0
(1)
(2)
         i ← x
(3)
         mientras i ≥ 1 hacer
            j ← 1
(4)
             mientras j < y hacer
(5)
(6)
                v \leftarrow v + calcular(A_{i,j}, y)
                j ← j + 2
(7)
             fmientras
(8)
            i ← i / 2
(9)
(10)
         fmientras
(11)
         devolver v
      ffunción
```

SOLUCIÓN:

Las variables que indican el tamaño del problema son x e y. La complejidad vendrá dada en función de estas variables.

```
función junio17(A:real[x,y]):real
                                                  Nivel 1
                                                              Nivel 2
                                                                          Nivel 2
         i,j: entero
         v: real
(1)
         v \leftarrow 0
                                                  0(1)
(2)
         i \leftarrow x
                                                  0(1)
         mientras i ≥ 1 hacer
                                                  O(logx)
(3)
                                                              0(1)
(4)
             j ← 1
             mientras j < y hacer
(5)
                                                              O(y)
                v \leftarrow v + calcular(A_{i,j}, y)
                                                                           0(y^2)
(6)
(7)
                j ← j + 2
                                                                           0(1)
(8)
             fmientras
(9)
             i ← i / 2
                                                              0(1)
(10)
         fmientras
                                                              0(1)
(11)
         devolver v
      ffunción
```

En el bucle de la línea (3) el número de iteraciones varía en función del logx y en el de la línea (5) lo hace de forma lineal con la variable y. Como las instrucciones de la condición son del O(1), la complejidad de estas líneas son O(logx) y O(y), respectivamente

Para resolver las líneas (5) – (8), aplicamos la regla de la secuencia de instrucciones a las instrucciones que están dentro del bucle max{ $O(y^2)$, O(1)} = $O(y^2)$ y resolvemos la complejidad de este bucle aplicando la regla del producto $O(y)^*O(y^2) = O(y^3)$.



Metodología de la Programación y Algoritmia

Convocatoria de Junio 2017 SOLUCIÓN

```
función junio17(A:real[x,y]):real
                                                    Nivel 1
                                                                 Nivel 2
          i,j: entero
          v: real
(1)
          v \leftarrow 0
                                                    0(1)
          i \leftarrow x
                                                    0(1)
(2)
(3)
          mientras i ≥ 1 hacer
                                                    O(logx)
(4)
                                                                 0(1)
              mientras j < y hacer
(5)
                                                                 O(y^3)
(6)
                 v \leftarrow v + calcular(A_{i,j}, y)
(7)
                  j ← j + 2
(8)
              fmientras
(9)
              i ← i / 2
                                                                 0(1)
(10)
           fmientras
(11)
          devolver v
                                                                 0(1)
       ffunción
```

Volvemos a realizar lo mismo con el bucle de la línea (3). Para las líneas (4) – (9) la regla de la secuencia de instrucciones: max{ O(1), $O(y^3)$, O(1)} = $O(y^3)$ y la regla del producto para el bucle $O(\log x)^*O(y^3)$ = $O(y^3\log x)$.

```
función junio17(A:real[x,y]):real
                                                    Nivel 1
          i,j: entero
          v: real
          v \leftarrow 0
                                                    0(1)
(1)
(2)
          i \leftarrow x
                                                    0(1)
          mientras i ≥ 1 hacer
(3)
                                                    O(y^3logx)
(4)
              i ← 1
(5)
              mientras j < y hacer
(6)
                 v \leftarrow v + calcular(A_{i,j}, y)
(7)
                  j ← j + 2
(8)
              fmientras
              i ← i / 2
(9)
(10)
           fmientras
(11)
          devolver v
       ffunción
```

Finalmente, aplicamos la regla de la suma en el Nivel 1: $max{O(1), O(1). O(y^3logx}} = O(y^3logx).$

Con lo cual la complejidad asintótica del algoritmo es O(y³logx).

3.- Dado el siguiente algoritmo, que resuelve el problema del viajante de comercio, obtén su versión iterativa.

```
costeVóptimo ← +∞
función Viajante(Coste:real+[n,n], V:&natural[n], Vóptimo:&natural[n],
                   costeVóptimo:&real, k:entero)
   costeV:real
   V_k \leftarrow 1
   mientras V_k \neq n hacer
       V_k \ \leftarrow \ V_k \ + \ 1
       si Coste_{Vk-1,Vk} \neq \infty y Ciclos(V, k) = FALSO
          si k = n
              si Coste<sub>Vk,V1</sub> ≠ ∞
                 costeV ← CalcularCoste(Coste, V)
                 si costeV < costeVóptimo
                     Vóptimo ← V
                     costeVóptimo ← costeV
                  fsi
              fsi
          si no
              Viajante (Coste, V, Vóptimo, costeVóptimo, k+1)
         fsi
       fsi
   fmientras
ffunción
```



Metodología de la Programación y Algoritmia

Convocatoria de Junio 2017 SOLUCIÓN

SOLUCIÓN:

El algoritmo está visto en los ejercicios del tema de vuelta atrás. Para realizar la conversión a iterativo utilizamos el Esquema general iterativo de los algoritmos de vuelta atrás adecuándolo a este caso particular.

La solución es la siguiente:

```
función Viajante(Coste:real+[n,n])
   V, Vóptimo:natural[n]
   costeV, costeVóptimo:real
   k:entero
   costeVóptimo ← +∞
   V_1 \leftarrow 1
   k ← 2
   mientras k>1 hacer
       \text{si } V_k \neq n
           V_k \leftarrow V_k + 1
           si Coste_{Vk-1,Vk} \neq \infty y Ciclos(V, k) = FALSO
               si k = n
                   si Costev_k, v_1 \neq \infty
                       costeV \( \text{CalcularCoste(Coste, V)} \)
                       si costeV < costeVóptimo
                           V \circ ptimo \leftarrow V
                           costeVóptimo \leftarrow costeV
                       fsi
                   fsi
               si no
                   k ← k+1
                   V_k \ \leftarrow \ 1
              fsi
           fsi
       si no
           k ← k-1
       fsi
   fmientras
ffunción
```