

### Instrucciones y Reglas

---

Fecha límite de entrega: **miércoles 21 de septiembre, 12:00 m. (mediodía)**

**Entrega por Bloque Neón.**

- La tarea debe ser realizada en grupos de mínimo 2 y máximo 3 personas.
- La solución de cada uno de los problemas que se enuncian a continuación debe contener mínimo:
  - Formulación matemática rigurosa (conjuntos, parámetros, variables de decisión, función objetivo, restricciones).
  - Síntesis de resultados.
  - Conclusiones.
  - Anexos (modelos en Xpress-MP o Python-Gurobi, salidas y toda la información de soporte que sustente su trabajo) enviados por un solo integrante del grupo al enlace de Bloque Neón. De ser necesario, debe haber una implementación diferente por literal.
- El reporte debe ser auto contenido, conciso y preciso, no debe exceder las 10 páginas.
- Se debe utilizar el formato de entrega de la tarea que se encuentra en Bloque Neón en la primera página de su informe. Si el formato no es usado o se llena incorrectamente, la tarea se calificará sobre 90 puntos.
- Envíe por Bloque Neón su informe en formato PDF y con nombre el *login* del estudiante que realiza el envío (e.g., jf.pulidop.pdf). Por aparte, envíe todos sus archivos de soporte (modelos de Xpress-MP, Python-Gurobi, archivos de Excel, etc.) comprimidos en un solo archivo \*.zip. Asegúrese que los archivos sean colgados por sólo uno de los integrantes. No se aceptarán archivos enviados por otro medio como correo electrónico.
- Si el informe de la tarea y los archivos de soporte no se entregan en la fecha y hora asignadas la nota de la tarea será 0.0.
- Todo código en Mosel (Xpress-MP), Python-Gurobi o cualquier otro lenguaje de programación debe estar debidamente comentado, de lo contrario se penalizará sobre la nota definitiva de la tarea.
- La calificación del reporte se verá afectada en los siguientes casos: no demuestra una comprensión clara del problema que resuelve, el reporte no es claro o está en desorden, los archivos anexos no funcionan o el documento no es entregado según las reglas establecidas.
- Las preguntas acerca del enunciado se responderán a través del foro de MS-Teams: OPTIMIZACIÓN AVANZADA y en el horario de atención.

Cualquier sospecha de fraude será manejada de acuerdo con el reglamento de la Universidad.

## Problema 1: Opti-delivery (50 puntos)

*Opti-delivery* es una empresa de envíos colombiana que tiene presencia en cinco países de Latinoamérica y se caracteriza por usar siempre la tecnología de vanguardia. Por esa razón, la compañía está empezando a realizar sus entregas utilizando vehículos eléctricos autónomos, es decir, que no requieren de un conductor para su funcionamiento. Debido a esto, es crítico determinar claramente la ruta que debe realizar cada vehículo para programarla en su sistema.



Uno de los clientes de *Opti-delivery* es *Focus*, una empresa que produce alimento para mascotas necesita distribuir sus productos a las tiendas de São Paulo, Brasil. Para un día específico, *Opti-delivery* dispondrá de cinco vehículos eléctricos para realizar la entrega de comida para mascotas a 25 tiendas de la ciudad. La Tabla 1 presenta la ubicación de algunas de las tiendas, junto con su demanda de alimento respectiva. La información completa se encuentra en la hoja "*Opti-delivery*" del archivo "*Tarea 2 - 202220.xlsx*".

**Tabla 1.** Ubicación y demanda de comida para mascotas para algunas tiendas.

Lugar	Latitud	Longitud	Demanda (paquetes)
Depósito	-23.5631847	-46.6256209	0
Tienda 1	-23.548455	-46.428287	3
Tienda 2	-23.5365929	-46.443187	2
Tienda 3	-23.5108534	-46.49068	4
...	...	...	...

La distancia entre dos ubicaciones geográficas puede ser calculada a partir de la fórmula del semiverseno:

$$d = 2 * R * \arcsen \left( \sqrt{\sin^2 \left( \frac{\Delta\phi}{2} \right) + \cos(\phi_1) * \cos(\phi_2) * \sin^2 \left( \frac{\Delta\lambda}{2} \right)} \right)$$

Donde  $d$  es la distancia (en kilómetros) entre las dos ubicaciones,  $\Delta\phi$  es la diferencia entre las dos latitudes,  $\Delta\lambda$  es la diferencia entre las dos longitudes,  $\phi_1$  es la latitud de la primera ubicación,  $\phi_2$  es la latitud de la segunda ubicación y  $R$  es el radio de la tierra, que puede ser aproximado a 6378 km. **Nota:** Recuerde que el ángulo para las funciones seno y coseno debe estar en radianes.

Cada vehículo de *Opti-delivery* consume energía a una tasa de 1.5 kWh/km y tiene una batería que almacena 34 kWh cuando está completamente cargada. Además, cada vehículo tiene una capacidad para transportar 20 paquetes de comida, debe empezar su ruta saliendo del depósito de *Focus*, con la batería completamente cargada, y terminar la ruta en el depósito, luego de realizar las entregas asignadas.

Opti-delivery lo ha contactado a usted para determinar cuál debe ser la ruta de cada uno de los cinco vehículos, de tal forma que se realice la distribución del alimento para mascotas de Focus minimizando la distancia total recorrida.

a. Considere una estrategia de solución que garantice únicamente las siguientes condiciones:

- Todas las tiendas deben ser visitadas por algún vehículo.
- Se deben utilizar todos los vehículos disponibles.
- No deben existir ciclos entre un par de ubicaciones. La Figura 1 muestra un ciclo entre un par de nodos  $i$  y  $j$ . Note que esta condición incluye al depósito, lo que significa que no es posible que un vehículo sólo visite una tienda.

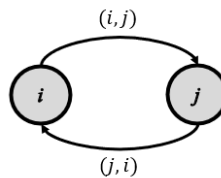


Figura 1. Ejemplo de ciclo.

- Sin incluir ninguna otra restricción**, plantee una formulación matemática rigurosa. Describa los conjuntos, parámetros, variables de decisión, función objetivo y restricciones.
- Resuelva el problema implementándolo en Xpress-MP o Python-Gurobi. Grafique la solución obtenida utilizando librerías como *mmive* en Xpress-MP o *NetworkX* o *Matplotlib* en Python. Reporte el valor de la solución objetivo y presente los resultados utilizando el formato que muestra la Tabla 2.

Tabla 2. Formato de solución.

# Ruta	Secuencia	Energía consumida (kWh)	Demanda entregada (paquetes)

- ¿Qué puede concluir al observar la solución obtenida? ¿Es esta solución factible en términos de la capacidad (en términos de paquetes y energía) de los vehículos y de las secuencias (estructuras) de las rutas formadas?

**b.** Plantee una estrategia de solución basada en cortes (es decir, incluyendo iterativamente restricciones a su formulación) que le permita resolver el problema original, teniendo en cuenta el consumo máximo de energía y la capacidad de cada vehículo. Iterativamente, su implementación debe ser capaz de incluir restricciones que permitan:

- Eliminar rutas que excedan la capacidad de los vehículos (i.e., *capacity-cut-constraints*).
- Eliminar rutas que excedan el consumo máximo de energía.
- Eliminar rutas (ciclos) que no pasen por el depósito.

Una vez usted genera un corte o un grupo de estos, la implementación debe resolver de nuevo el problema y verificar que se satisfagan todas las restricciones. En caso de incumplir alguna de las restricciones, se deben buscar y agregar nuevos cortes hasta que se obtenga un ruteo que cumpla con todas las especificaciones mencionadas. Siga los siguientes pasos:

- i) Plantee de forma general los cortes solicitados y todos los elementos (conjuntos, parámetros o variables de decisión) adicionales a la formulación matemática planteada en inciso anterior.
- ii) Grafique la solución obtenida cada vez que genere un nuevo corte o un grupo de cortes utilizando una librería (es decir, *mmive*, *Matplotlib* o *NetworkX*). Reporte algunos de estos gráficos.
- iii) Reporte la función objetivo de la solución óptima del problema y grafique las rutas de los vehículos. También presente la solución en el formato de la Tabla 2.
- iv) Presente el pseudocódigo de su algoritmo de solución.
- v) ¿Cómo se ve afectado el valor de la función objetivo cada vez que se agrega un corte o un conjunto de cortes? ¿Por qué? Elabore una gráfica que muestre el valor de la función objetivo en cada una de las iteraciones.

## Problema 2: VanGo (50 puntos)

---

VanGo es una nueva aplicación de transporte en la ciudad de Bogotá basada en el uso de vans compartidas. Cada día en la aplicación aparecen las rutas y los horarios en los cuales se encuentran disponibles. Los usuarios pueden elegir entre las distintas opciones y reservar un cupo. Esta modalidad ha tenido una gran acogida en la comunidad universitaria. Por esta razón, en las semanas recientes, VanGo ha tenido un gran crecimiento, aumentando su número de usuarios. Lo anterior ha generado problemas logísticos, que todavía se encuentran sin resolver, tales como la falta de vans para atender a todos los usuarios y la carencia de rutas para cubrir la demanda de todas las universidades de la ciudad.



Actualmente, VanGo funciona haciendo uso de un pequeño stand ubicado en la Universidad de los Andes. Frente a este stand se parquean las vans de la compañía que transportan a los usuarios de las universidades cercanas. Sin embargo, mediante este centro de recogida no es posible atender la demanda de todas las universidades de la ciudad. Por esta razón, para las próximas semanas la compañía desea realizar la apertura de nuevos centros de recogida en algunas universidades de cuatro sectores de la ciudad, tales como la Universidad Javeriana y la Universidad Jorge Tadeo Lozano. Estas universidades y otras posibles locaciones se encuentran en la hoja "VanGo" del archivo "Tarea 2 - 202220.xlsx" junto con el sector al que pertenecen y el costo en el que se incurriría al decidir instalar el centro de recogida en cada universidad específica.

Ahora bien, un centro de recogida puede atender la demanda de usuarios de universidades distintas. La demanda ha sido estimada con base en un trabajo anterior y debe ser atendida en su totalidad. Esta información se encuentra también en la hoja "VanGo" del archivo "Tarea 2 - 202220.xlsx". Sin embargo, para mantener el control y la calidad del servicio cada centro de recogida podrá atender a lo sumo 600 usuarios de máximo cuatro universidades de su mismo sector (incluyendo la universidad en la que se dispone dicho centro). Por ejemplo, si se decide abrir un centro de recogida en la Universidad Javeriana, éste podría atender a los usuarios de dicha universidad, los usuarios de la Universidad José Francisco de Caldas, de la Universidad Piloto de Colombia y de la Universidad Cooperativa. Además, tenga en cuenta que es posible que la demanda de los usuarios de una universidad sea atendida por centros de recogida distintos, siempre y cuando se encuentren en el mismo sector.

Considerando que el centro de recogida de la Universidad de los Andes ha tenido un gran éxito y ya está instalado, es necesario garantizar que éste permanezca abierto. Sin embargo, es necesario definir la cantidad de usuarios que atenderá de otras universidades, puesto que, en la actualidad, este centro únicamente atiende usuarios pertenecientes a la Universidad de los Andes.

Para la apertura de nuevos centros de recogida es necesario tener en cuenta que no será posible abrir más de diez centros de recogida en toda la ciudad, ni gastar más de \$20 millones de COP en costos de instalación de los centros. Además, no se podrán abrir más de tres centros de recogida en un mismo sector. Tenga en cuenta que cada locación pertenece únicamente a un sector.

Dado que se ha percibido una gran congestión y largas filas en el centro de recogida de la Universidad de los Andes, VanGo desea tener la mínima utilización posible en sus centros de recogida, por lo que desea minimizar la mayor utilización de los centros de recogida. Tenga en cuenta que la utilización siempre toma valores entre 0 y 1 y para un centro de recogida específico  $i$  está definida por la siguiente expresión:

$$Utilización_i = \frac{Usuarios\ asignados\ al\ centro\ i}{Capacidad\ del\ centro}$$

Teniendo en cuenta sus conocimientos de optimización, el gerente de logística de VanGo le ha pedido que le ayude a definir la apertura de los centros de recogida y la asignación de usuarios a los centros con el objetivo de minimizar la máxima utilización.

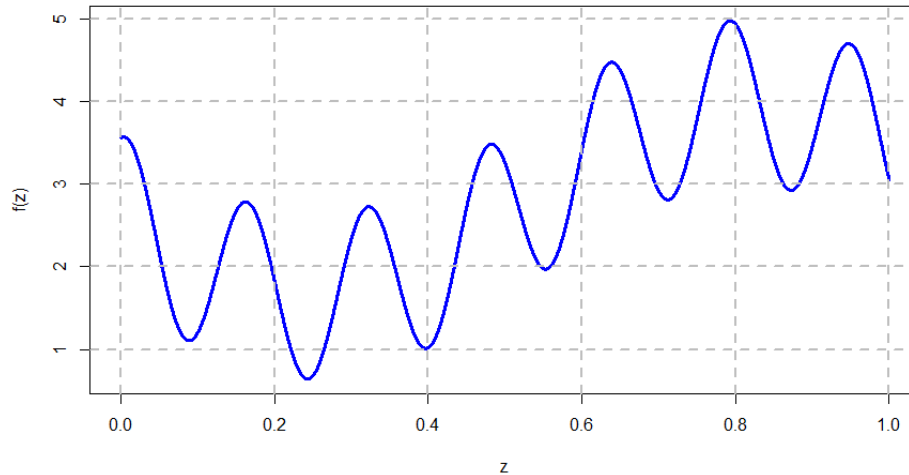
Para lograr esto, usted debe seguir los pasos a continuación:

- a. Formular matemática y rigurosamente el problema de forma general. Describa los conjuntos, parámetros, variables de decisión, función objetivo y restricciones.
- b. Implemente el modelo formulado en el inciso (a) en Xpress-MP o Python-Gurobi. Reporte en cuáles universidades fueron ubicados los centros de recogida, la cantidad de usuarios asignada a cada uno y el valor de la máxima utilización.

Ahora bien, dada la preocupación por la congestión en los centros de recogida, VanGo ha decidido modificar el objetivo inicial. Para esto, se ha establecido un índice de congestión en función de la máxima utilización ( $z$ ), definido por la siguiente expresión:

$$f(z) = \cos(40z + 6) - \sin(6z) + 0.6z^2 + 2.6$$

Dado que  $z$  corresponde a la máxima utilización, la función está definida para  $z$  en el rango  $[0,1]$ . La figura 2 muestra el índice de congestión en el rango posible de  $z$ .



**Figura 2.** Índice de congestión.

Teniendo en cuenta las condiciones anteriores y el nuevo objetivo, resuelva los siguientes incisos:

- c. Presente una formulación que le permita minimizar el índice de congestión. Utilice 15 rectas para aproximar el índice.
- d. Implemente el modelo formulado en el inciso (c) en Xpress-MP o Python-Gurobi. Reporte en cuáles universidades fueron ubicados los centros de recogida, la cantidad de usuarios asignada a cada uno, el valor de la máxima utilización y del índice de congestión. Compare su solución con la obtenida en el inciso (b).
- e. ¿Cómo cambia la función objetivo al variar el número de rectas para la aproximación de la función? Muestre gráficamente los cambios en el índice de congestión al variar el número de rectas desde 5 hasta 50.