



## ANALISIS NUMERICO

### TRABAJO FINAL

Estudiante 1 Daniel Eduardo Castellanos Tromba

<https://github.com/R4DRHunt/AnalisisNumerico2130/tree/main/TrabajoFinal>

Estudiante 2 David Alejandro Castillo Chíquiza

<https://github.com/CASDAV/Analisis-Numerico-1057-2130>

Estudiante 3 Sergio Esteban Triana Bobadilla

<https://github.com/SergioTriana00/Analisis-Numerico---SergioTriana>

Cada grupo debe entregar este documento con los resultados y las implementaciones (R o Python) en archivos anexos, al correo [herrera.eddy@gmail.com](mailto:herrera.eddy@gmail.com) y **DEBEN SUBIR AL REPOSITORIO LA SOLUCIÓN Y LA IMPLEMENTACIÓN EN LA CARPETA TRABAJO FINAL INDICANDO EL LINK DE LOS RESPOSITORIOS DE CADA ESTUDIANTE**

**TIEMPO LIMITE 6:00 pm HORA LOCAL DEL 18 DE NOVIEMBRE DEL 2021**

La estimación de la propagación de la pandemia por **Covid-19** en la ciudad de Santa Marta (Colombia) se hace a partir del modelo SIR con parámetros y condiciones iniciales dadas. El modelo SIR, aplicado en varios tipos de pandemias, objetiva estimar el número de individuos susceptibles a infectarse (S), el número de individuos infectados capaces de infectar (I) y el número de individuos recuperados (que se curaron o fallecieron) (R).

El número de individuos susceptibles a infectarse ( $dS$ ) en el tiempo de observación ( $dt$ ), viene dado por la **ecuación 1**:  $\frac{dS}{dt} = -\beta C \frac{S}{N}$  con Donde  $\beta$  es la tasa temporal de probabilidad de un sujeto de llegar a infectarse,  $C$  es el número de contactos del sujeto,  $1/N$  es la probabilidad de que algún contacto esté infectado,  $N$  es el universo de individuos y  $S$  el número total de individuos susceptibles de infectarse.

El número de individuos infectados  $dI$  en el tiempo de observación  $dt$  se expresa mediante la **ecuación 2**:  $\frac{dI}{dt} = \beta C \frac{S}{N} - \frac{dR}{dt}$ . Donde  $\frac{dR}{dt}$  es la cantidad de personas que en el tiempo de observación se están recuperando. Como en el tiempo de observación, es posible que algunos de los individuos se hayan recuperado, por lo que estos dejarán de pertenecer al grupo I para engrosar el grupo R, lo que se traduce en una substracción a la cantidad de infectados.

El número de recuperados  $dR$  en el tiempo de observación se puede modelar, de manera simple, mediante la **ecuación 3**:  $\frac{dR}{dt} = \gamma I$ . Donde  $\gamma$  es la tasa temporal de recuperación de un sujeto infectado, o sea,  $\gamma dt$  es la probabilidad de recuperación, en el tiempo  $dt$ , de un sujeto que estaba infectado



### Productos:

1. Solucionar el sistema de ecuaciones utilizando el método de **Runge\_Kutta de orden 4**, las condiciones iniciales se establecieron en  $I(0) = 3/N$ ,  $S(0) = 1-I$ ,  $R(0) = 0$  y  $N=479.853$ , en consonancia con los datos reportados por el **Instituto Nacional de Salud (INS)** de Colombia para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020. Los parámetros del modelo son  $\beta=0,06$ ,  $C=1,5$  y  $\gamma=0,021$ , fueron ajustados numéricamente hasta que los casos (infectados más recuperados) estimados se aproximaran a con error  $<0.05$  de los casos reportados.

Dia	Porcentaje sanos	Cantidad sanos	Cantidad infectados
21/03/2020	99,999557%	479850	3
22/03/2020	99,999549%	479850	3
23/03/2020	99,999540%	479850	3
24/03/2020	99,999532%	479850	3
25/03/2020	99,999522%	479850	3
26/03/2020	99,999513%	479850	3
27/03/2020	99,999503%	479850	3
28/03/2020	99,999492%	479850	3
29/03/2020	99,999482%	479850	3
30/03/2020	99,999470%	479849	4
31/03/2020	99,999459%	479849	4
1/04/2020	99,999446%	479849	4
2/04/2020	99,999434%	479849	4
3/04/2020	99,999421%	479849	4
4/04/2020	99,999407%	479849	4
5/04/2020	99,999392%	479849	4
6/04/2020	99,999378%	479849	4
7/04/2020	99,999362%	479849	4
8/04/2020	99,999346%	479849	4
9/04/2020	99,999329%	479849	4
10/04/2020	99,999312%	479849	4
11/04/2020	99,999294%	479849	4
12/04/2020	99,999275%	479849	4
13/04/2020	99,999255%	479849	4
14/04/2020	99,9992340%	479849	4
15/04/2020	0,999992%	479848	5
16/04/2020	99,999191%	479848	5
17/04/2020	99,999168%	479848	5
18/04/2020	99,999144%	479848	5



Pontificia Universidad  
**JAVERIANA**  
Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

cherrera@javeriana.edu.co

19/04/2020	99,999119%	479848	5
20/04/2020	99,999093%	479848	5
21/04/2020	99,999065%	479848	5
22/04/2020	99,999037%	479848	5
23/04/2020	99,999008%	479848	5
24/04/2020	99,998977%	479847	6
25/04/2020	99,998945%	479847	6
26/04/2020	99,998912%	479847	6
27/04/2020	99,998878%	479847	6
28/04/2020	99,998842%	479847	6
29/04/2020	99,998805%	479847	6
30/04/2020	99,998766%	479847	6
1/05/2020	99,998743%	479847	6
2/05/2020	99,998702%	479847	6
3/05/2020	99,998659%	479847	6
4/05/2020	99,998615%	479846	7
5/05/2020	99,998569%	479846	7
6/05/2020	99,998521%	479846	7
7/05/2020	99,998471%	479846	7
8/05/2020	99,998419%	479845	8
9/05/2020	99,998365%	479845	8
10/05/2020	99,998309%	479845	8
11/05/2020	99,998251%	479845	8
12/05/2020	99,998191%	479844	9
13/05/2020	99,998126%	479844	9
14/05/2020	99,998061%	479844	9
15/05/2020	99,997992%	479843	10
16/05/2020	99,997921%	479843	10
17/05/2020	99,997847%	479843	10
18/05/2020	99,997777%	479842	11
19/05/2020	99,997689%	479842	11
20/05/2020	99,997606%	479842	11
21/05/2020	99,997519%	479841	12
22/05/2020	99,997429%	479841	12
23/05/2020	99,997335%	479840	13
24/05/2020	99,997237%	479840	13
25/05/2020	99,997136%	479839	14
26/05/2020	99,997031%	479839	14

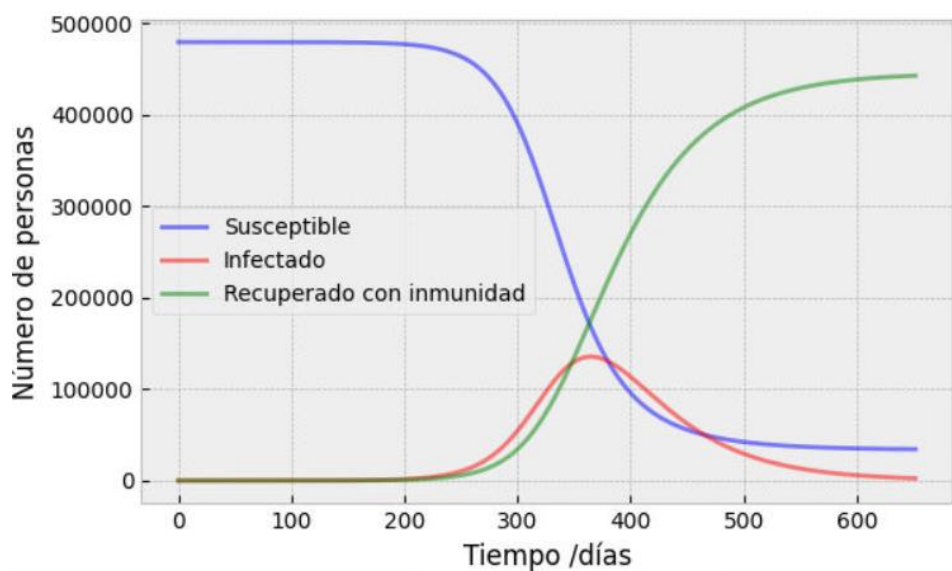


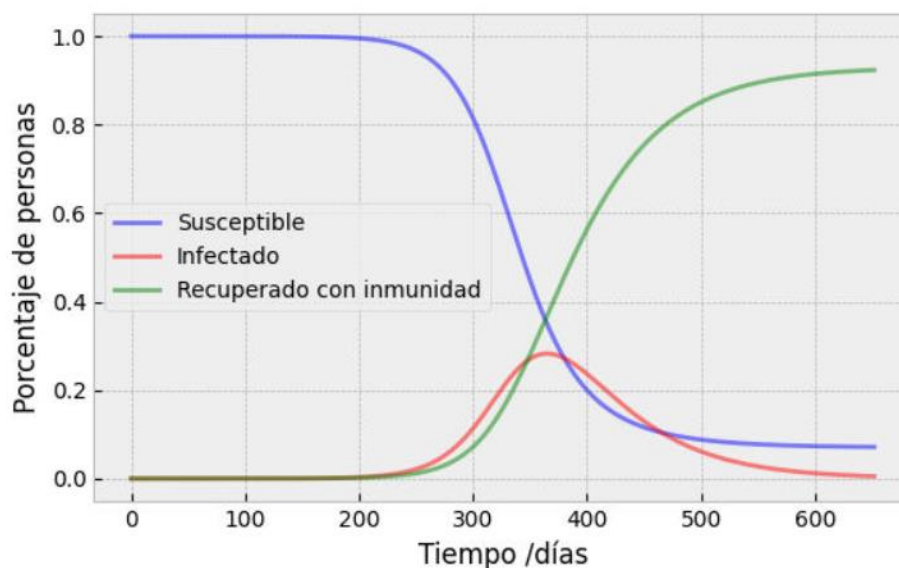
27/05/2020	99,996921%	479838	15
28/05/2020	99,996805%	479838	15
29/05/2020	99,996686%	479837	16
30/05/2020	99,996562%	479837	16

En la tabla se ven el porcentaje de la población que no se ha infectado , la cantidad de personas sanas y las personas infectadas en el periodo del 20 de marzo del 2020 al 30 de mayo del 2020.

### Tabla de solución del mes de marzo 20 – abril 20

2. Con base en la solución anterior realice **una** gráfica de la **proyección** del número de susceptibles, infectados y recuperados desde el inicio de la pandemia, del 20 de marzo de 2020 hasta el 1 de enero de 2022.





3. Determine la cantidad máxima aproximada de infectados en relación con la población total y en qué fecha aproximadamente se espera esto.

La cantidad máxima de infectados será aproximadamente 365, día 20 de marzo de 2021 con un aproximado de 135585.2 infectados.

4. Determine el porcentaje de la población que llegaría a infectarse y el porcentaje de recuperación

Para la obtención de esta información realizamos un algoritmo que busca los mayores valores en los datos del modelo SIR.

La cantidad de población que llegará a infectarse será del 0.282556% esto ocurrirá aproximadamente en el día 365 del estudio que será el 20 de marzo de 2021. Y la cantidad total de gente que se recuperará o generará inmunidad será del 0.923481% de la población, esto ocurrirá el día 652 del estudio.

5. Se dice que una situación epidémica controlada será cuando:  $\frac{\gamma}{\beta c} > \frac{s}{N}$  determine en que instantes del tiempo la situación está controlada.

$$\frac{0.021}{1.5 \cdot 0.06} = 0.23333... \quad \text{----->} \quad \frac{\gamma}{c\beta}$$

$$\frac{479853 \cdot 0.23}{1} = 110366.19 \quad \text{----->} \quad \frac{N \cdot \left( \frac{\gamma}{c\beta} \right)}{1}$$



La situación epidémica será controlada cuando la cantidad de personas susceptibles sea menor a 110366, esto sucederá el día 391 del estudio.

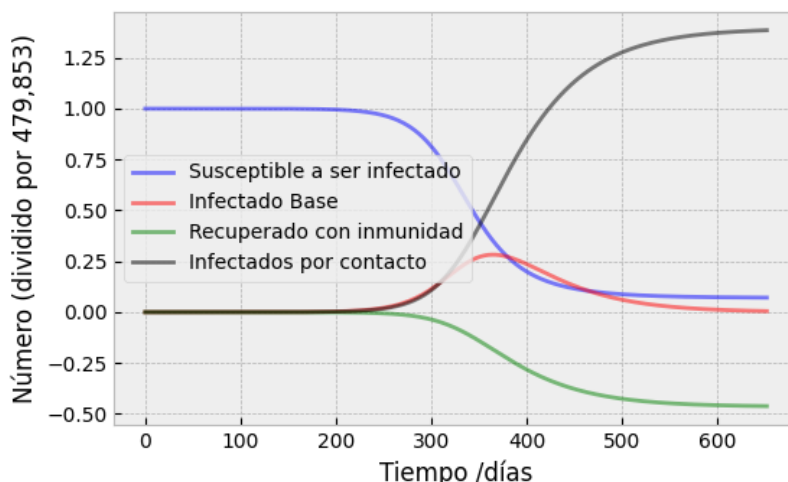
6. El número básico de reproducción  $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$  es un indicador relevante en salud pública porque expresa la potencia de contagio. Encuentre la solución para cuando  $\beta = \gamma$  como para cuando  $\beta > \gamma$  e interprete la solución a la luz de los valores de  $R_0$  para los casos (asigne valores a los parámetros).

### SOLUCION

7. El número efectivo de reproducción  $R_e(t) = \frac{\beta CS(t)}{\gamma N}$  se define como la cantidad de individuos susceptibles que pueden llegar a ser infectados por un individuo en un momento específico cuando toda la población no es susceptible. Con base en la solución numérica de  $S(t)$  interpole y estime y grafique  $R_e(t)$  para los primeros 60 días

### SOLUCION Y GRAFICA

8. Encuentre la solución del sistema de ecuaciones para  $R_e(t) = 1.5$  grafique e interprete la solución



### SOLUCION Y GRAFICA

9. Simular el progreso de la pandemia en Santa Marta (para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020) suponiendo un margen de error al inicio de la pandemia tal que el número de infectados y recuperados en ese momento fuera  $I(0) = 14/N$ ,  $R(0) = 7/N$  y considere esta solución exacta.



Pontificia Universidad  
**JAVERIANA**  
Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

cherrera@javeriana.edu.co

**TABLA DE LOS PRIMEROS 30 DIAS Y GRAFICA DE SOLUCION PARA EL PERIODO PARA EL PERIODO ENTRE EL 20 DE MARZO Y EL 30 DE MAYO DE 2020**

10. Determine el error relativo en los primeros 10 días, el error absoluto medio (EAM) asumiendo que esta solución es la exacta y la primera solución es la aproximada y la estabilidad numérica de la solución numérica.

**TABLA DE ERRORES Y GRAFICA DE LOS ERRORES PARA CUANDO  $R_e(t) = 1.001; 1.5; 1.9; 2.5$**