

Fórmules útils:

$$\begin{aligned}\int P(t) e^{-jnt} dt &= \frac{e^{-jnt}}{n} \left[\left(\frac{P'(t)}{n} - \frac{P'''(t)}{n^3} + \dots \right) + j \left(P(t) - \frac{P''(t)}{n^2} + \dots \right) \right] \\ \int P(t) \sin(nt) dt &= \frac{\sin(nt)}{n} \left(\frac{P'(t)}{n} - \frac{P'''(t)}{n^3} + \dots \right) + \frac{\cos(nt)}{n} \left(-P(t) + \frac{P''(t)}{n^2} - \dots \right) \\ \int P(t) \cos(nt) dt &= \frac{\sin(nt)}{n} \left(P(t) - \frac{P''(t)}{n^2} + \dots \right) + \frac{\cos(nt)}{n} \left(\frac{P'(t)}{n} - \frac{P'''(t)}{n^3} + \dots \right)\end{aligned}$$

$$\cos x \cos y = \frac{\cos(x-y) + \cos(x+y)}{2}, \quad \sin x \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}, \quad \sin x \cos y = \frac{\sin(x-y) + \sin(x+y)}{2}$$

Igualtat de Parseval (SFT):

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (f(t))^2 dt = \frac{a_0^2}{4} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

Igualtat de Parseval (SFC):

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (f(t))^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2$$

Propietats de la Transformada de Fourier**1. Linealitat**

$$af(t) + bg(t) \longleftrightarrow aF(\omega) + bG(\omega)$$

2. Derivació

$$\text{a) En temps} \quad f'(t) \longleftrightarrow j\omega F(\omega) \quad f^{(n)}(t) \longleftrightarrow (j\omega)^n F(\omega)$$

$$\text{b) En freqüència} \quad -jtf(t) \longleftrightarrow \frac{d}{d\omega} F(\omega) \quad (-jt)^n f(t) \longleftrightarrow \frac{d^n}{d\omega^n} F(\omega)$$

3. Translació

$$\text{a) En temps} \quad f(t - t_0) \longleftrightarrow e^{-j\omega t_0} F(\omega)$$

$$\text{b) En freqüència} \quad f(t) e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow F(\omega - \omega_0)$$

4. Modulació:

$$f(t) \cos \omega_0 t \longleftrightarrow \frac{1}{2} (F(\omega - \omega_0) + F(\omega + \omega_0))$$

5. Canvi d'escala

$$f(at) \longleftrightarrow \frac{1}{|a|} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$\text{Conseqüència per a } a = -1: \quad f(-t) \longleftrightarrow F(-\omega)$$

6. Conjugació

$$\overline{f(t)} \longleftrightarrow \overline{F(-\omega)}$$

7. Dualitat

$$F(t) \longleftrightarrow 2\pi f(-\omega)$$

8. Convolució

$$\text{a) En temps} \quad f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s)g(t-s) ds \longleftrightarrow F(\omega)G(\omega)$$

$$\text{b) En freqüència} \quad f(t)g(t) \longleftrightarrow \frac{1}{2\pi} F(\omega) * G(\omega)$$

Algunes transformades de Fourier

$$p_a(t) \longleftrightarrow \frac{2}{\omega} \sin(a\omega)$$

$$q_c(t) \longleftrightarrow \frac{4}{c\omega^2} \sin^2\left(\frac{c\omega}{2}\right)$$

$$\delta(t) \longleftrightarrow 1$$

$$u(t) \longleftrightarrow \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$