

Mecànica-EETAC 2020/2021 QP
Mig quadrimestre, 14 Abril 2021

El percentage de la puntuació de cada exercici és la seqüent:
 30% pel problema 1, 30% pel problema 2 i 40% pel problema 3.
 La puntuació dels apartats està donada sobre 10 per cada problema.

1. Un berrat pescaire (un tipus d'ocell) de massa $m=0.5$ kg es capbussa verticalment en un riu per capturar la seva presa. La velocitat inicial de l'ocell quan entra l'aigua és $v_0 = 75$ km/h i, quan captura el peix, la seva velocitat ha disminuït a 40 km/h. Supposeu que, quan és a l'aigua, l'ocell experimenta tres forces diferents: la gravetat, una força vertical cap a dalt de magnitud 0.9 vegades el seu pes, i la força de fricció. Feu servir un model molt simplificat de fricció tal que la força és $\vec{F}_f = -b\vec{v}$, on \vec{v} és la velocitat de l'ocell i b és el coeficient de fricció $b = 3$ kg/s. Determineu:
 - a) l'interval de temps entre que l'ocell arriba a la superfície del riu i en què l'ocell captura el peix. (3p)
 - b) La distància que haurà recorregut a l'aigua en aquest temps. (3p)
 - c) La velocitat límit que l'ocell pot assolir a sota de l'aigua. Quina distància vertical hauria de recórrer per assolir una velocitat igual al 90% d'aquesta velocitat límit? (4p)
2. Es penja un objecte de 2 kg de massa de l'extrem inferior d'una molla de massa negligible. En aquestes condicions, la molla s'allarga 6 cm. A continuació, es fa actuar un generador de vibracions (força impulsora) en l'extrem superior de la molla, que fa que aquest extrem es mogui segons un moviment harmònic simple de 1 mm d'amplitud (Atenció: això no és l'amplitud de les oscil·lacions). Si el factor de qualitat del sistema és $Q = 20$:
 - a) demostreu que $F_0/m = y_0\omega^2$, on $y_0 = 1$ mm i ω és la freqüència de la força externa. (1.5p)
 - b) quina haurà de ser la freqüència de les oscil·lacions produïdes pel generador per tal que sigui màxima l'amplitud de les oscil·lacions de l'objecte?, (1.5p)
 - c) quant valdrà aquesta amplitud màxima? (3.5p)
 - d) Sabem que la freqüència de la força impulsora és $\omega_f = 2\omega_0$, on ω_0 és la freqüència natural de la molla. Quina serà l'amplitud de les oscil·lacions de l'objecte? (3.5p)
3. Un planeta orbita al voltant d'una estrella central de massa $M_{star} = 1.584 \times 10^{29}$ kg. Quan representem gràficament el potencial efectiu per unitat de massa del planeta envers la distància a l'estrella obtenim la gràfica de la figura, on $r_1 = 2.70 \times 10^9$ m, i $r_2 = 1.08 \times 10^{10}$ m. L'energia orbital total del planeta també es mostra en la figura com una línia blava. Podeu utilitzar que $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nkg⁻²m², i per tant $GM_{star} = 1.057 \times 10^{19}$ m³s⁻².
 - a) Doneu l'expressió del potencial efectiu degut a la gravetat i descriviu breument el seu significat i la seva utilitat. Digueu quin tipus d'òrbita segueix el planeta i determineu el paràmetre ϵ . Escriviu l'equació de la trajectòria del planeta i feu un esquema d'aquesta, indicant la posició de l'estrella central. (2.5p)
 - b) Determineu l'energia per unitat de massa, e , i el moment angular per unitat de massa, l , associats al moviment orbital del planeta. Discutiu breument el signe de l'energia en relació al tipus d'òrbita. (2.5p)
 - c) Determineu la velocitat del planeta a r_1 i indiqueu l'increment de velocitat que necessitaria per escapar de l'atracció gravitacional de l'estrella. (2.5p)
 - d) Obtingueu una expressió per r_0 , és a dir, pel valor de r que fa que V_{eff} sigui mínim. Quina energia orbital tindria el planeta si orbités a $r = r_0$ constant? Quin tipus de trajectòria seguiria?

