

**Ampliació de matemàtiques, grup 2A2 – EETAC**

**Control 1 – 12 de març de 2020**

Duració: 1 hora

No es permet l'ús de calculadora ni de formulari. Detalleu i raoneu les vostres respostes. Poseu el vostre nom i cognom a tots els fulls.

Problema 1 [3 punts]: Sigui  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < y < 1 - |x|\}$  i sigui  $f(x, y) = \cos(xy)$ .

- a) [1 punt] Dibuixeu  $D$ .
- b) [2 punts] Expresseu

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

en els dos ordres d'integració possibles. **No cal que calculeu la integral.**

Problema 2 [3 punts]: Sigui  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 < 4; 0 < x < y; 0 < z < 1\}$ . Calculeu

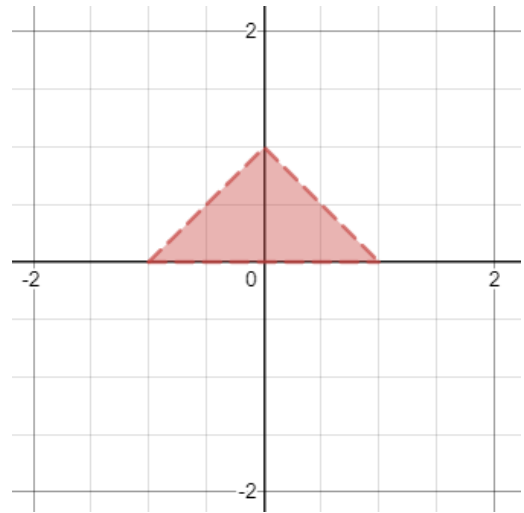
$$\iiint_V (x^2 z + y^2 z) dx dy dz$$

Problema 3 [4 punts]: Sigui  $\vec{G}(x, y) = (y - \sqrt{x}, x - \sqrt{y})$  un camp vectorial.

- a) [2 punts] Demostreu que es tracta d'un camp conservatiu.
- b) [2 punts] Doneu la parametrització d'una corba que passi pel punt  $(1, 2)$  i tal que la integral de línia de  $\vec{G}$  sobre la corba sigui zero.

Solució problema 1:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_{y-1}^{1-y} \cos(xy) \, dx \, dy \\ = \int_{-1}^0 \int_0^{x+1} \cos(xy) \, dy \, dx \\ + \int_0^1 \int_0^{1-x} \cos(xy) \, dy \, dx \end{aligned}$$



Solució problema 2:

En coordenades cilíndriques tenim

$$\int_0^1 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 r^3 z \, dr \, d\theta \, dz = \int_0^1 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 4z \, d\theta \, dz = \int_0^1 \pi z \, dz = \frac{\pi}{2}$$

Solució problema 3:

- a) Com que el domini és simplement connex, veiem que el camp és conservatiu comprovant:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_1}{\partial y} &= \frac{\partial G_2}{\partial x} \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

- b) Com que el camp és conservatiu, qualsevol corba tancada té circulació nul·la. Cal però que la corba sigui dins el domini del camp ( $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0; y \geq 0\}$ ). Així, un exemple de solució és  $\sigma(t) = (1 + \cos t, 1 + \sin t)$ ,  $t \in [0, 2\pi)$ .