Representació gràfica de *n* termes de la sèrie de Fourier i fenomen de Gibbs

Objectius:

-observar que a mesura que sumem més termes la suma de la sèrie aproxima millor la funció en els punts on és contínua.

-observar que en els punts de discontinuïtat la suma de la sèrie passa pel punt mig del salt.

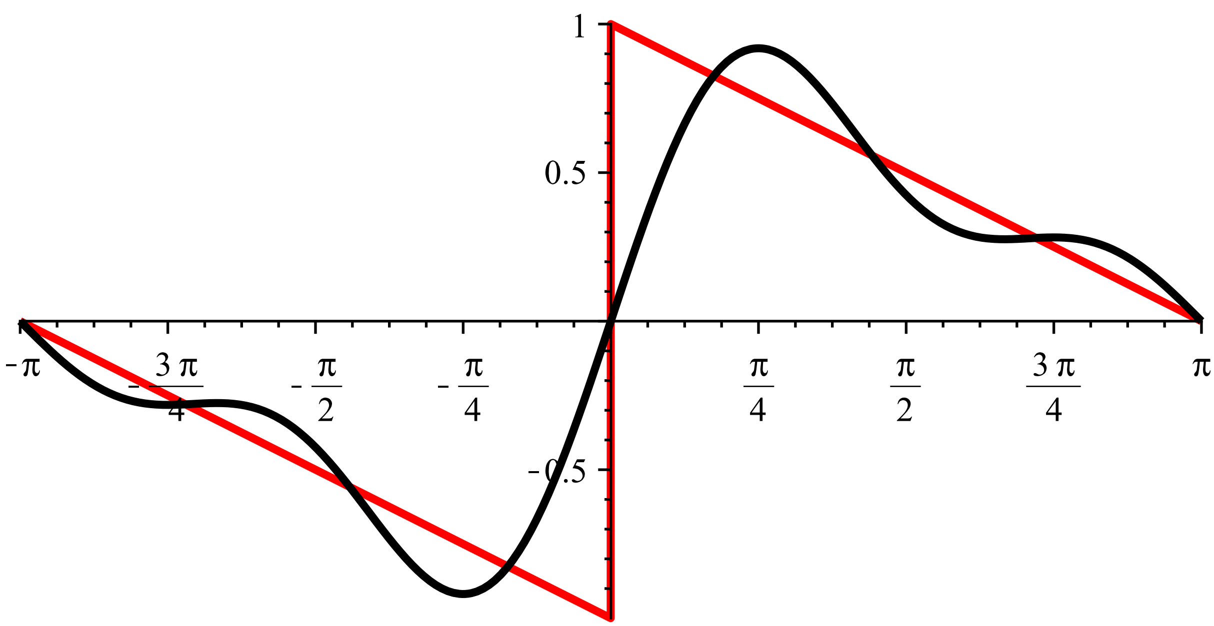
-observar que en el darrer exemple amb pocs termes obtenim una bona aproximació.

Exemple 1

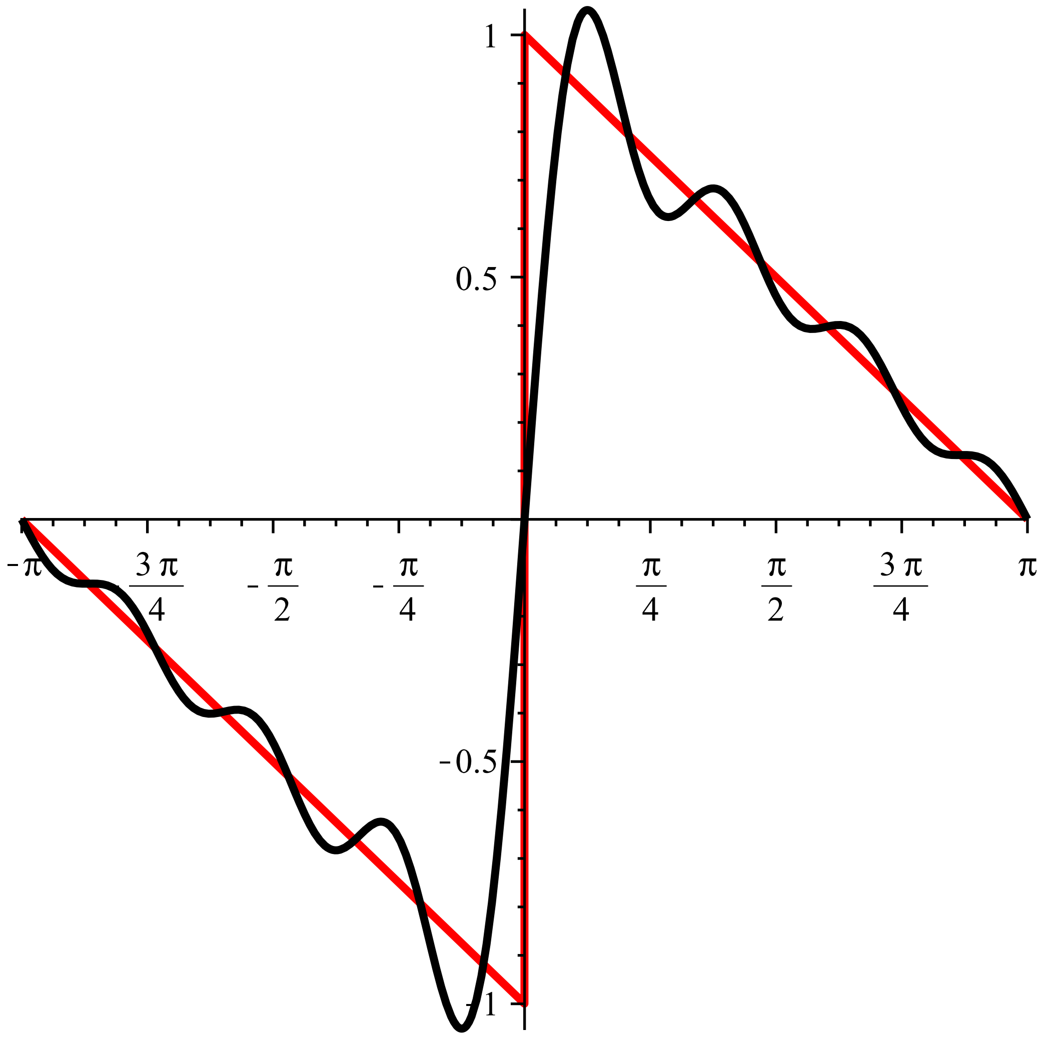
Sigui f(t)= -1 - t/Pi(-Pi<t<0) i -t/Pi + 1 (0<t<Pi) amb període T=2Pi. La suma dels n primers termes de la sèrie de Fourier és la següent:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{2\sin(k\,x)}{\pi\,k}$$

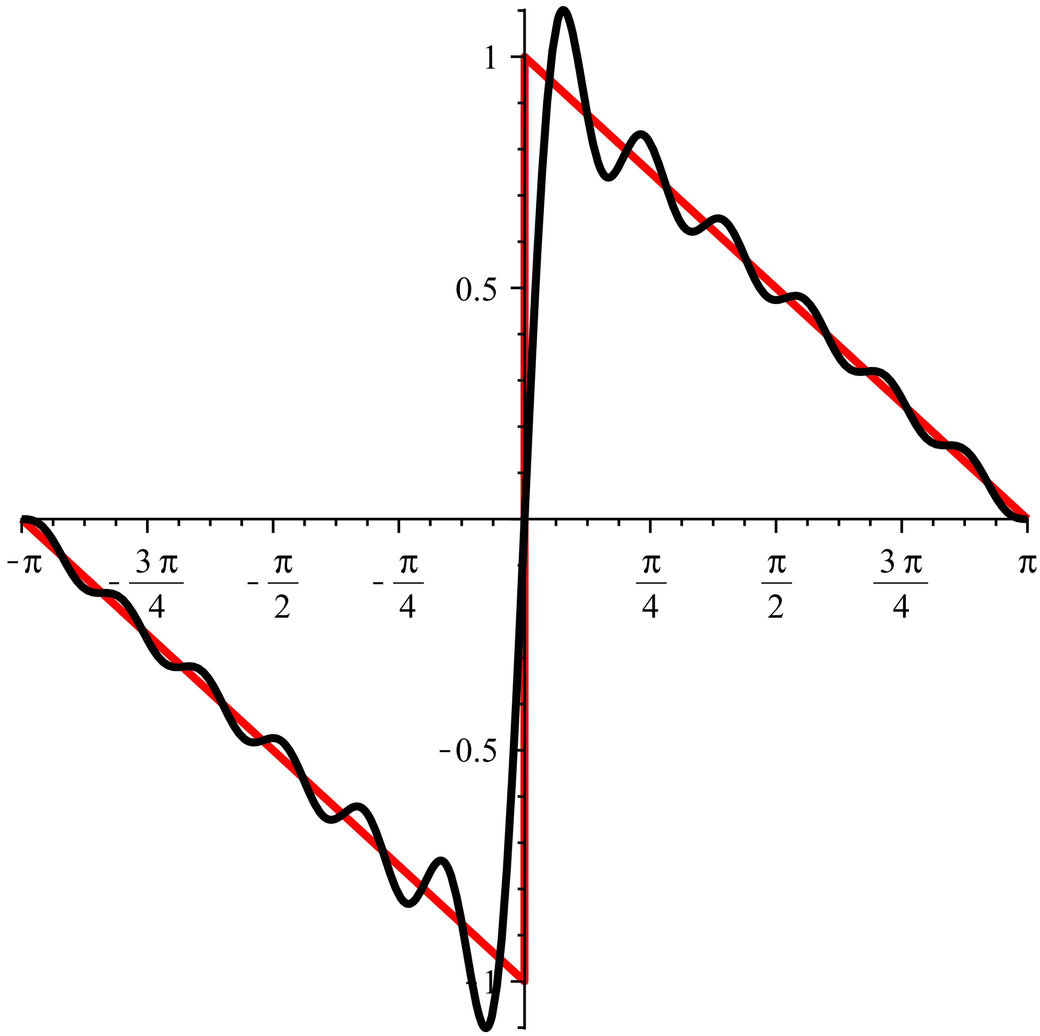
```
> restart:  n:=3:
```
(Podeu canviar el 7 per altres valors i fer return després del punt i coma)
```
h:=proc(x) if  x<0 then -x/Pi-1 else 1-x/Pi end if end proc:      Sn:=proc(x) (2/Pi)*sum((1/k)*sin(k*x),'k'=1..n) end proc:     plot([h,Sn],-Pi..Pi,color=[red,black],thickness=[3,3]);
```



> $restart:\ n := 7:$ $h := \mathbf{proc}(x)\ \mathbf{if}\ x < 0\ \mathbf{then}\ -x/\mathrm{Pi}-1\ \mathbf{else}\ 1-x/\mathrm{Pi}\ \mathbf{end\ if\ end\ proc}:$ $Sn := \mathbf{proc}(x)\ (2/\mathrm{Pi}) * sum((1/k)*\sin(k*x), 'k'=1..n)\ \mathbf{end\ proc}:$ $plot([h, Sn], -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi}, color=[red, black], thickness=[3,3]);$



> *restart* : *n* := 12 : *h* :=**proc**(*x*) **if** *x* < 0 **then** -*x*/Pi-1 **else** 1-*x*/Pi **end if** **end proc**: *Sn* :=**proc**(*x*) (2/Pi) * *sum*((1/*k*) * sin(*k* * *x*),'*k*'= 1 ..*n*) **end proc**: *plot*([*h*, *Sn*],-Pi ..Pi, *color* = [*red*, *black*], *thickness* = [3, 3]);

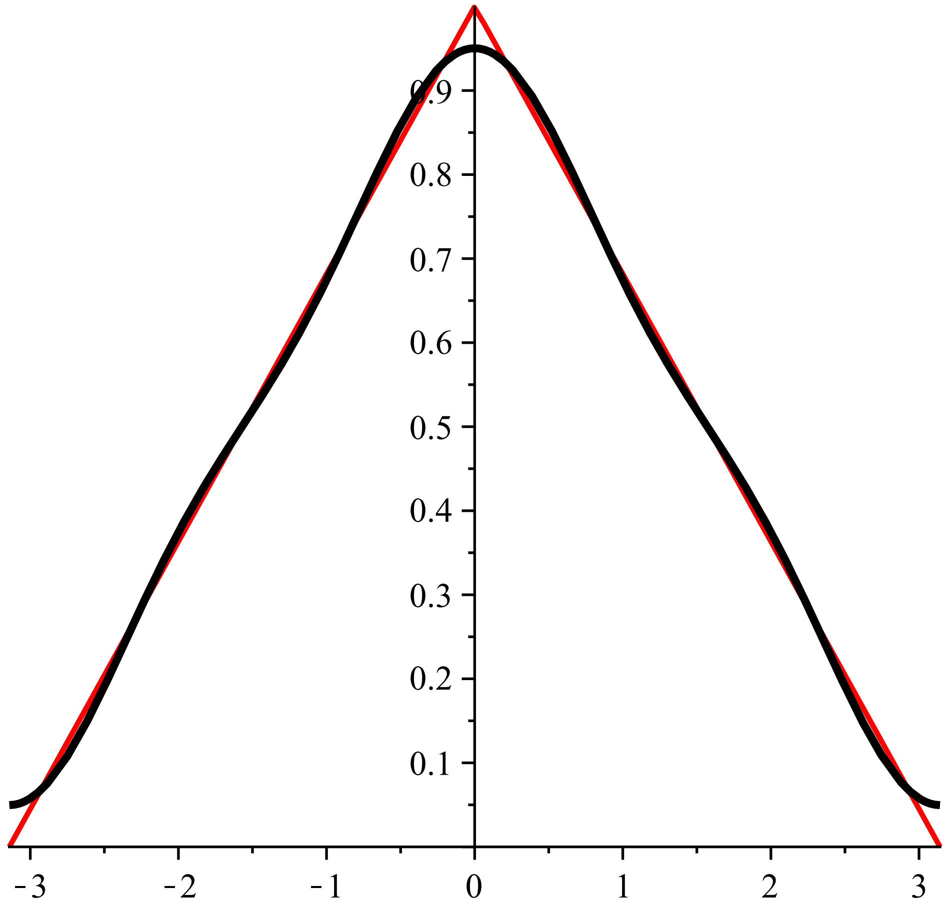


Exemple 2

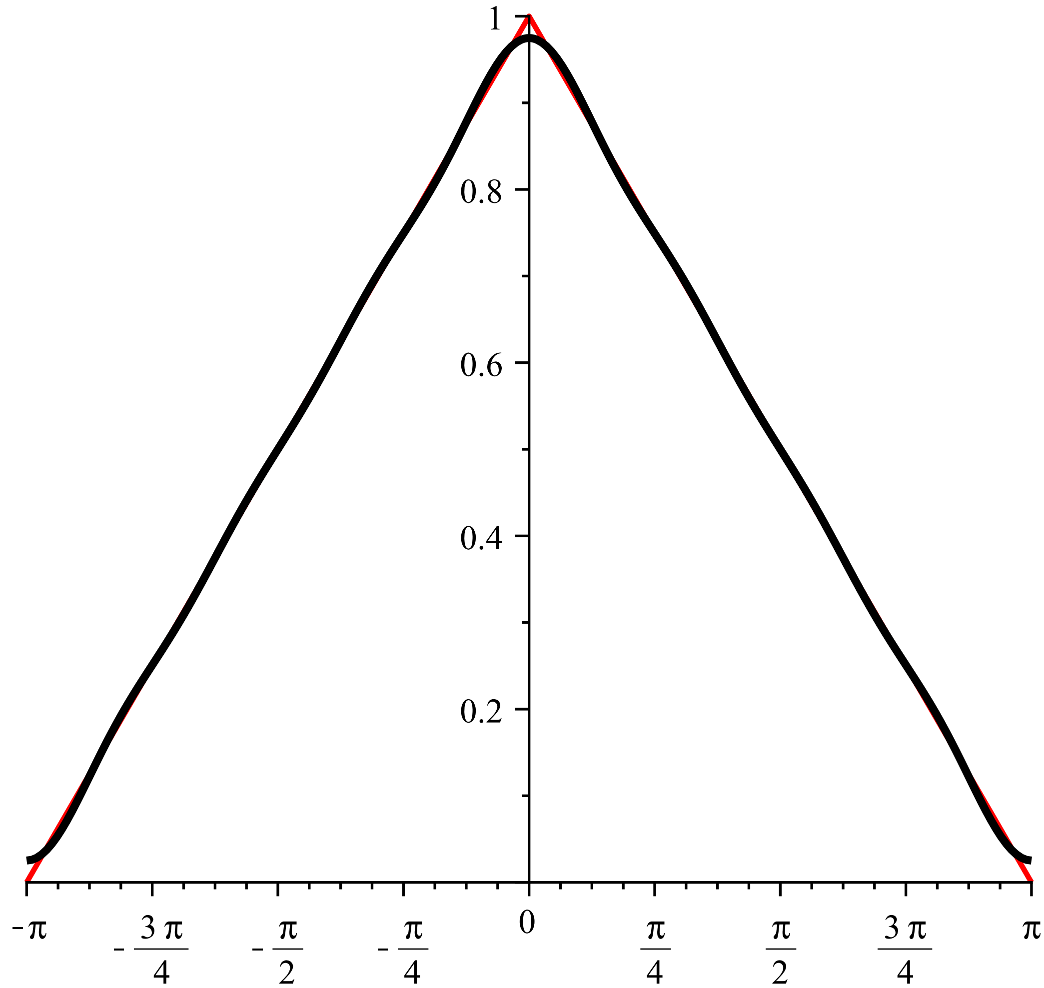
Sigui f(t)= 1 + t/Pi(-Pi<t<0) i -t/Pi + 1 (0<t<Pi) amb període T=2Pi.

```
> restart:  n:=2:
```
(podeu canviar el 2 per altres valors i fer return després del punt i coma)

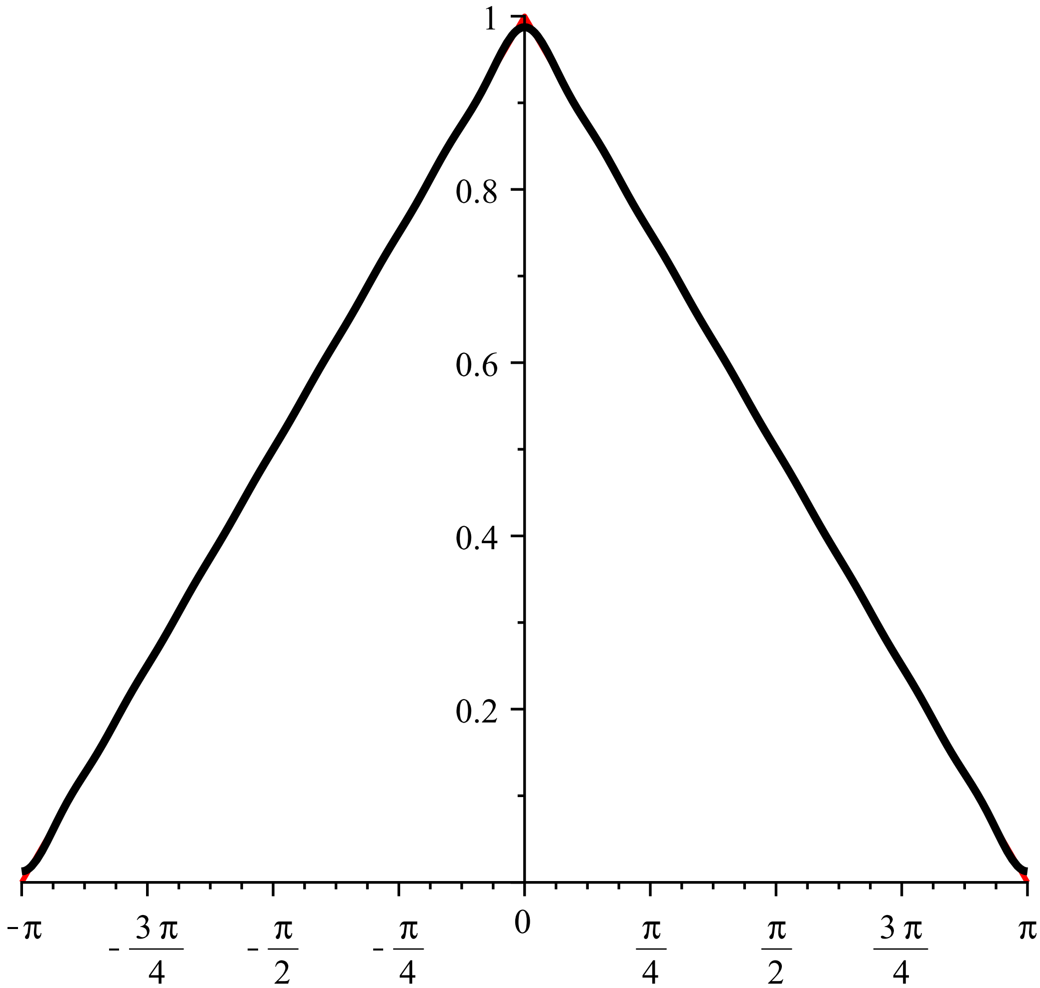
```
m:=proc(x) if  x<0 then x/Pi+1 else 1-x/Pi end if end proc:      Sn:=proc(x) 1/2+(4/Pi^2)*sum((1/(2*k-1)^2)*cos((2*k-1)*x),'k'=1..n) end proc:
plot([m,Sn],-Pi..Pi,color=[red,black],thickness=[2,3]);
```




```
> restart:  n:=4:
  m:=proc(x) if  x<0 then x/Pi+1 else 1-x/Pi end if end proc:
  Sn:=proc(x) 1/2+(4/Pi^2)*sum((1/(2*k-1)^2)*cos((2*k-1)*x),'k'=1..
  n) end proc:     plot([m,Sn],-Pi..Pi,color=[red,black],thickness=
  [2,3]);
```




```
> restart : n := 8 :                    m :=proc(x) if x < 0 then x/Pi + 1 else 1-x
    /Pi end if end proc:    Sn :=proc(x) 1/2 + (4/Pi^2) * sum((1/(2*k-1)^2) * cos((2*k
    -1) * x),'k'= 1 ..n) end proc:    plot([m, Sn], -Pi ..Pi, color = [red, black], thickness = [2,
    3]);
```



>

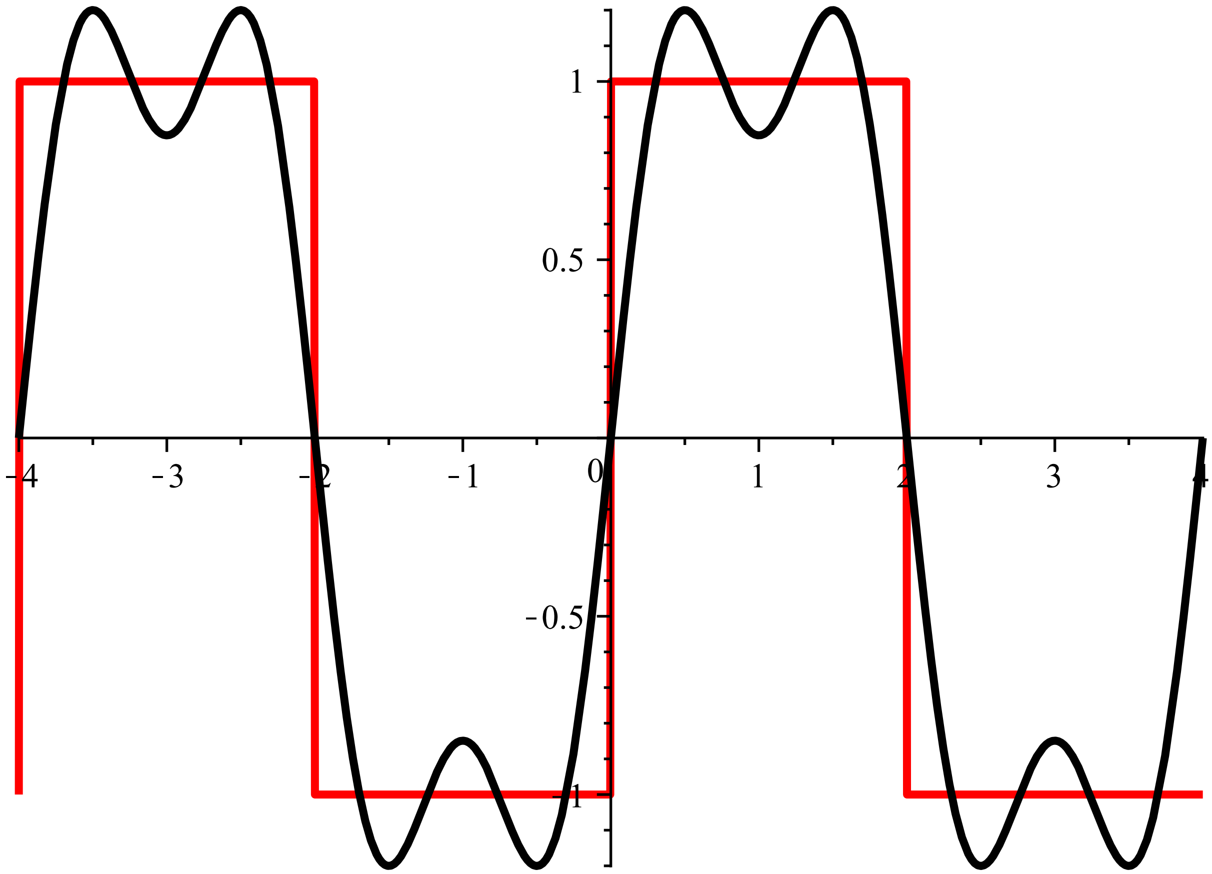
Exemple 3

Sigui f(t)= -1 (-2<t<0) i 1 (0<t<2) amb període T=4. La suma dels n primers termes de la sèrie de Fourier és la següent:

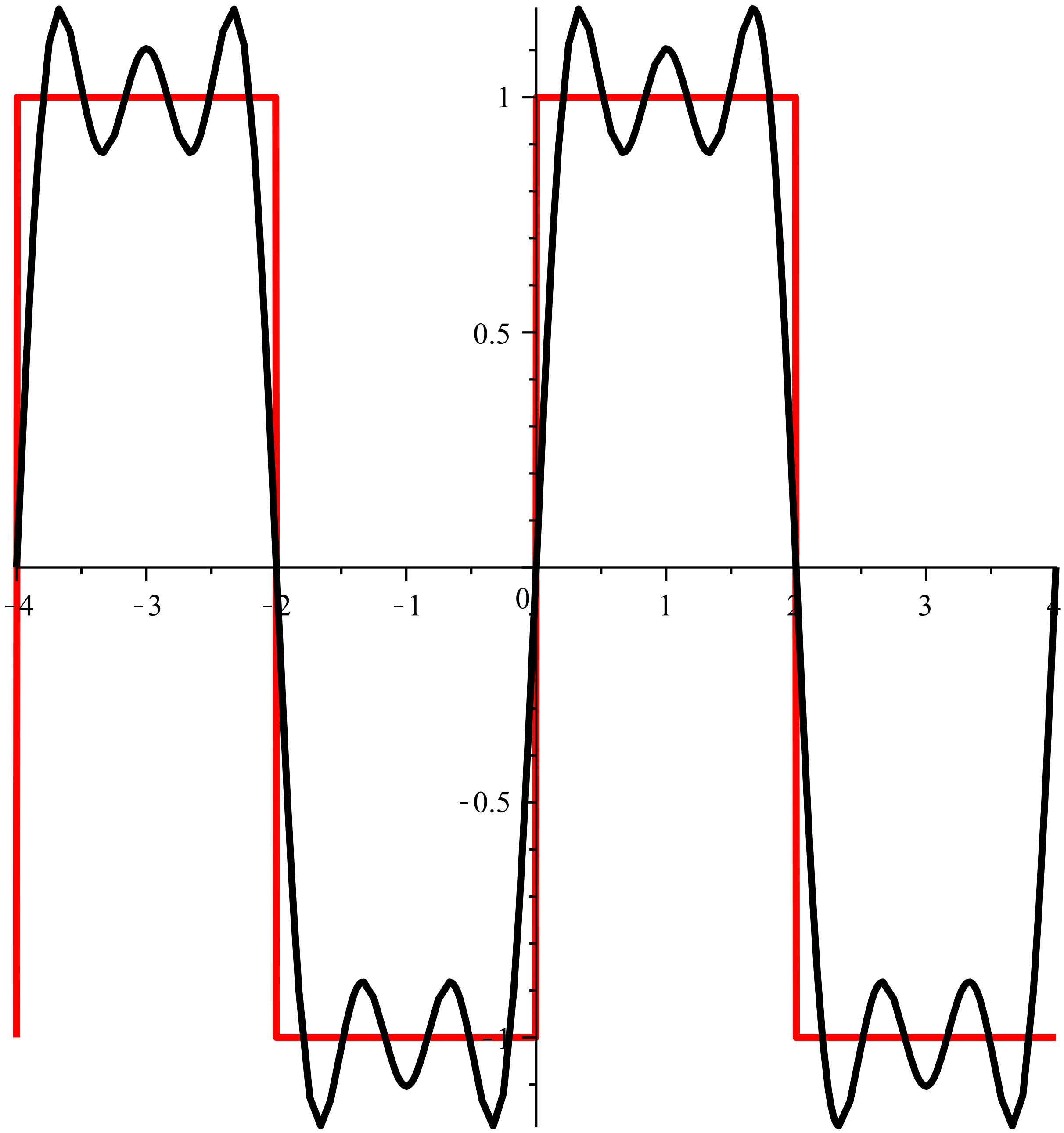
$$\sum_{k=1}^{n} \frac{4 \sin\left(\frac{(2\,k-1)\,\pi\,x}{2}\right)}{\pi(2\,k-1)}$$

Anem a representar gràficament aquesta suma per diversos valors de n.

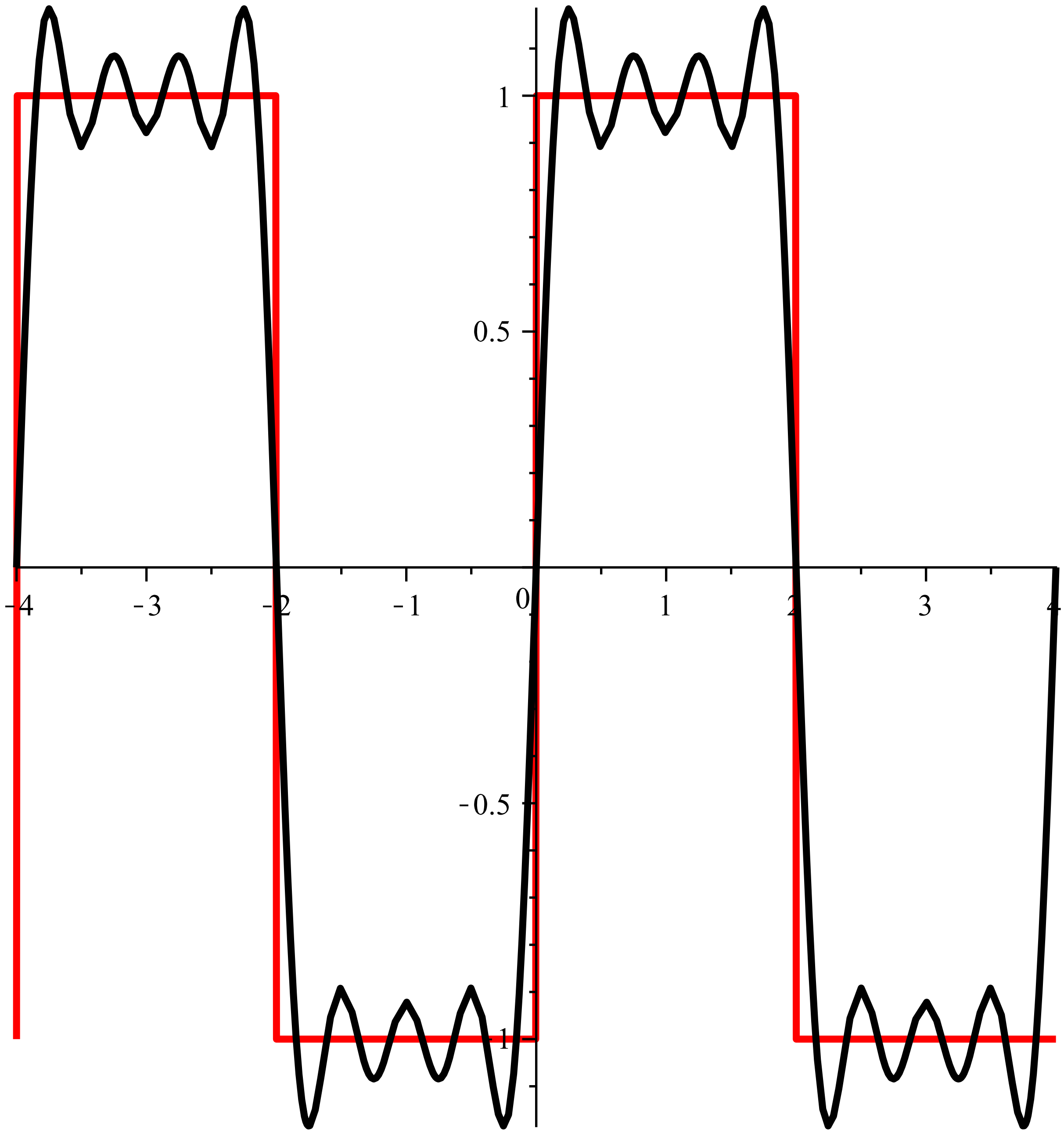
```
> restart: n:=2     (n és el nombre de termes de la sèrie) :                f:=
 proc(x) if x<-2 and x>-4  then 1  elif x<0 and x>-2  then -1 elif
 x>0 and x<2  then 1 else -1 end if end proc:                Sn:=
 proc(x) (4/Pi)*sum((1/(2*k-1))*sin((2*k-1)*Pi/2*x),'k'=1..n) end
 proc:            plot([f,Sn],-4..4,color=[red,black],thickness=[3,
 3]);
```



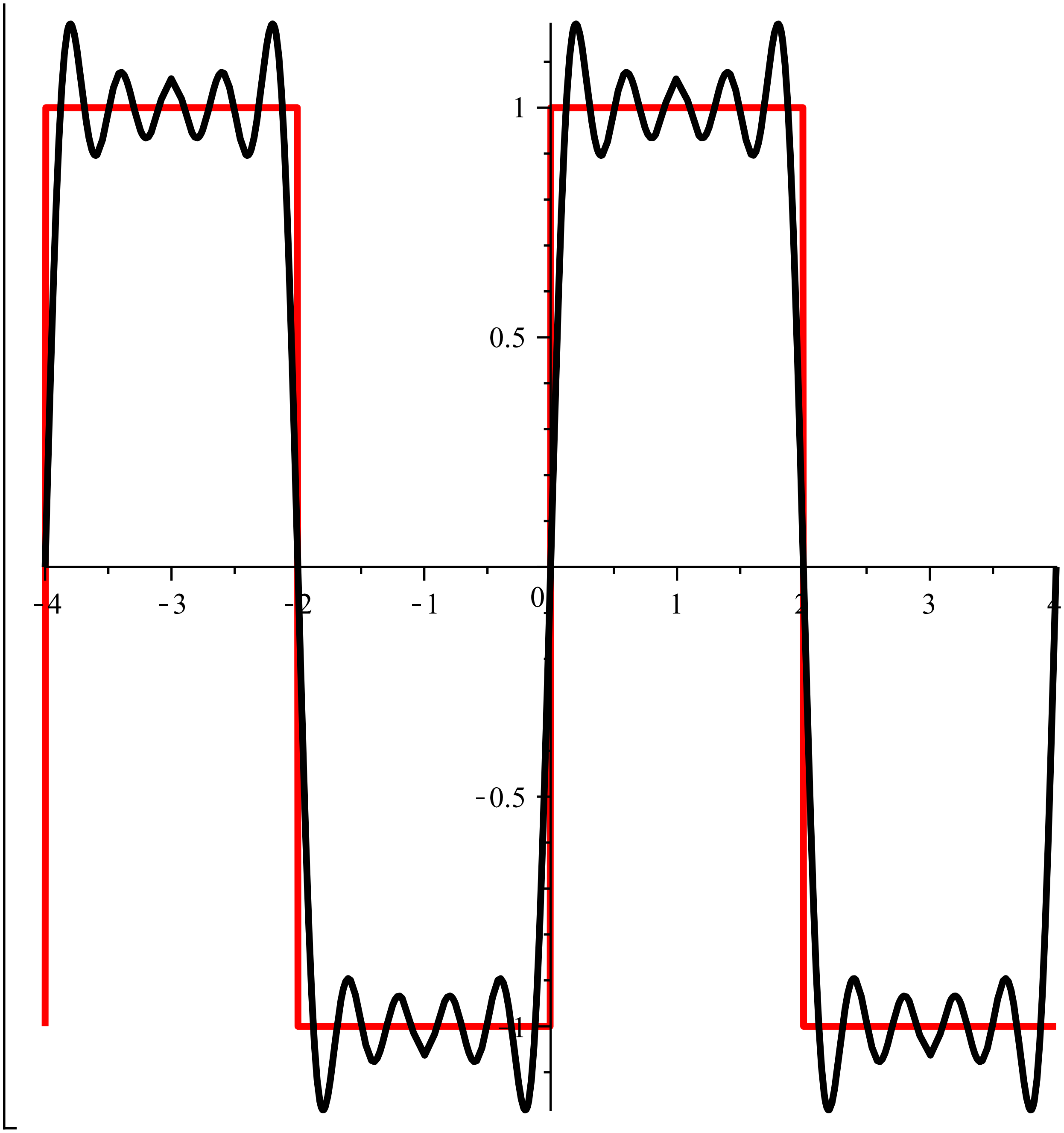

```
> restart: n:=3    :                        f:=proc(x) if x<-2 and x>-4
   then 1  elif x<0 and x>-2  then -1 elif x>0 and x<2  then 1 else
  -1 end if end proc:                Sn:=proc(x) (4/Pi)*sum((1/(2*
  k-1))*sin((2*k-1)*Pi/2*x),'k'=1..n) end proc:            plot([f,
  Sn],-4..4,color=[red,black],thickness=[3,3]);
```



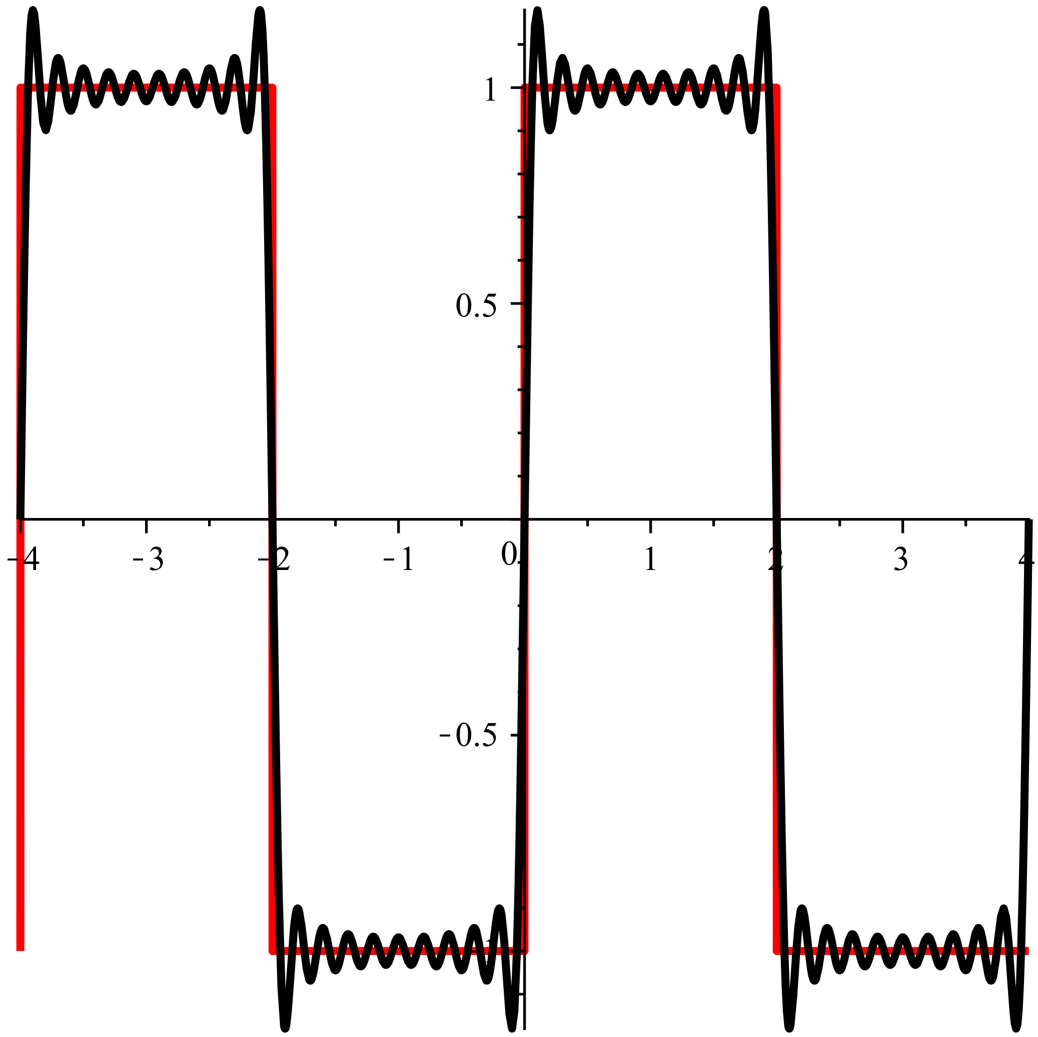

```
> restart: n:=4    :                          f:=proc(x) if x<-2 and x>-4
   then 1  elif x<0 and x>-2  then -1 elif x>0 and x<2  then 1 else
  -1 end if end proc:                     Sn:=proc(x) (4/Pi)*sum((1/(2*
  k-1))*sin((2*k-1)*Pi/2*x),'k'=1..n) end proc:            plot([f,
  Sn],-4..4,color=[red,black],thickness=[3,3]);
```



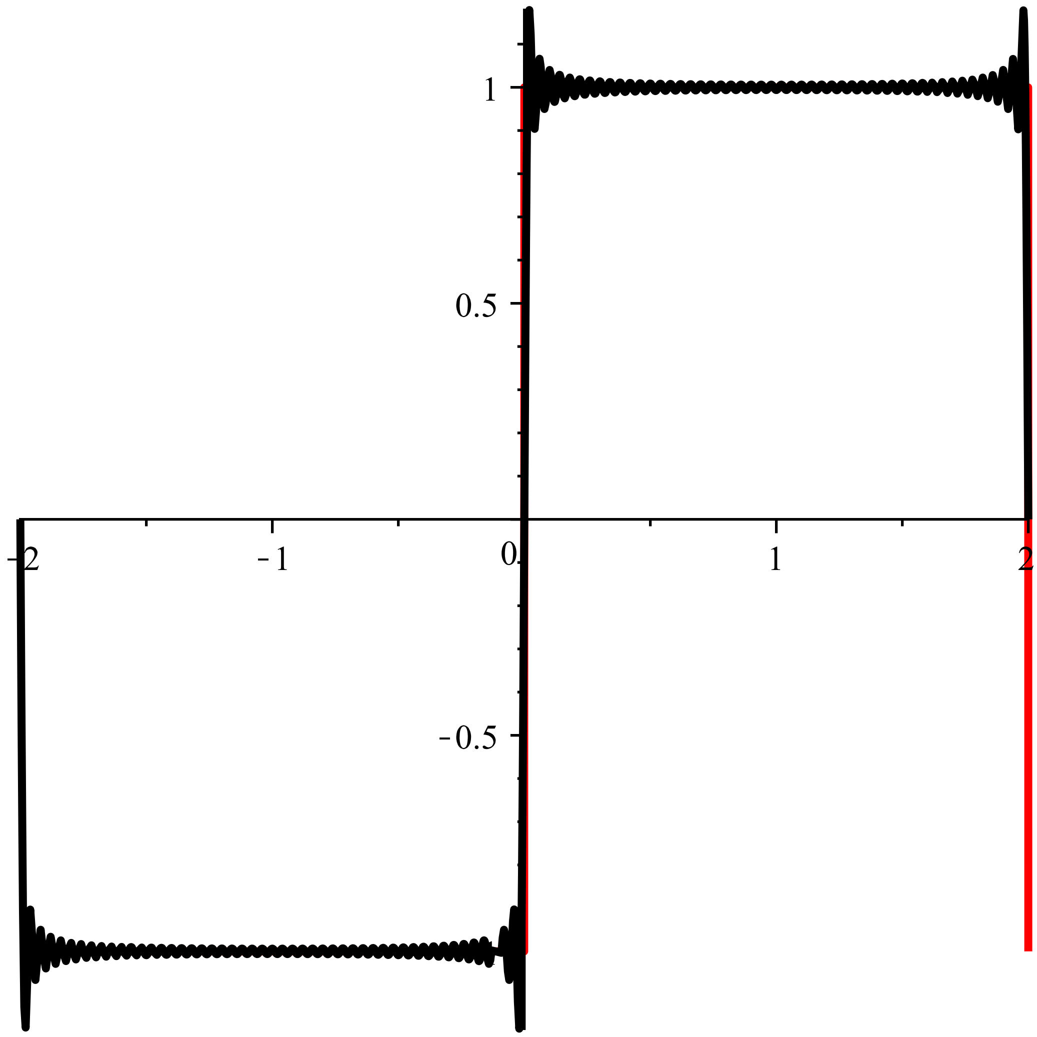

```
> restart: n:=5    :                              f:=proc(x) if x<-2 and x>-4
   then 1  elif x<0 and x>-2  then -1 elif x>0 and x<2  then 1 else
  -1 end if end proc:                     Sn:=proc(x) (4/Pi)*sum((1/(2*
  k-1))*sin((2*k-1)*Pi/2*x),'k'=1..n) end proc:            plot([f,
  Sn],-4..4,color=[red,black],thickness=[3,3]);
```




```
> restart : n := 10   :            f :=proc(x) if x < -2 and x > -4 then 1 elif x < 0 and x > -2
     then -1 elif x > 0 and x < 2 then 1 else -1 end if end proc:           Sn :=proc(x) (4/Pi)
     * sum( (1/(2*k-1) ) * sin( (2*k-1) * Pi/2 * x),'k'= 1 ..n) end proc:         plot( [ f, Sn ], -4
     ..4, color = [red, black], thickness = [3, 3 ]);
```




```
> restart: n:=50    :                    f:=proc(x) if x<-2 and
  x>-4  then 1  elif x<0 and x>-2  then -1 elif x>0 and x<2  then 1
  else -1 end if end proc:                    Sn:=proc(x) (4/Pi)*sum((1/
  (2*k-1))*sin((2*k-1)*Pi/2*x),'k'=1..n) end proc:            plot(
  [f,Sn],-2..2,color=[red,black],thickness=[3,3]);
```


1
0.5
-2
-1
0
1
2
-0.5

>

>