Modelamiento (1/2)

Andrés Medaglia, Ph.D.

Profesor Titular

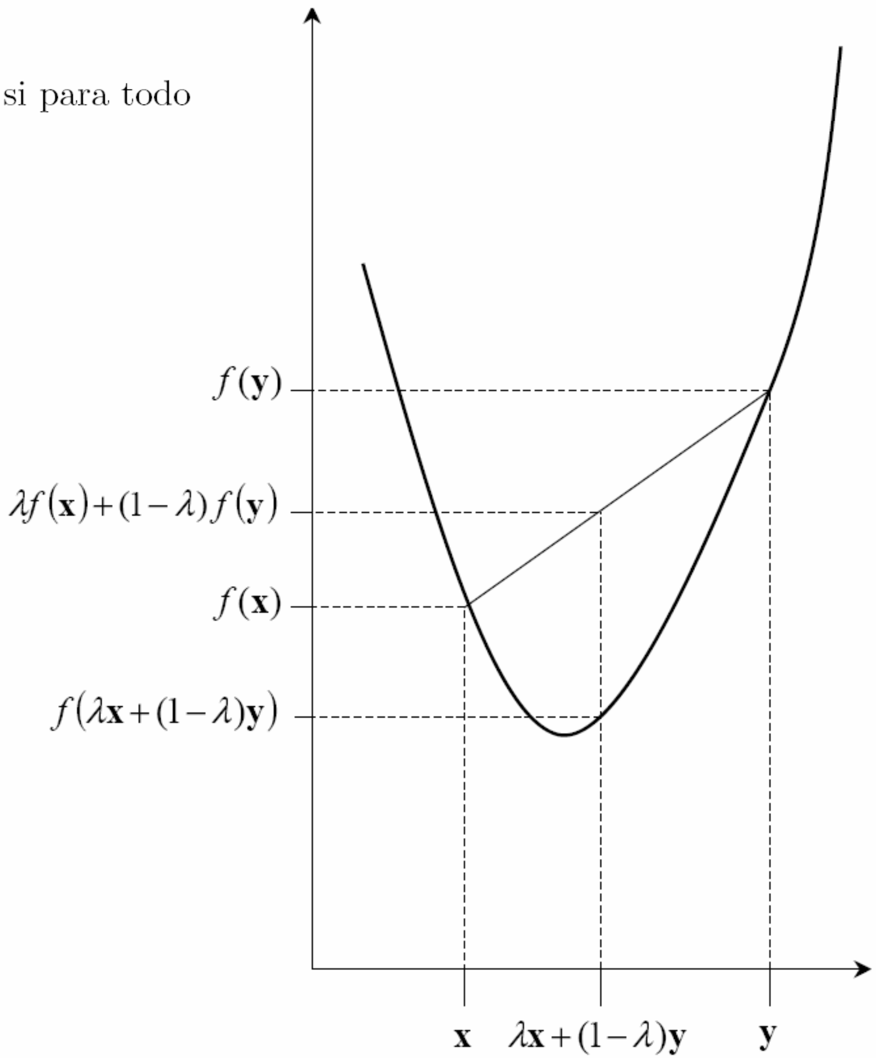
Departamento de Ingeniería Industrial

Centro de Optimización y Probabilidad Aplicada
(http://copa.uniandes.edu.co)

Modelado: Linealización (cont.)

- Función convexa

  Una función $f : \Re^n \mapsto \Re$ es convexa si y solo si para todo $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \Re^n$ y todo $\lambda \in [0,1]$,
  $f\left(\lambda \mathbf{x} + (1-\lambda)\mathbf{y}\right) \leq \lambda f(\mathbf{x}) + (1-\lambda) f(\mathbf{y})$.

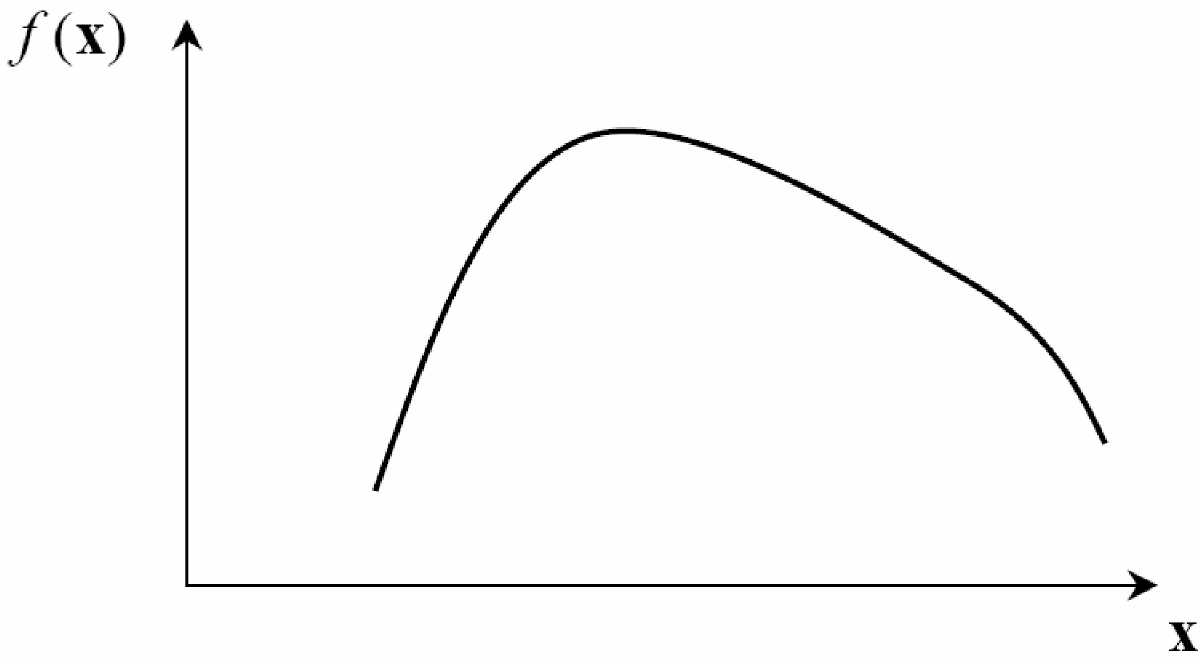


Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelado: Linealización (cont.)

- Función concava

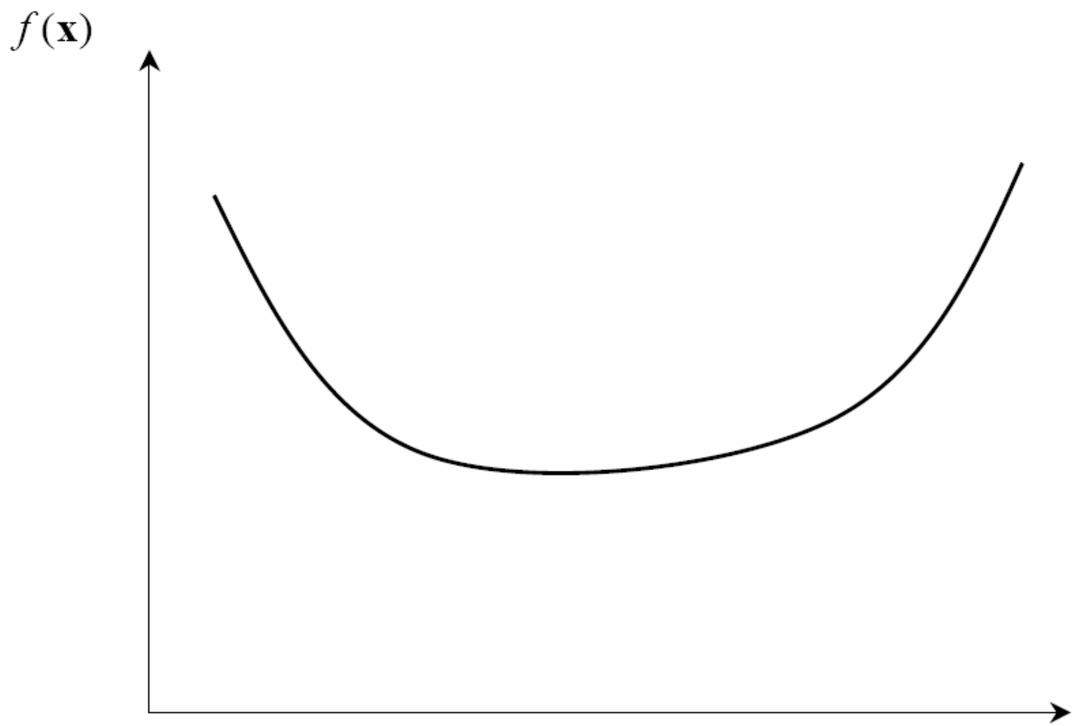


Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelado: Linealización (cont.)

- Aproximación lineal a una función no lineal

  Si $f_1, \ldots, f_m : \Re^n \mapsto \Re$ son funciones convexas, entonces $f(\mathbf{x}) = \max_{i=1,\ldots,m} f_i(\mathbf{x})$es también una función convexa.



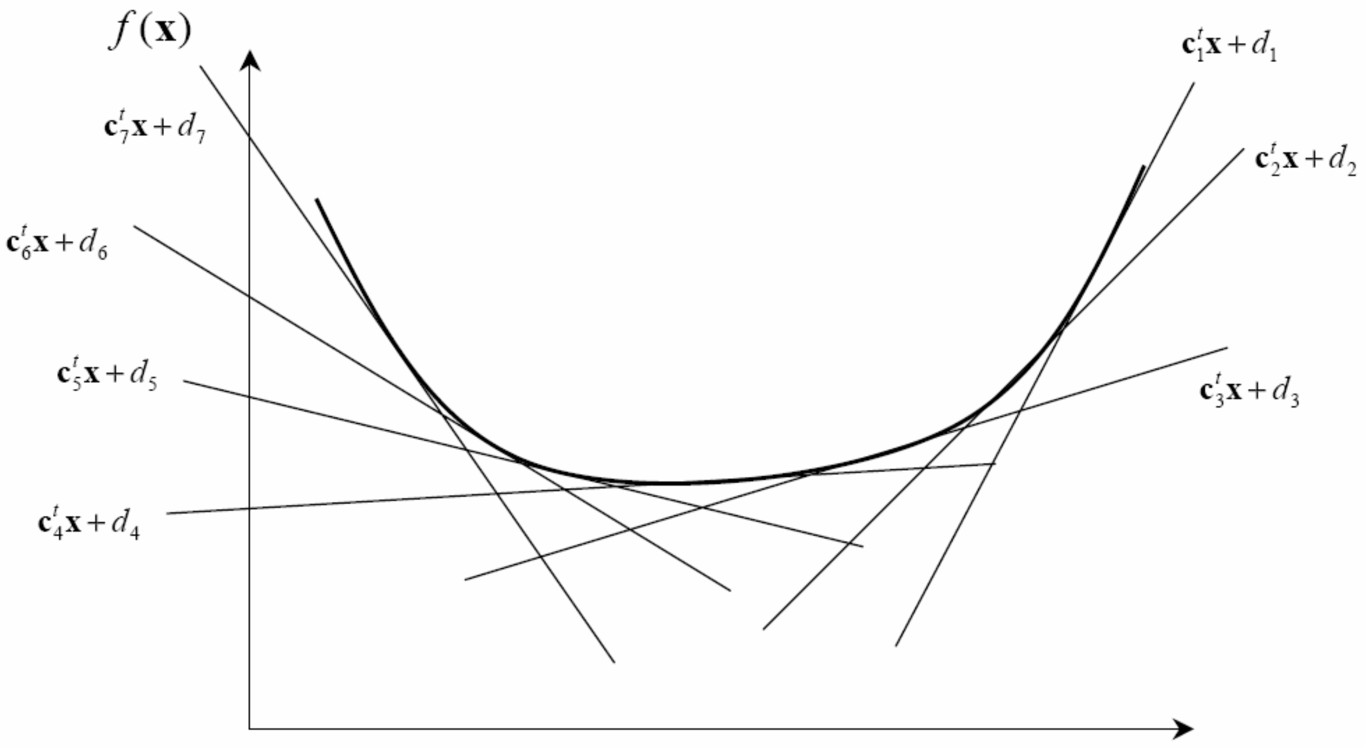
Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelado: Linealización (cont.)

- Aproximación lineal a una función no lineal

  Si $f_1, \ldots, f_m : \Re^n \mapsto \Re$ son funciones convexas, entonces $f(\mathbf{x}) = \max_{i=1,\ldots,m} f_i(\mathbf{x})$es también una función convexa.



Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelado: Linealización (cont.)

$$
\begin{aligned}
\min \quad & f(\mathbf{x}) & \\
\text{sujeto a} \quad & \mathbf{A}\mathbf{x} & = \mathbf{b} \\
& \mathbf{x} & \geq \mathbf{0}
\end{aligned}
$$

donde $f(\mathbf{x})$ es una función convexa no lineal

$$\Downarrow$$

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelado: Linealización (cont.)

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \max_{i=1,\ldots,m} (\mathbf{c}_i'\mathbf{x} + d_i) & \\
\text{sujeto a} \quad & \mathbf{A}\mathbf{x} & = \mathbf{b} \\
& \mathbf{x} & \geq \mathbf{0}
\end{aligned}
$$

$$\Downarrow$$

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

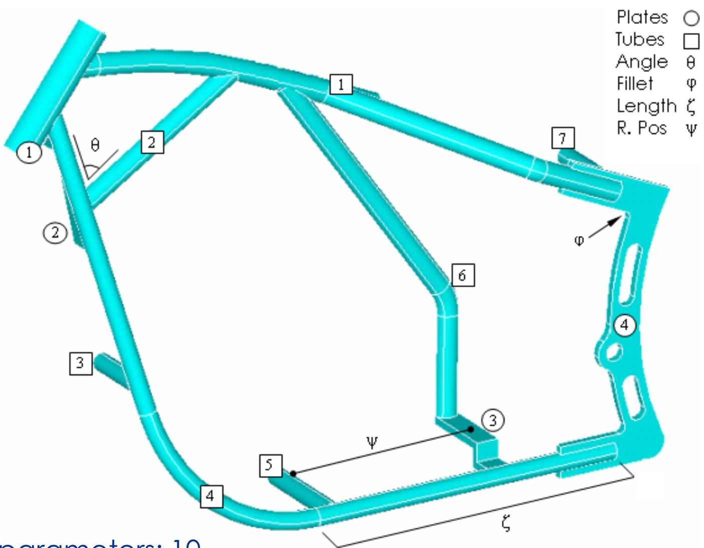
Modelado: Linealización (cont.)

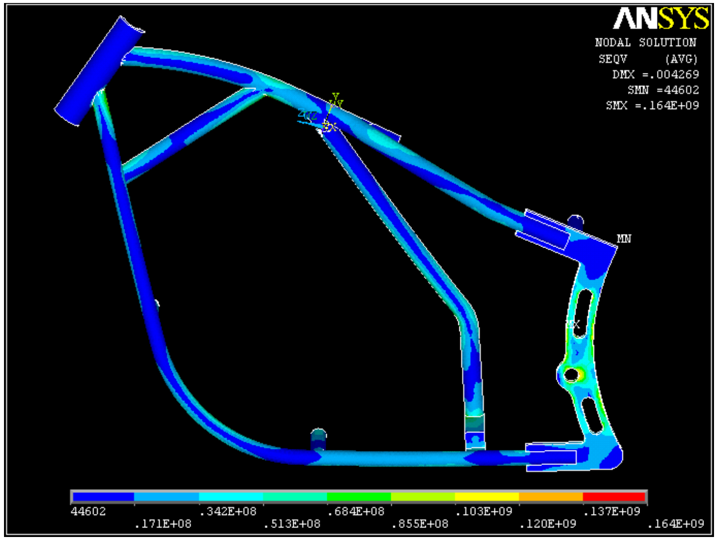
$$\begin{aligned} \min \quad & z \\ \text{sujeto a} \quad & z \geq \mathbf{c}_i'\mathbf{x} + d_i, \; i = 1, \ldots, m \\ & \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

Universidad de los Andes
Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelado: Minimax

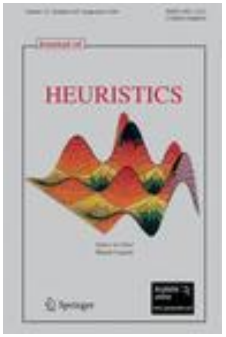
- Rodríguez, J. E., **Medaglia, A. L.** and Casas, J. P. (2005). [Approximation to the optimal design of a motorcycle frame using finite element analysis and evolutionary algorithms](). Ellen J. Bass, (editor). In Proceedings of the 2005 Systems and Information Engineering Design Symposium. Disponible: https://doi.org/10.1109/SIEDS.2005.193269
- Rodríguez, J. E., Medaglia, A. L. and Coello-Coello, C.A. (2009). Design of a motorcycle frame using neuroacceleration strategies in MOEAs. Journal of Heuristics. 15(2): 177-196. Disponible: https://bit.ly/2YBruRI





Discrete parameters: 10

Continuous parameters: 12



Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Análisis Modelo ENFICC

Medaglia, A. L. , Castro, E. & Sefair, J. (2007); Medaglia, A. L. , González, J. & Lozano, L. (2011, 2012)

emgesa endesa

República de Colombia

Ministerio de Minas y Energía

COMISIÓN DE REGULACIÓN DE ENERGÍA Y GAS

RESOLUCIÓN No. 085 DE 2007

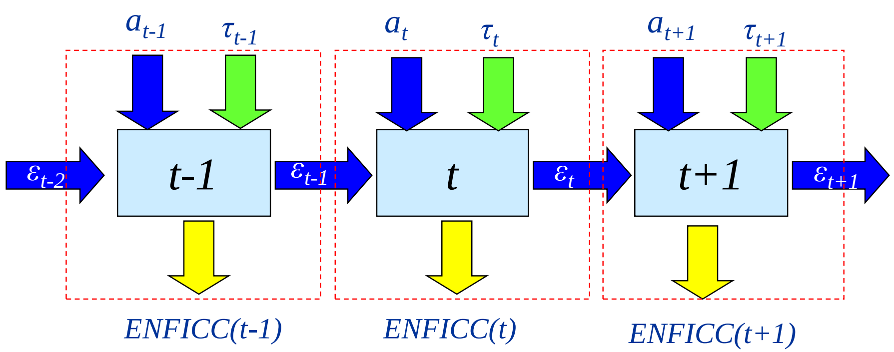
(25 SET. 2007)

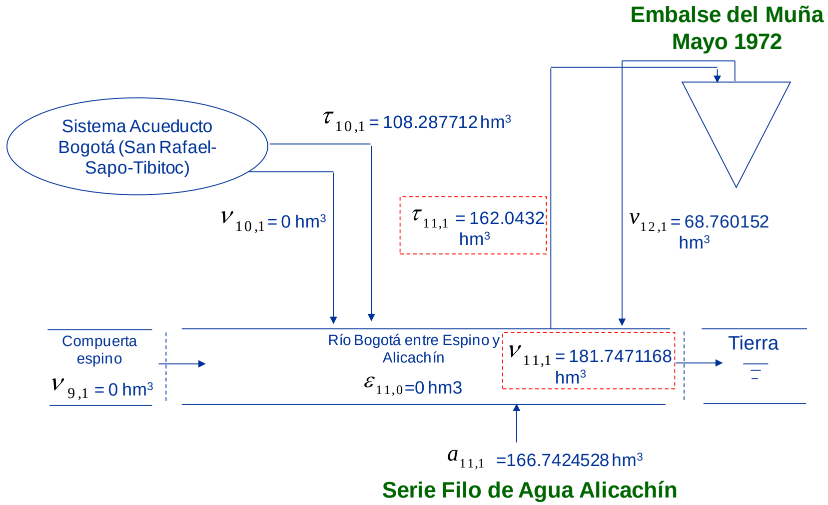
RESOLUCIÓN No. 085 **DE** 25 SET. 2007 **HOJA No.** 2/22

Por la cual se modifican, aclaran y adicionan disposiciones de la Resolución CREG-071 de 2006 y se dictan otras normas, sobre el Cargo por Confiabilidad.

Que se considera necesario efectuar algunas aclaraciones, modificaciones y adiciones a la Resolución CREG-071 de 2006 en lo relacionado con Definiciones, Reporte de Información, Conciliación, Pruebas de Disponibilidad, Cambio de Combustible, Contratos Mercado Secundario, Indisponibilidad Histórica Forzada de Plantas Térmicas y Cambio de ENFICC;

Que la sociedad EMGESA S.A. presentó a la CREG para análisis un estudio adelantado por la Universidad de los Andes sobre el Modelo ENFICC, radicado con el No. E-2007-003694;



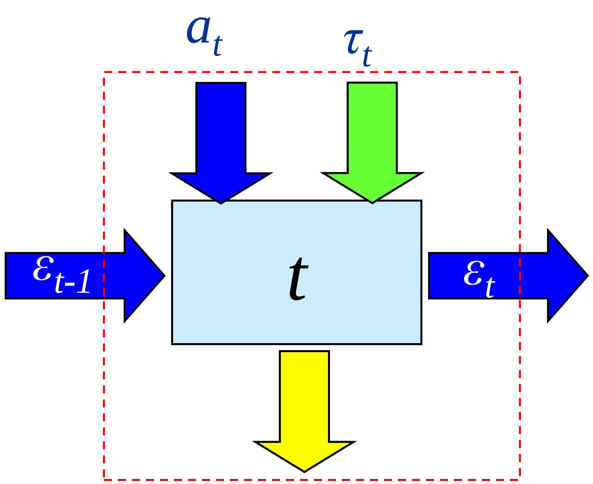


Universidad de los Andes

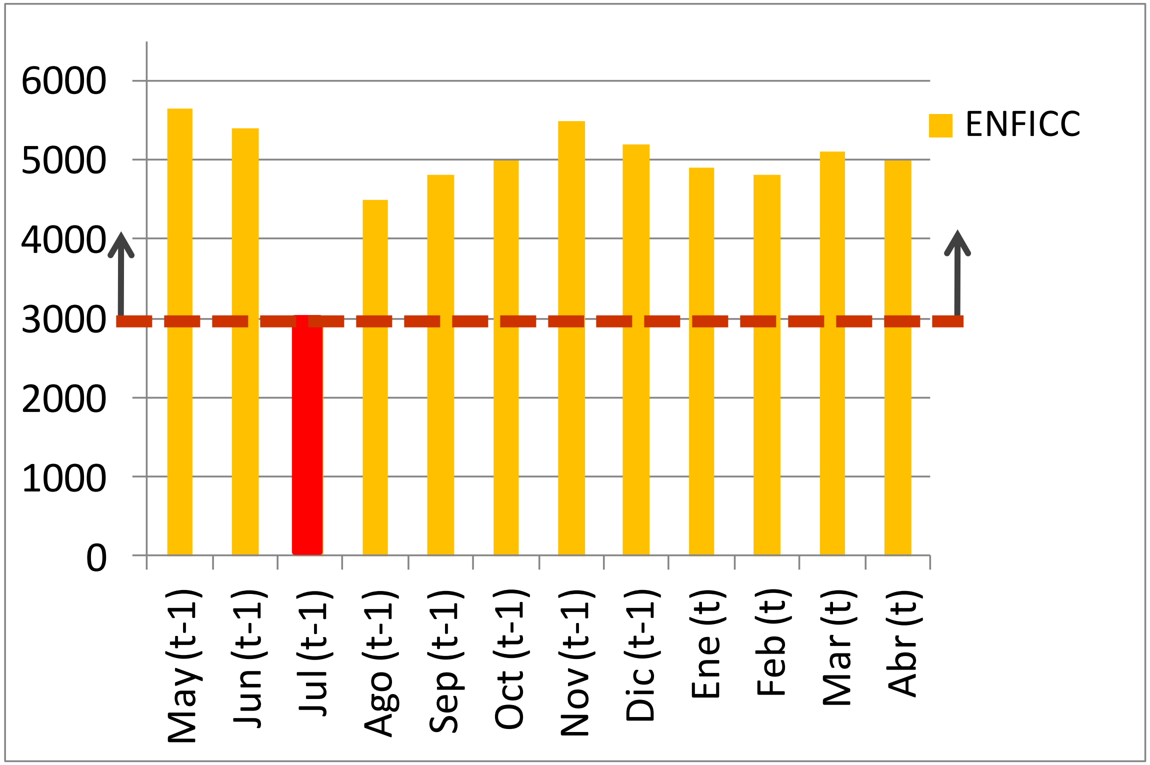
Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelo HIDENFICC

max-min



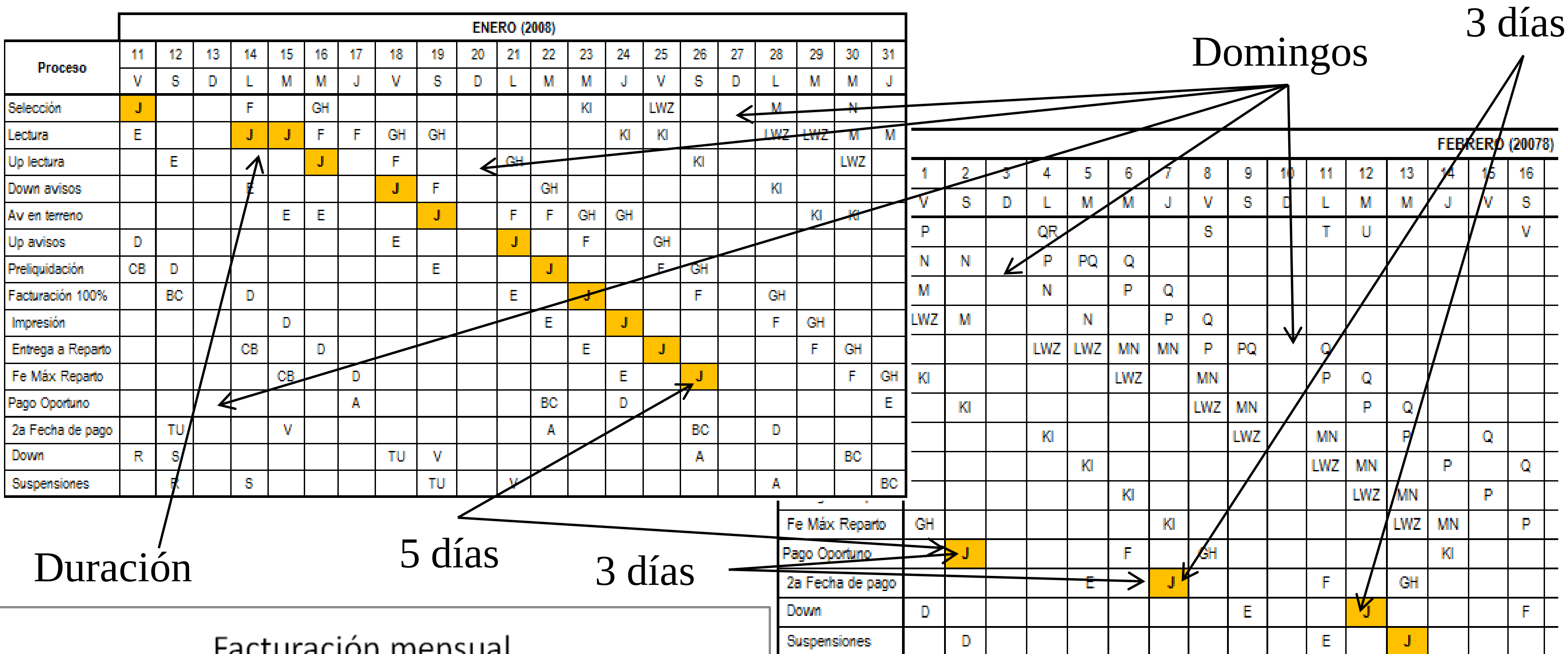
ENFICC(t)



Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

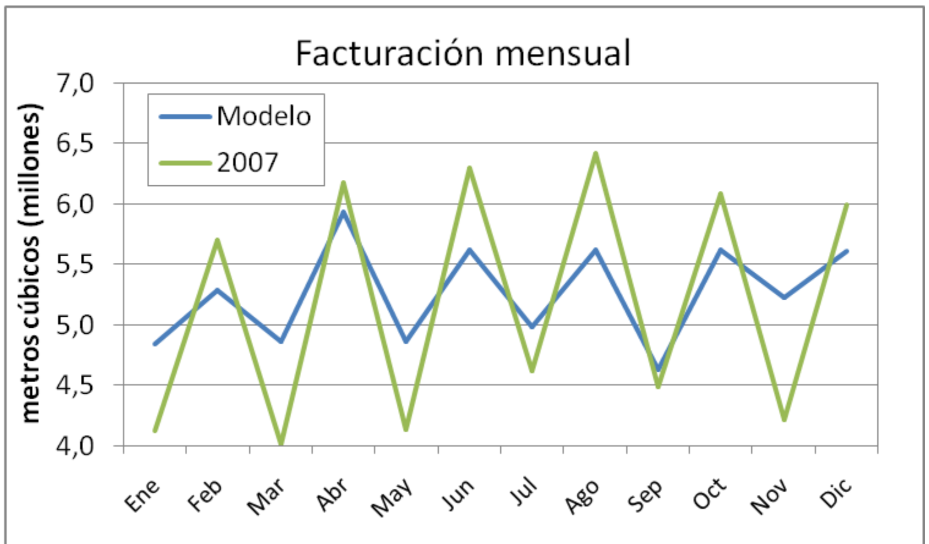
Planeación del calendario de facturación de la EAAB

Malka I. Pontón & A. L. Medaglia



Proceso	ENERO (2008)																				
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J
Selección	J			F		GH							KI		LWZ			M		N	
Lectura	E			J	J	F	F	GH	GH					KI	KI			LWZ	LWZ	M	M
Up lectura		E				J		F			GH					KI				LWZ	
Down avisos				E				J	F			GH						KI			
Av en terreno					E	E			J		F	F	GH	GH					KI	KI	
Up avisos	D							E			J		F		GH						
Preliquidación	CB	D							E			J			F	GH					
Facturación 100%		BC		D							E		J			F		GH			
Impresión					D							E		J				F	GH		
Entrega a Reparto				CB		D							E		J				F	GH	
Fe Máx Reparto					CB		D							E		J				F	GH
Pago Oportuno							A					BC		D							E
2a Fecha de pago		TU			V							A				BC		D			
Down	R	S						TU	V							A				BC	
Suspensiones		R		S					TU		V							A			BC

	FEBRERO (20078)															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S
	P			QR				S			T	U				V
	N	N		P	PQ	Q										
	M			N		P	Q									
	LWZ	M			N		P	Q								
				LWZ	LWZ	MN	MN	P	PQ		Q					
	KI					LWZ		MN			P	Q				
		KI						LWZ	MN			P	Q			
				KI					LWZ		MN		P		Q	
					KI						LWZ	MN		P		Q
						KI						LWZ	MN		P	
Fe Máx Reparto	GH						KI						LWZ	MN		P
Pago Oportuno		J				F		GH						KI		
2a Fecha de pago					E		J				F		GH			
Down	D								E			J				F
Suspensiones		D									E		J			



Programar las actividades relacionadas con la facturación en horizontes de tiempo que permitan balancear los pagos por remuneración al Gestor Comercial, teniendo en cuenta precedencias, brechas y duraciones.

El correcto dimensionamiento de los horizontes de tiempo permite balancear los metros cúbicos facturados mensualmente.

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelado: Satisfacción de restricciones

- Suponga que se necesita saber en el modelo si una restricción se satisface o no.
  - No es obligatorio que la restricción se satisfaga
  - Ayuda:

$$y = 1 \Rightarrow \sum_{j \in J} a_j x_j \le b$$

$$y = 0 \Rightarrow \sum_{j \in J} a_j x_j \le b \quad \text{puede o no cumplirse}$$

$$\Downarrow$$

$$\sum_{j \in J} a_j x_j \le b + (1 - y) M, \quad M >> 0$$

Universidad de los Andes
Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelado: Restricciones Disyuntivas

- Se requiere cumplir *1* de *2* restricciones.
- Al menos una de dos restricciones se deben satisfacer.

$$\left.\begin{array}{l}\displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \geq b \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \geq d\end{array}\right\} \Rightarrow y \in \{0,1\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \geq yb \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \geq (1-y)d\end{array}\right.$$

Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelado: Restricciones Disyuntivas

- Se requiere cumplir *k* de *m* restricciones.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = 1, \dots, m$$

$$\Downarrow$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} y_i = k, \quad i = 1, \dots, m$$

$$y_i \in \{0,1\}$$

Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Modelado: Producto de variables binarias

- Sea $y_1, y_2 \in \{0,1\}$

$$\Downarrow$$

$$y_3 = y_1 \cdot y_2$$

$$\Downarrow$$

$$y_3 \leq y_1$$

$$y_3 \leq y_2$$

$$y_3 \geq y_1 + y_2 - 1$$

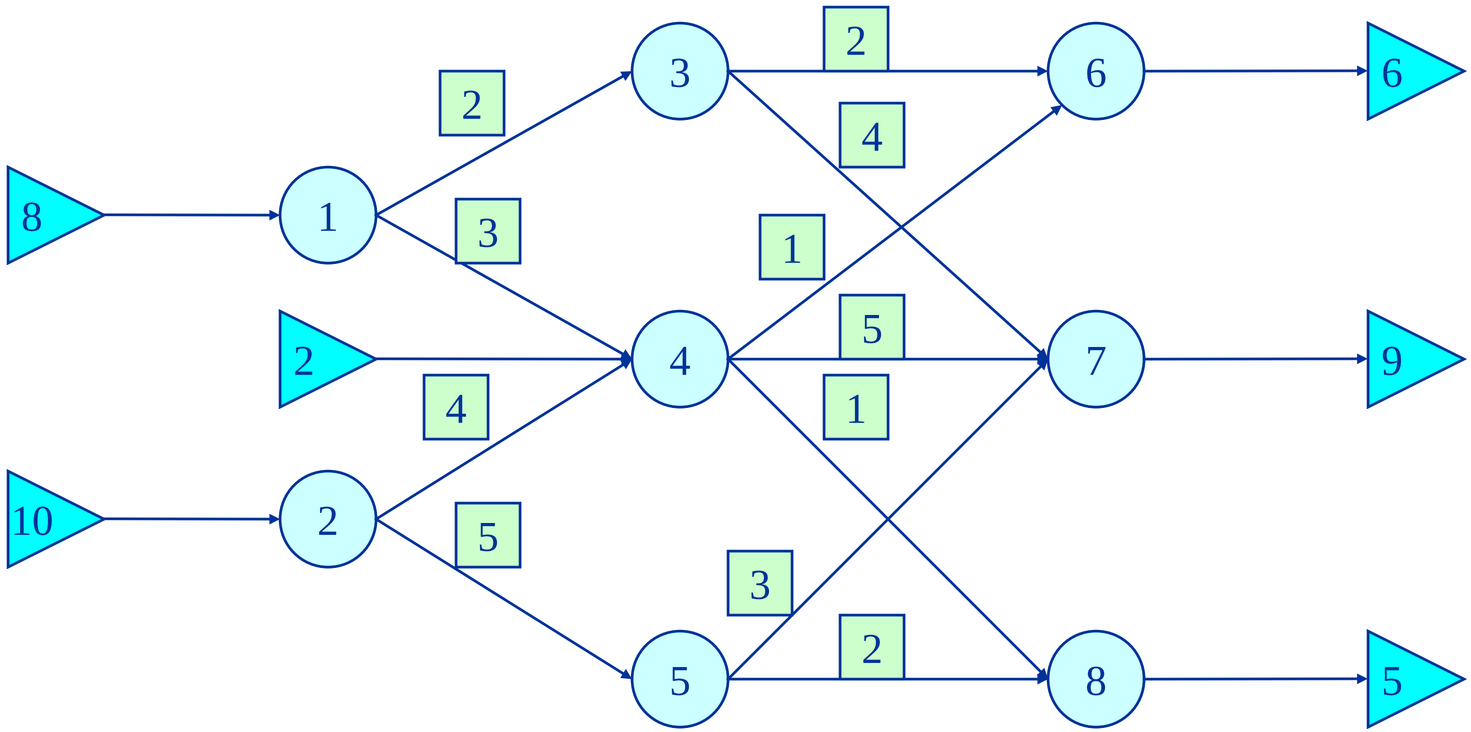
Modelado: Problemas Especiales

- Problemas famosos
  - Problema de transporte
  - Problema de flujo de costo mínimo
  - Problema knapsack
  - Problema de *set covering* (packing y partitioning)
  - Problemas de localización
    - UFLP, MCFLP, CFLP, p-median
  - Problema TSP
  - Problema CVRP
  - ...

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Flujo de costo mínimo
Modelado: Restricciones de Balance

- Flujo de Costo Mínimo



Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

- Flujo de Costo Mínimo

$$\min \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} c_{ij}x_{ij}$$

sujeto a,

$$\begin{aligned} \sum_{\{j:(i,j)\in\mathcal{A}\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i)\in\mathcal{A}\}} x_{ji} &= b(i), \; i \in \mathcal{N} \\ x_{ij} \geq 0, & \qquad (i,j) \in \mathcal{A} \end{aligned}$$

Supuestos.

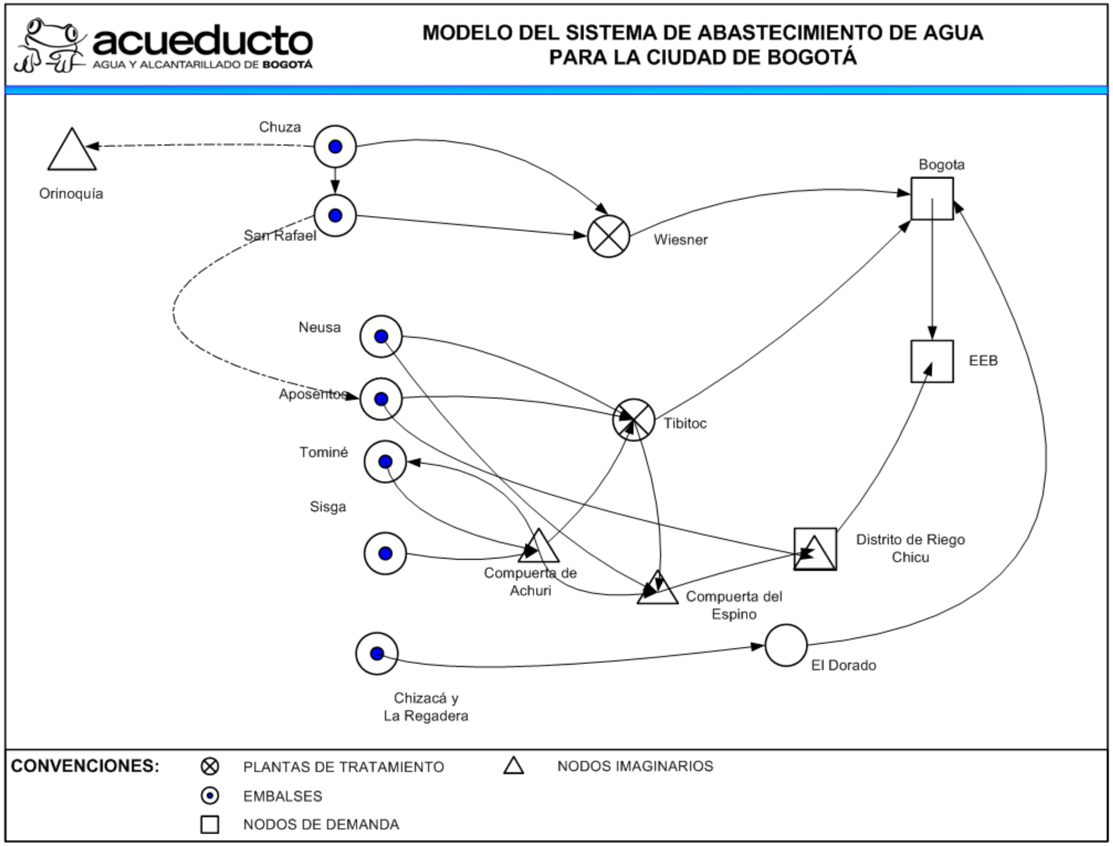
- $\sum_{i\in\mathcal{N}} b_i = 0$

Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Flujo de costo mínimo
Redes generalizadas

- EAAB (Buenahora & Medaglia, 2005)
- Sistema de abastecimiento EAAB



Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Universidad de los Andes

- Factores de pérdida

Planta (*i*)	**Factor de Pérdidas (ε_i)**
Tibitoc	**0.040**
Wiesner	**0.036**
El Dorado	**0.040**

$$(1-\varepsilon_i)\sum_{\{j:(j,i)\in\mathcal{A}\}} x_{jit} = \sum_{\{j:(i,j)\in\mathcal{A}\}} x_{ijt};\quad i\in\mathcal{PT}, t\in 1\ldots T$$

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Flujo de costo mínimo

Production planning

- Sailco Corporation must determine how many sailboats should be produced during each of the next four quarters. The demand during each of the next four quarters is as follows: first quarter, 40 sailboats; second quarter, 60 sailboats; third quarter, 75 sailboats; fourth quarter, 25 sailboats. Sailco must meet demands on time. At the beginning of the first quarter, Sailco has an inventory of 10 sailboats. At the beginning of each quarter, Sailco must decide how many sailboats should be produced during that quarter. For simplicity, we assume that sailboats manufactured during a quarter can be used to meet demand for that quarter. During each quarter, Sailco can produce up to 40 sailboats with regular-time labor at a total cost of $400 per sailboat. By having employees work overtime during a quarter, Sailco can produce additional sailboats with overtime labor at a total cost of $450 per sailboat. At the end of each quarter, a holding cost of $20 per sailboat is incurred. Determine a production schedule to minimize the sum of production and inventory costs during the next four quarters.

Winston (1991)

Flujo de costo mínimo
Production planning

Indices and Sets.

t : Time period (quarter) index, $t = 1 \ldots T$.

Parameters.

c : unit production cost for regular-time labor
w : unit production cost for overtime labor
h : unit holding cost
d_t : expected demand for quarter t
k : production capacity (units) in a shift (regular or overtime)
i_0 : initial inventory level

Flujo de costo mínimo
Production planning

Indices and Sets.

$t:$ Time period (quarter) index, $t = 1 \ldots T$.

Parameters.

$c:$ unit production cost for regular-time labor
$w:$ unit production cost for overtime labor
$h:$ unit holding cost
$d_t:$ expected demand for quarter t
$k:$ production capacity (units) in a shift (regular or overtime)
$i_0:$ initial inventory level

Variables.

$x_t:$ number of sailboats produced by regular-time labor during quarter t
$y_t:$ number of sailboats produced by overtime labor during quarter t
$i_t:$ number of sailboats on hand at end of quarter t

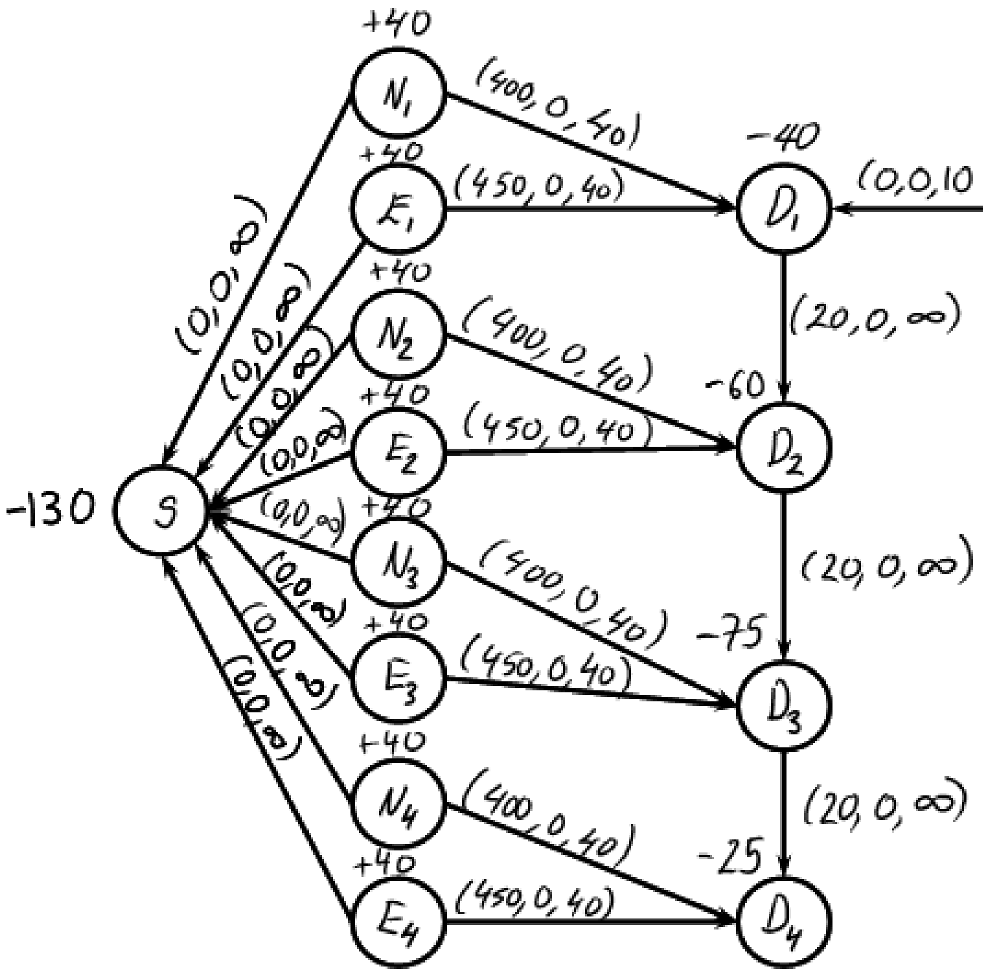
Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Flujo de costo mínimo
Production planning

$$
\begin{array}{lrcll}
\min & z & = & \sum_{t=1}^{T}(cx_t + wy_t + hi_t) & \\
\text{subject to,} & & & & \\
 & i_t & = & i_{t-1} + x_t + y_t - d_t & (t = 1, \ldots, T), \\
 & x_t & \leq & k & (t = 1, \ldots, T), \\
 & y_t & \leq & k & (t = 1, \ldots, T), \\
 & x_t, y_t, i_t & \geq & 0 & (t = 1, \ldots, T).
\end{array}
$$

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Flujo de costo mínimo
Production planning



- $G(\mathcal{N}, \mathcal{A})$: directed graph
- $\mathcal{N}$: set of nodes
- $\mathcal{A}$: set of arcs
- $b(i)$: offer (> 0), demand (< 0), transshipment ($= 0$)
- c_{ij}: flow unit cost through arc (i, j)
- l_{ij}: minimum flow through arc (i, j)
- u_{ij}: maximum flow through arc (i, j)
- (c_{ij}, l_{ij}, u_{ij}), $\forall (i, j) \in \mathcal{A}$
- x_{ij}: flow through arc (i, j)

Minimum Cost Network Flow (MCNF) Problem

- $G(\mathcal{N}, \mathcal{A})$: directed graph
- $\mathcal{N}$: set of nodes
- $\mathcal{A}$: set of arcs
- $b(i)$: offer (> 0), demand (< 0), transshipment $(= 0)$
- c_{ij}: flow unit cost through arc (i, j)
- l_{ij}: minimum flow through arc (i, j)
- u_{ij}: maximum flow through arc (i, j)
- x_{ij}: flow through arc (i, j)

$$\min \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} c_{ij}x_{ij}$$

s.a.,

$$\begin{aligned}
\sum_{\{j:(i,j)\in\mathcal{A}\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i)\in\mathcal{A}\}} x_{ji} &= b(i), \; i \in \mathcal{N} \\
l_{ij} \le x_{ij} \le u_{ij}, & \qquad (i, j) \in \mathcal{A}
\end{aligned}$$

Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

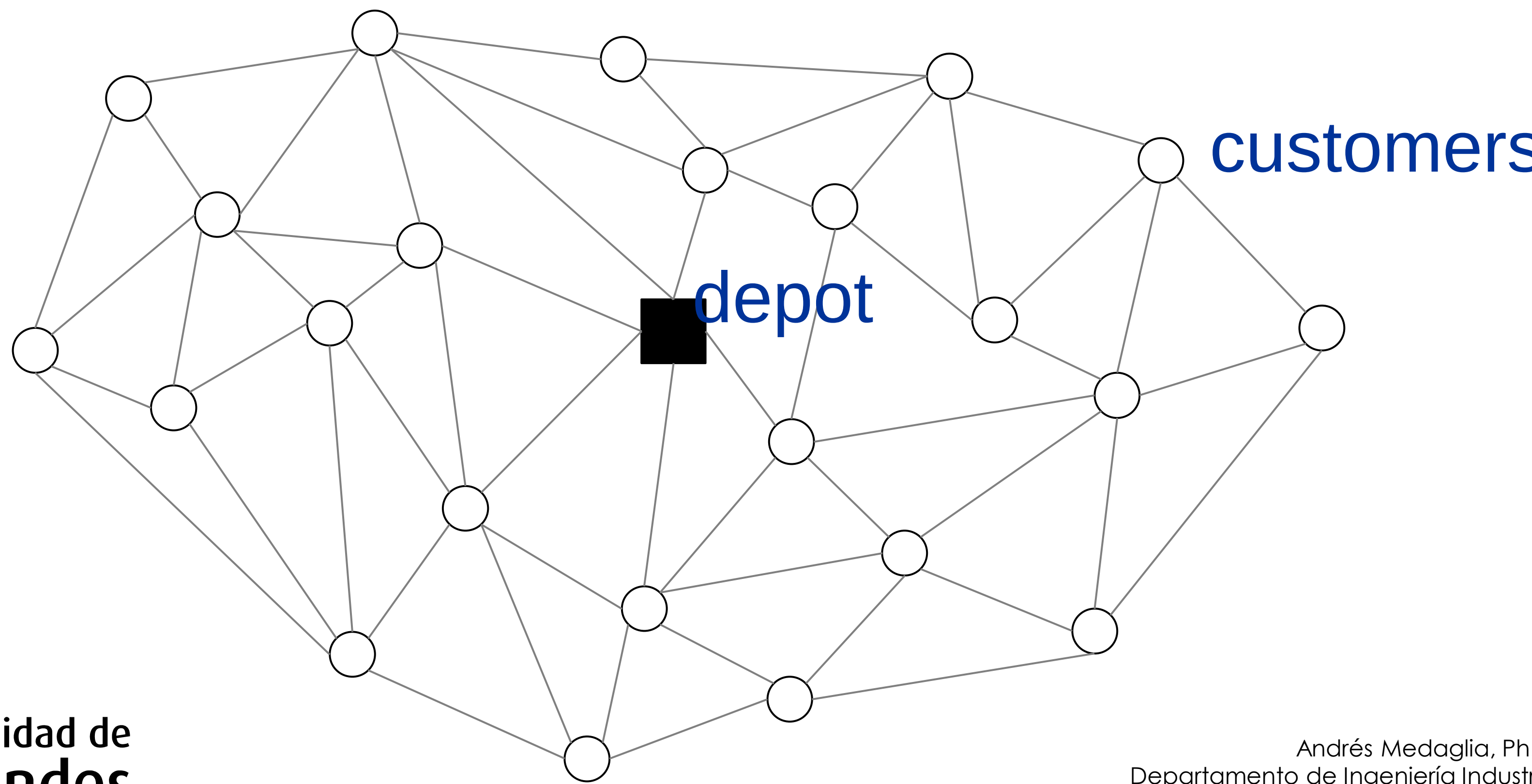
Modelado: Problemas Especiales

- Problemas famosos
  - Problema de transporte
  - Problema de flujo de costo mínimo
  - Problema knapsack
  - Problema de *set covering* (packing y partitioning)
  - Problemas de localización
    - UFLP, MCFLP, CFLP, p-median
  - Problema TSP
  - Problema CVRP
  - ...

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Vehicle routing problem - VRP

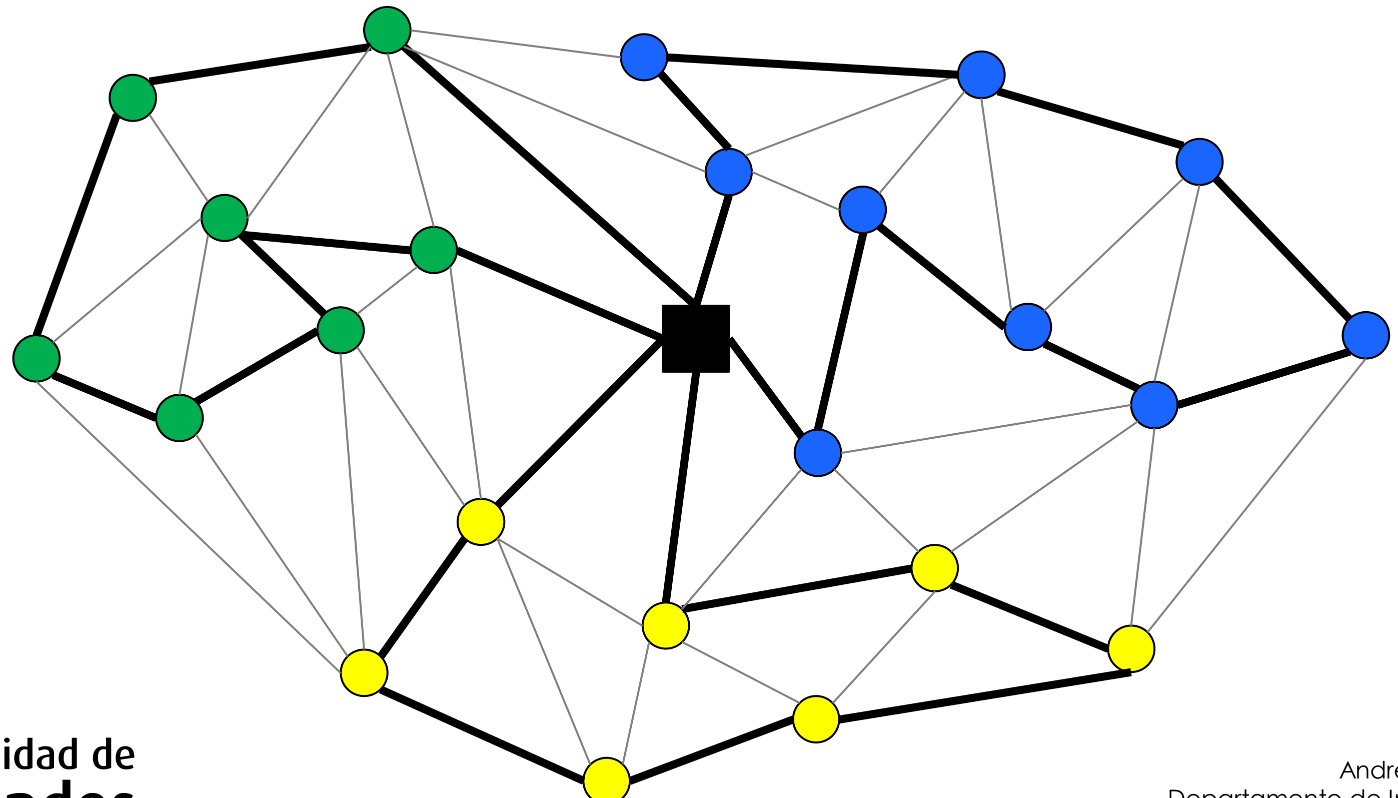
- Vehicle routing problems (VRPs) are concerned with the design of efficient routes that deliver goods and services from (to) central depots to (from) customer locations, satisfying specific business constraints.



Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

Vehicle routing problem - VRP

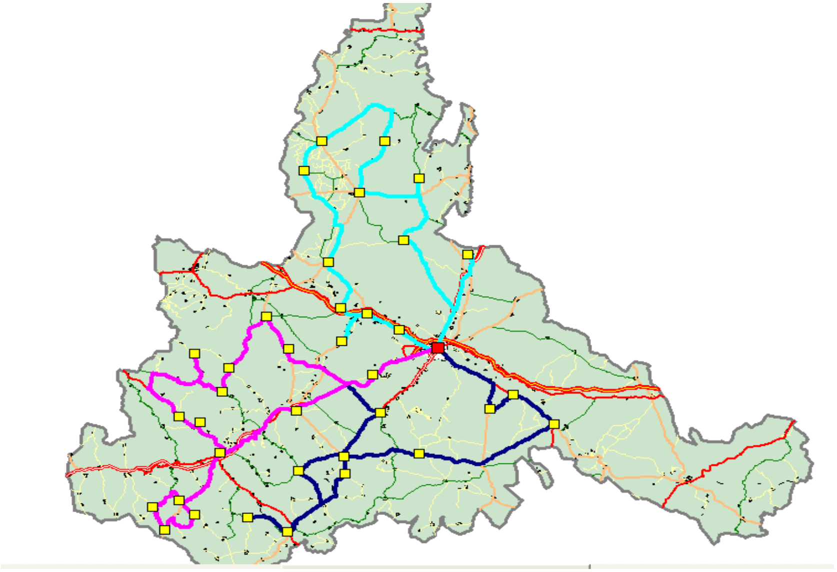
- Vehicle routing problems (VRPs) are concerned with the design of efficient routes that deliver goods and services from (to) central depots to (from) customer locations, satisfying specific business constraints.



Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

VRP extensions – rich VRPs

- Industrial applications of the VRP require additional elements
  - Heterogeneous fleet
  - Multiple depots
  - Time windows
  - Multi-compartments
  - Periodicity
  - Trailers
  - Stochastic demands
  - …
- Rich VRPs



Pacheco (2008)

Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

VRP como programa entero

ACVRP

- $G(\mathcal{N}, \mathcal{A})$: grafo dirigido
- $\mathcal{N}$: conjunto de nodos ($\mathcal{N} = \{0, \ldots, n\}$)
  - Depósito: $i = 0$
  - Clientes: $\mathcal{N} \setminus \{0\} = \{1, \ldots, n\}$
- $\mathcal{A}$: conjunto de arcos ($(i, j) \in \mathcal{A}$)
- K: número de vehículos idénticos disponibles en el depósito
- C: capacidad de cada vehículo
- c_{ij}: costo asociado con el arco desde el nodo i hasta el nodo j
  - Desigualdad triangular
- d_i: demanda del cliente i
  - $d_0 = 0$
  - $0 \leq d_i \leq C$

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

VRP como programa entero
ACVRP

- $G(\mathcal{N}, \mathcal{A})$: grafo dirigido
- $\mathcal{N}$: conjunto de nodos ($\mathcal{N} = \{0, \ldots, n\}$)
  - Depósito: $i = 0$
  - Clientes: $\mathcal{N} \setminus \{0\} = \{1, \ldots, n\}$
- $\mathcal{A}$: conjunto de arcos ($(i, j) \in \mathcal{A}$)
- K: número de vehículos idénticos disponibles en el depósito
- C: capacidad de cada vehículo
- c_{ij}: costo asociado con el arco desde el nodo i hasta el nodo j
  - Desigualdad triangular
- d_i: demanda del cliente i
  - $d_0 = 0$
  - $0 \leq d_i \leq C$
- x_{ij}: 1, si el arco (i, j) hace parte de un circuito; 0, en caso contrario.

Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

VRP como programa entero

ACVRP

- Objetivo

$$\text{Minimizar} \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} c_{ij} x_{ij}$$

Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

- Restricciones
  - Todo cliente es visitado (se entra al nodo)

$$\sum_{\{i|(i,j)\in\mathcal{A}\}} x_{ij} = 1, \; j \in \mathcal{N} \setminus \{0\}$$

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

- Todo cliente es visitado (se sale del nodo)

$$\sum_{\{j|(i,j)\in\mathcal{A}\}} x_{ij} = 1, \; i \in \mathcal{N} \setminus \{0\}$$

Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

VRP como programa entero
ACVRP

- Se entra al depósito *K* veces

$$\sum_{\{i|(i,0)\in\mathcal{A}\}} x_{i0} = K$$

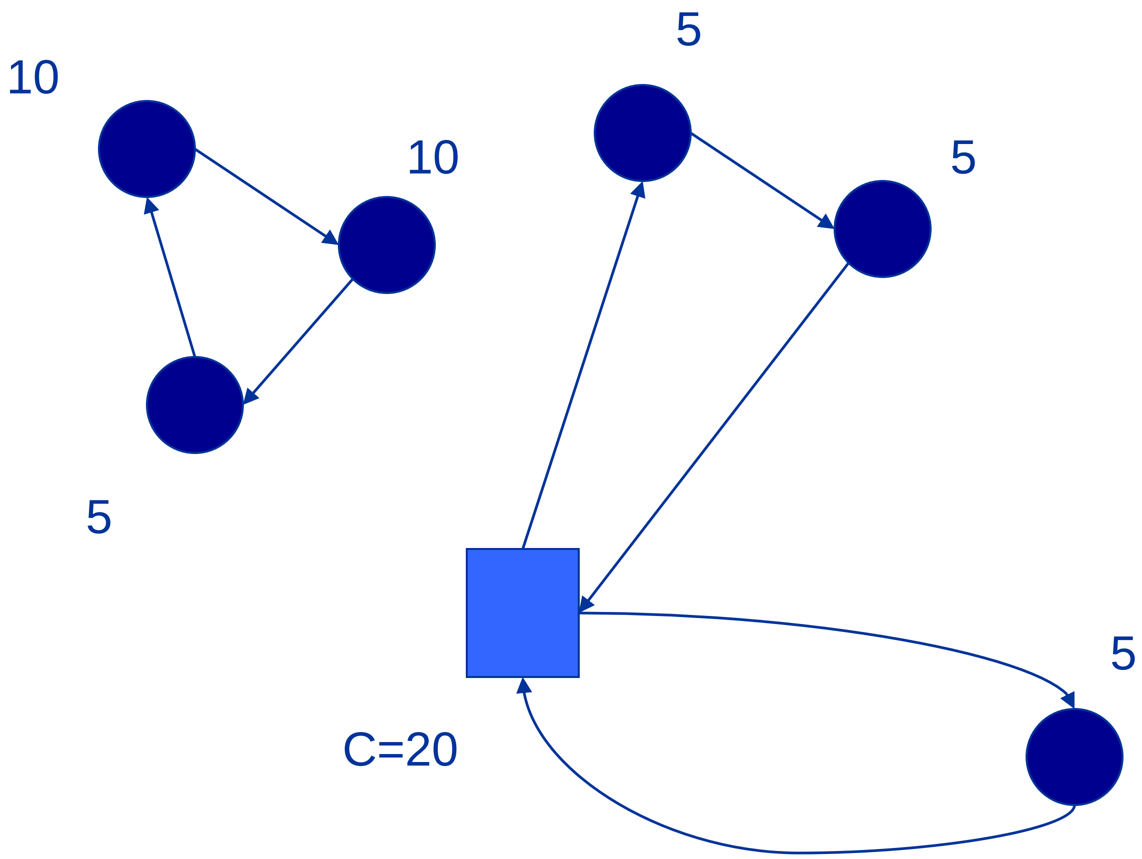
Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

- Se sale del depósito *K* veces

$$\sum_{\{j|(0,j)\in\mathcal{A}\}} x_{0j} = K$$

- ¿Que pasaría?

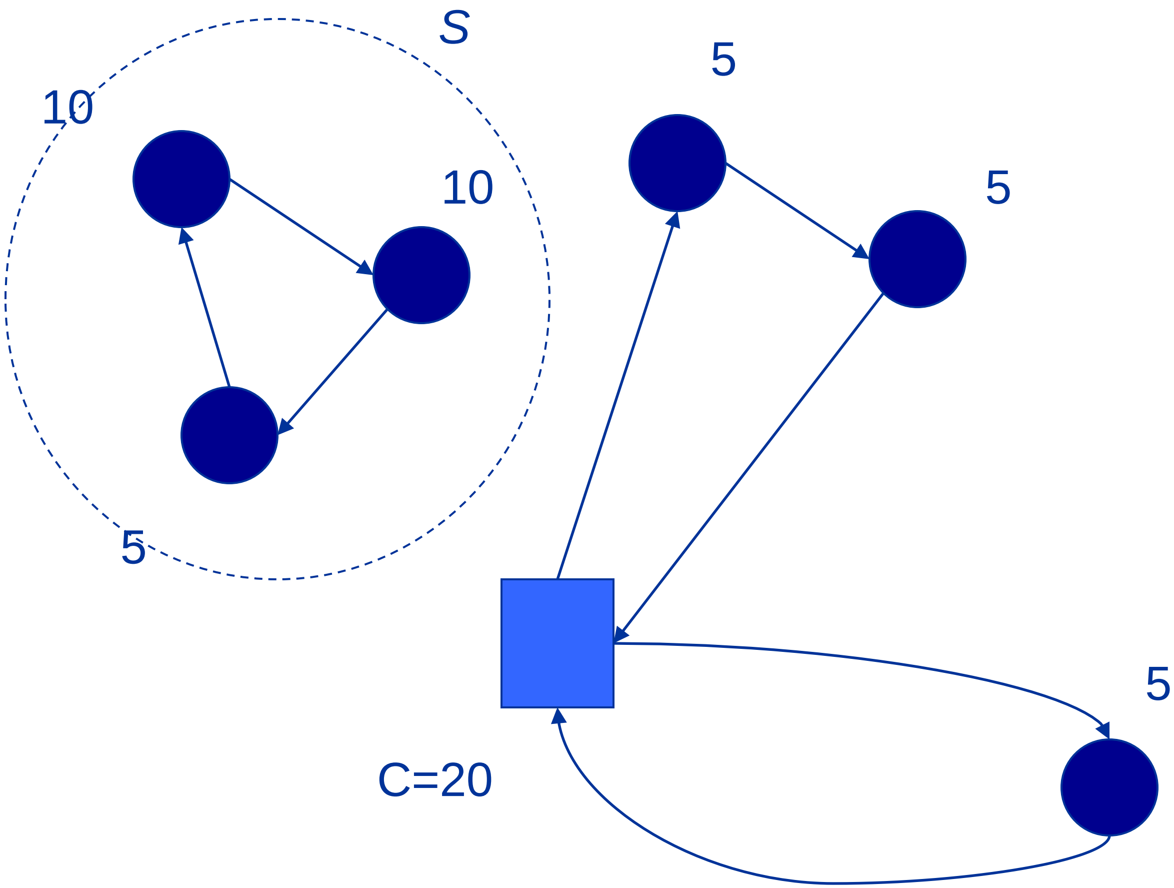
VRP como programa entero
ACVRP



Universidad de los Andes
Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

VRP como programa entero

ACVRP



$\delta(S)$

Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

VRP como programa entero

ACVRP

- Capacity-cut-constraints (CCC):

$$\sum_{(i,j)\in\delta(\mathcal{S})} x_{ij} \geq \left\lceil \frac{d(\mathcal{S})}{C} \right\rceil ; \mathcal{S} \subseteq \mathcal{N} \setminus \{0\}, \mathcal{S} \neq \emptyset$$

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

VRP como programa entero

SCVRP

$$\text{Minimizar} \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{\{j|(i,j)\in\mathcal{A}\}} x_{ij} = 1, \; i \in \mathcal{N} \setminus \{0\}$$

$$\sum_{\{i|(i,j)\in\mathcal{A}\}} x_{ij} = 1, \; j \in \mathcal{N} \setminus \{0\}$$

$$\sum_{\{j|(0,j)\in\mathcal{A}\}} x_{0j} = K$$

$$\sum_{\{i|(i,0)\in\mathcal{A}\}} x_{i0} = K$$

$$\min \sum_{e\in E} c_e x_e$$

$$\sum_{e\in\delta(i)} x_e = 2 \qquad \forall\, i \in V \setminus \{0\},$$

$$\sum_{e\in\delta(0)} x_e = 2K,$$

$$\sum_{e\in\delta(S)} x_e \geq 2r(S) \qquad \forall\, S \subseteq V \setminus \{0\},\, S \neq \emptyset,$$

$$x_e \in \{0, 1\} \qquad \forall\, e \notin \delta(0),$$

$$x_e \in \{0, 1, 2\} \qquad \forall\, e \in \delta(0).$$

$$\sum_{(i,j)\in\delta(\mathcal{S})} x_{ij} \geq \left\lceil \frac{d(\mathcal{S})}{C} \right\rceil ; \; \mathcal{S} \subseteq \mathcal{N} \setminus \{0\}, \mathcal{S} \neq \emptyset$$

Universidad de los Andes

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co

¿Qué cubrimos hoy?

- Optimizadores
  - Pre-solve (pre-procesamiento)
  - Software libre vs. comercial
- Modelamiento (trucos)
  - Linealización de función convexa (o cóncava)
  - Restricciones disyuntivas ó activación de restricciones
  - Producto de variables binarias
- Modelamiento (problemas completos)
  - Flujo de costo mínimo
  - Ruteo de vehículos

Andrés Medaglia, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Industrial
http://copa.uniandes.edu.co