Resum del Tema 1 - Combinatòria

el coeficient binomial $$\boxed{\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$$

$$n! = n(n-1)(n-2)\ldots 2\cdot 1$$

$$0! = 1$$

$$\boxed{\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}}$$

$$\boxed{\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}}$$

fórmula del binomi

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \cdots + \binom{n}{n-1}xy^{n-1} + \binom{n}{n}y^n = \sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}x^i y^{n-i}$$

cas particular quan $x = y = 1$

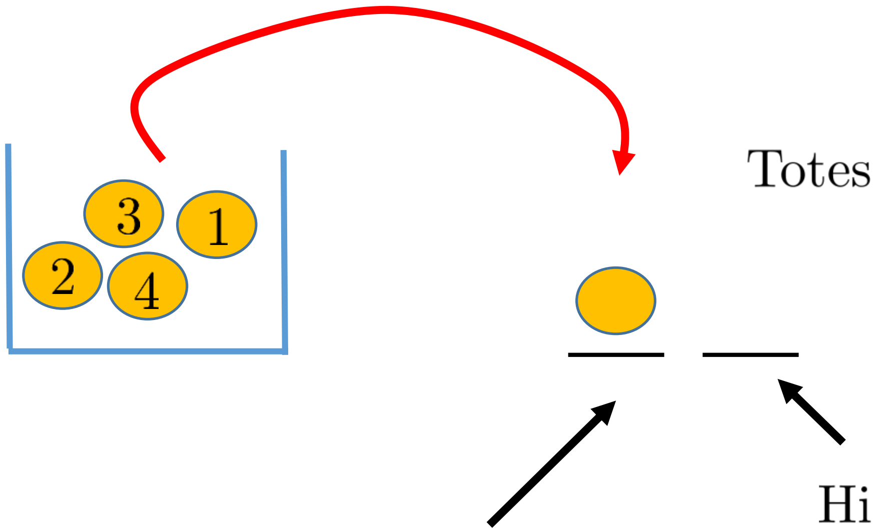
$$\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i} = 2^n$$

Mostres ordenades sense reemplaçament

$$\boxed{P_{n,k} = n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}$$

Exemple: Extraiem dues boles d'una urna amb 4 boles numerades $\{1, 2, 3, 4\}$.

$n = 4$
$k = 2$



Totes les possibilitats:

12	13	14	23	24	34
21	31	41	32	42	43

Hi ha 3 possibilitats per extreure una segona bola de la urna.

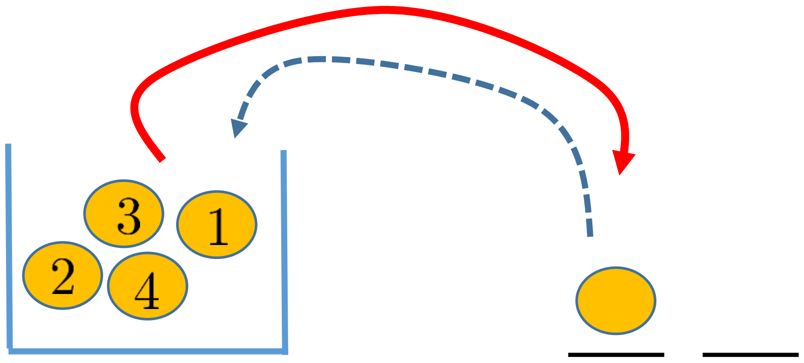
Hi ha 4 possibilitats per extreure una primera bola de la urna.

Mostres ordenades amb reemplaçament

$$\boxed{PR_{n,k} = n^k}$$

Exemple: Extraiem dues boles d'una urna amb 4 boles numerades $\{1, 2, 3, 4\}$.

$$n = 4$$
$$k = 2$$



Totes les possibilitats:

11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34
41	42	43	44

Hi ha 4 possibilitats per extreure una segona bola de la urna.

Hi ha 4 possibilitats per extreure una primera bola de la urna.

Resum del Tema 1 - Combinatòria

Mostres no ordenades sense reemplaçament

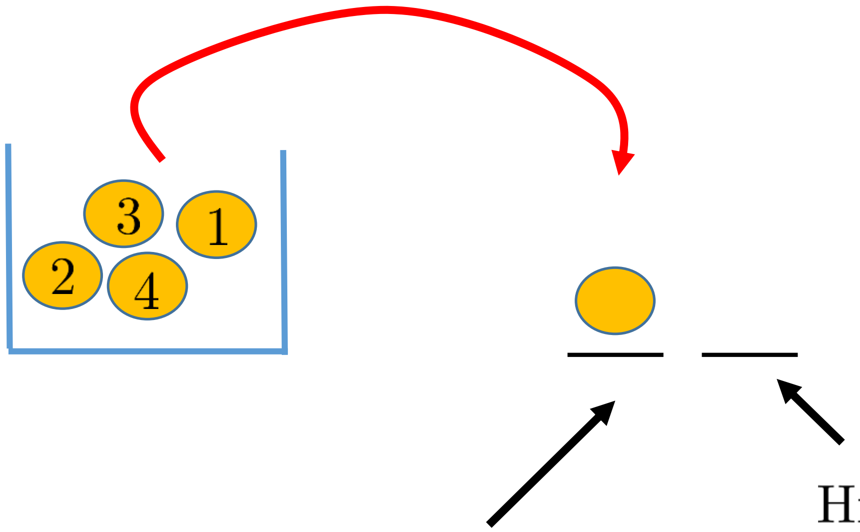
$$\boxed{C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{P_{n,k}}{k!}}$$

Exemple: Extraiem dues boles d'una urna amb 4 boles numerades $\{1, 2, 3, 4\}$.

$n = 4$
$k = 2$

Totes les possibilitats: 12 13 14 23 24 34

Escollim 2 de 4 boles.
Hi ha $\binom{4}{2} = 6$ maneres.



Hi ha 3 possibilitats per extreure una segona bola de la urna.

Hi ha 4 possibilitats per extreure una primera bola de la urna.

Dividim entre 2! perquè l'ordre de les 2 boles no importa.

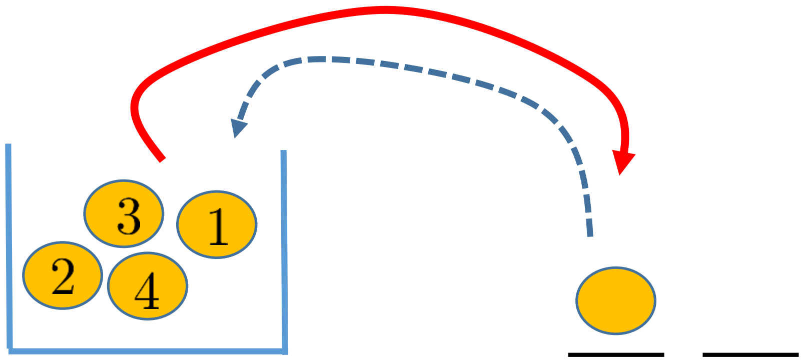
Resum del Tema 1 - Combinatòria

Mostres no ordenades amb reemplaçament

$$\boxed{CR_{n,k} = \binom{n+k-1}{k}}$$

Exemple: Extraiem dues boles d'una urna amb 4 boles numerades $\{1, 2, 3, 4\}$.

$n = 4$
$k = 2$



Totes les possibilitats: 12 13 14 23 24 34
11 22 33 44

$$CR_{4,2} = \binom{5}{2} = 10$$

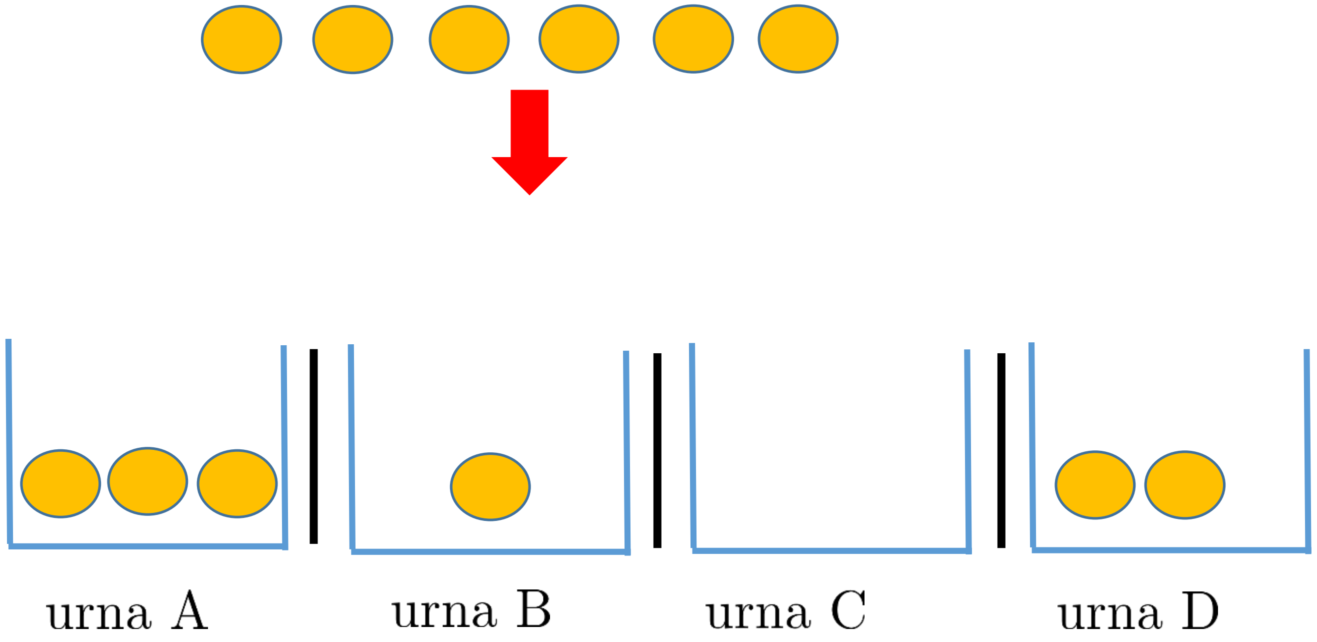
Mostres no ordenades amb reemplaçament

$$\boxed{CR_{n,k} = \binom{n+k-1}{k}}$$

Exemple: Distribuïm 6 boles iguals entre quatre urnes.

$$n = 4$$
$$k = 6$$

$$CR_{4,6} = \binom{9}{6} = 84.$$



$\rightarrow$ 000101100

paraules binàries de longitud $6 + 4 - 1$ amb tres 1s

escollim 3 de 9 posicions per posar-hi els 1s.

Hi ha $\binom{9}{3} = 84$ maneres.