

# Formální jazyky a překladače

**Alexander Meduna  
&  
Roman Lukáš**

# **Kapitola I.**

## **Abecedy, řetězce a jazyky**

# Abecedy a symboly

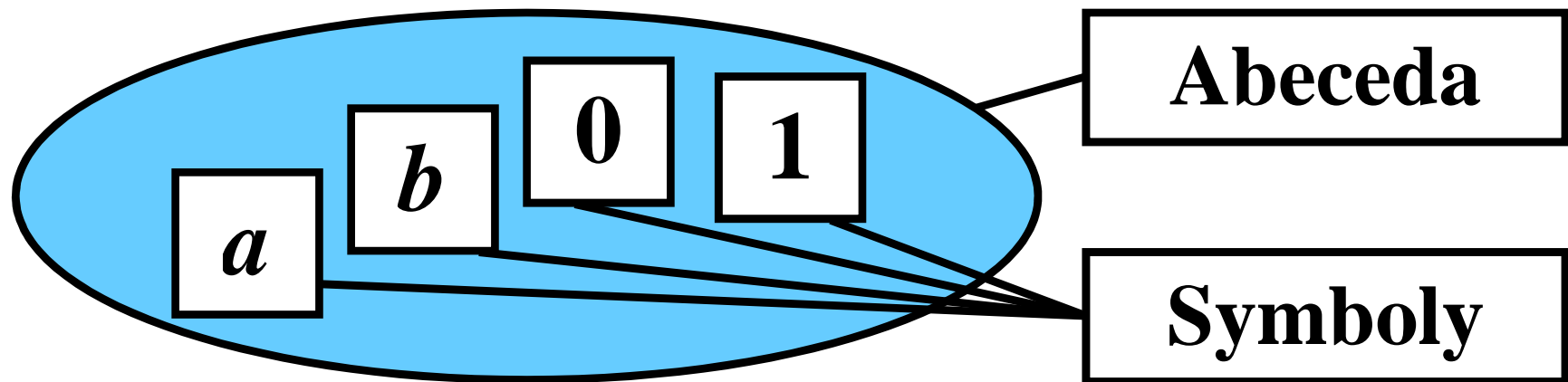
**Definice:** *Abeceda* je konečná, neprázdná množina elementů, které nazýváme *symboly*.

---

# Abecedy a symboly

**Definice:** *Abeceda* je konečná, neprázdná množina elementů, které nazýváme *symboly*.

**Příklad:**



Pokud označíme abecedu  $\Sigma$ , potom  $\Sigma = \{a, b, 0, 1\}$

# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\ldots a_n$

**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$ :

# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\ldots a_n$

**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$ :

$\varepsilon$

Je řetězec nad  $\Sigma$

# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\dots a_n$

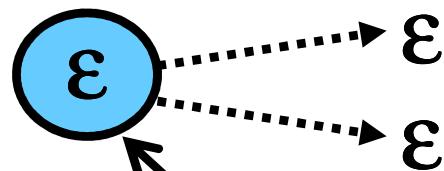
**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$ :



Je řetězec nad  $\Sigma$

$\Sigma$

# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\dots a_n$

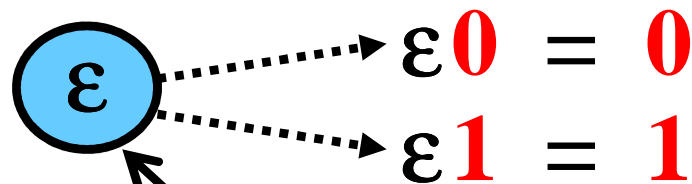
**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$ :



Je řetězec nad  $\Sigma$

$\Sigma$



# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\dots a_n$

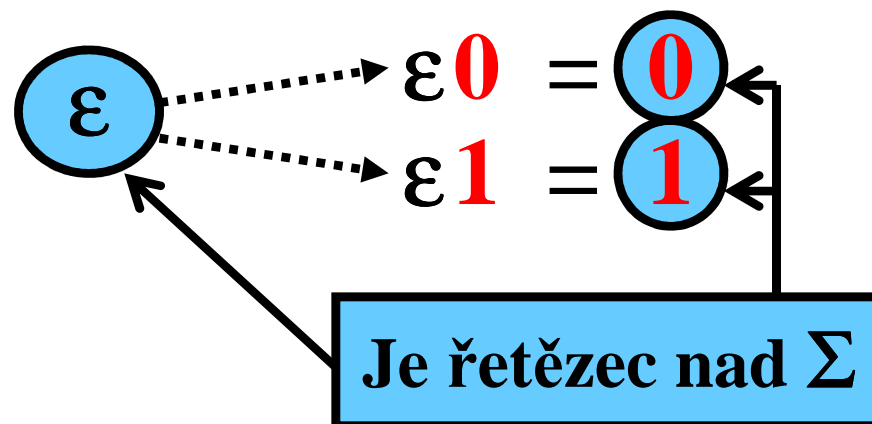
**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$ :



$\Sigma$

# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\dots a_n$

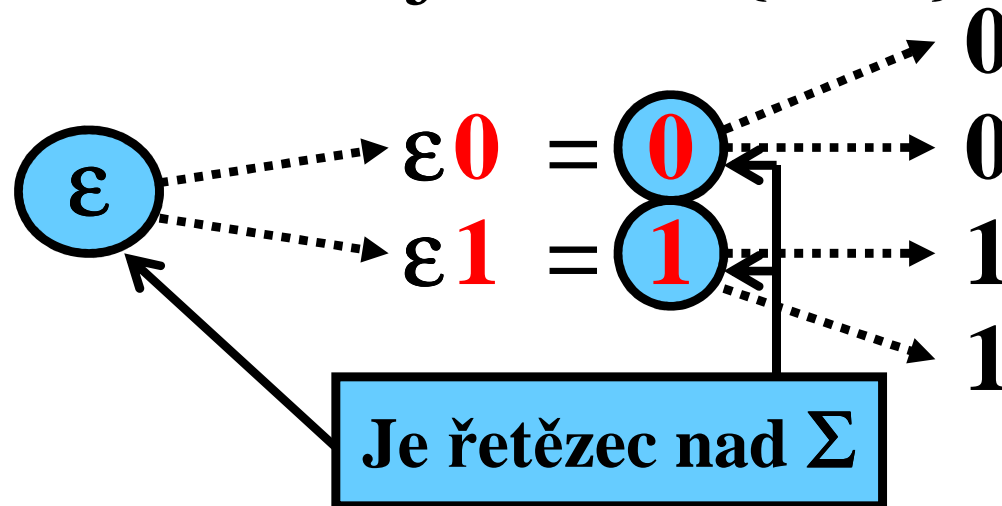
**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :



# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\dots a_n$

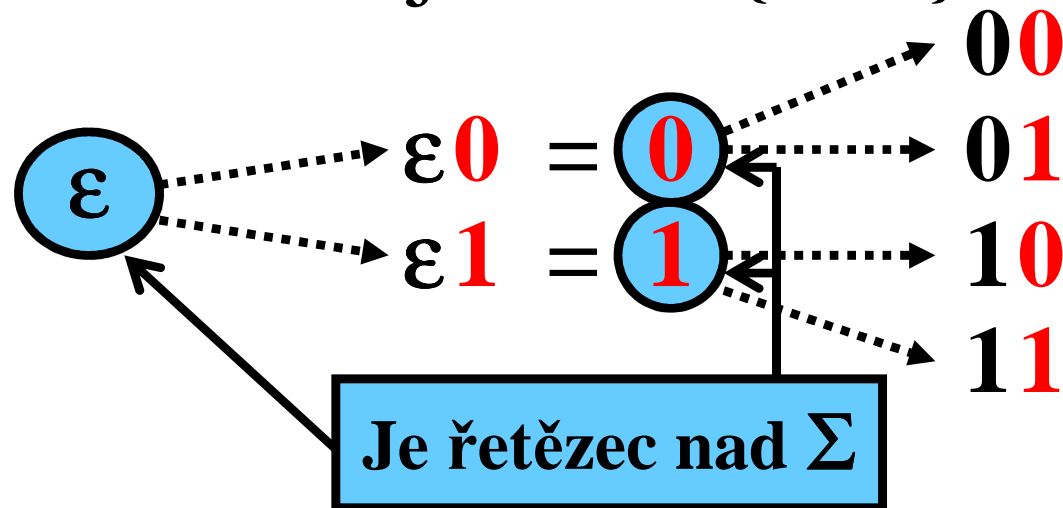
**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :



$\Sigma$

# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\dots a_n$

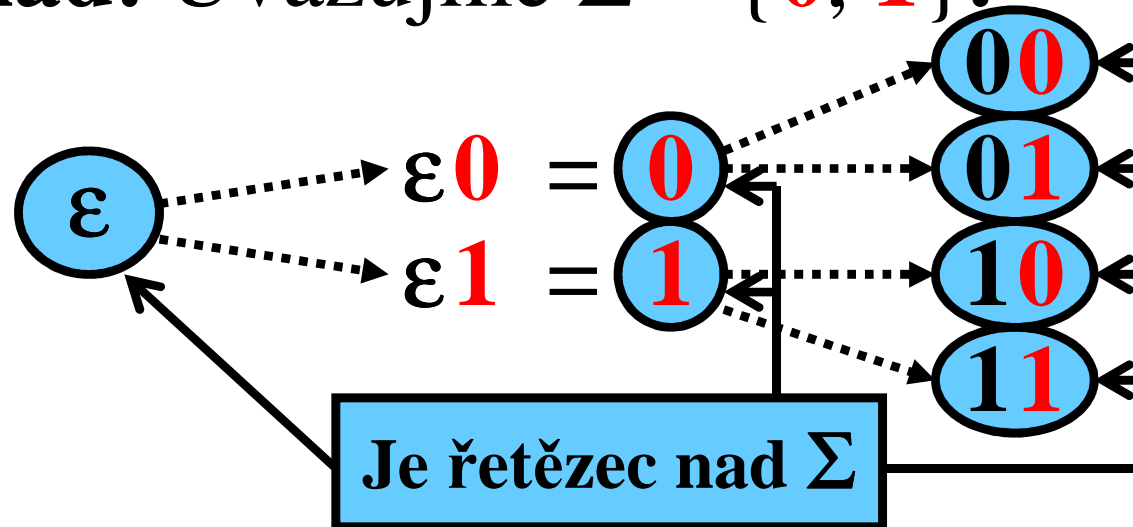
**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :



$\Sigma$

# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\dots a_n$

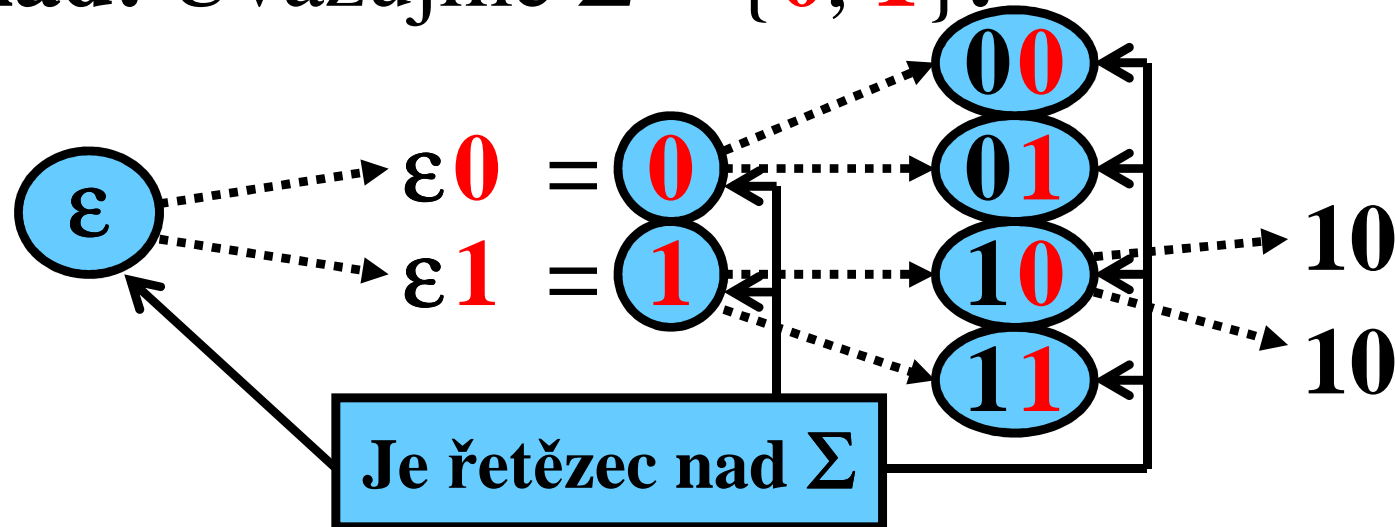
**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :



# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\dots a_n$

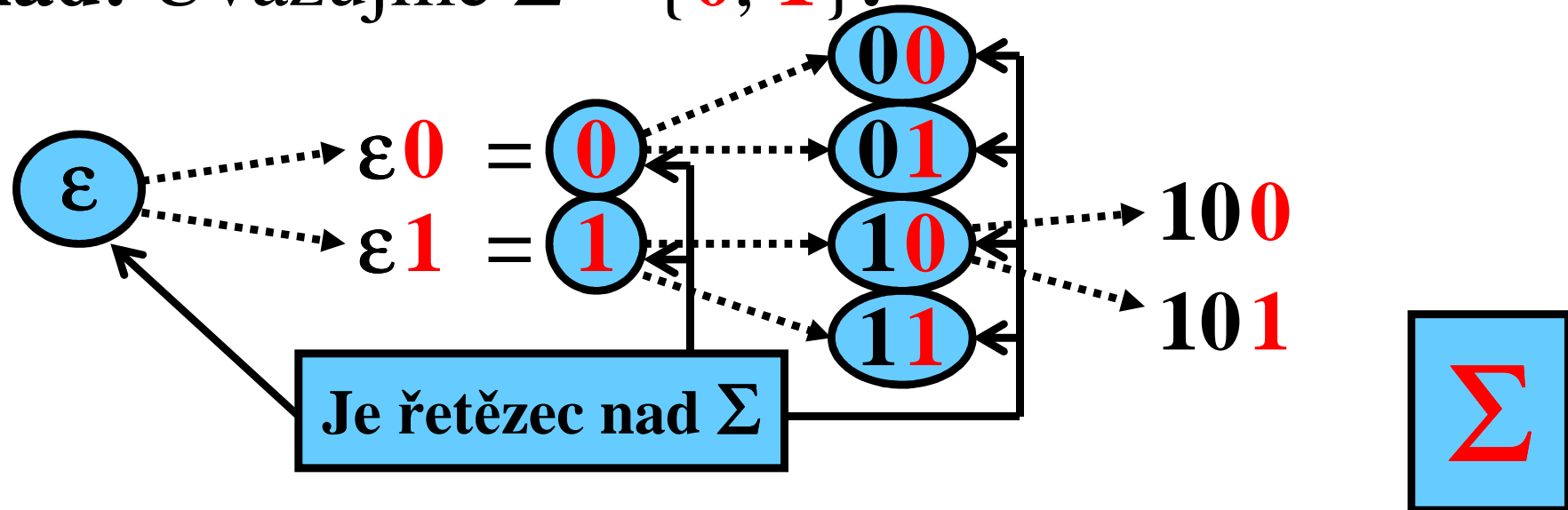
**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :



# Řetězec

**Myšlenka:**  $x = a_1a_2\dots a_n$

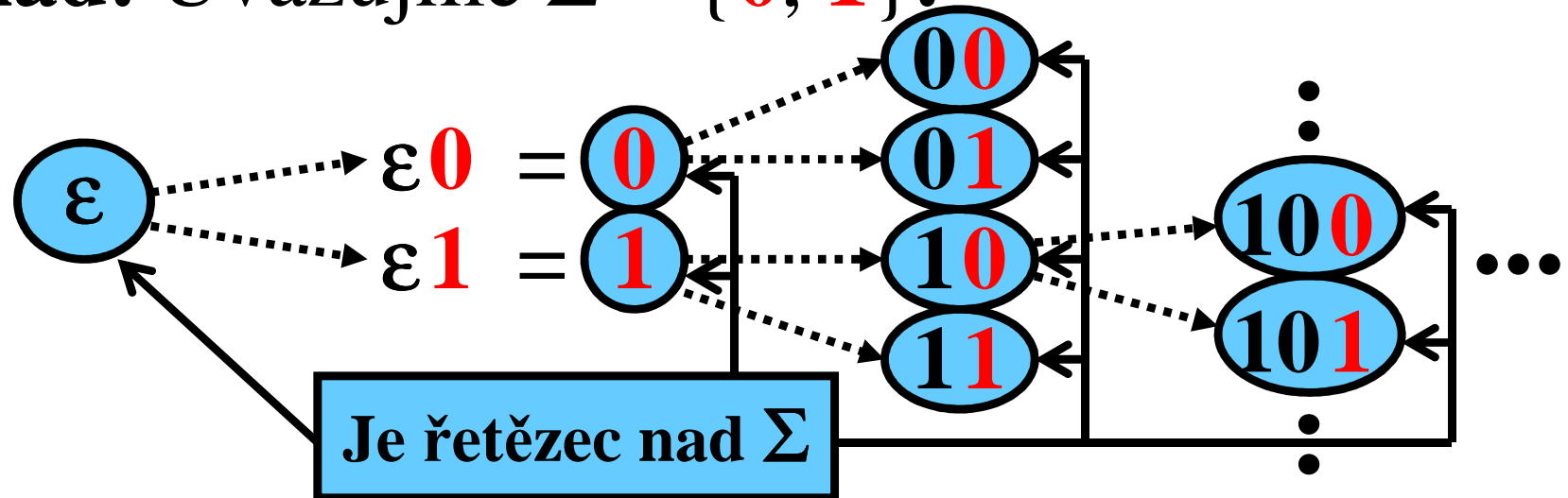
**Definice:** Necht'  $\Sigma$  je abeceda.

1)  $\varepsilon$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

2) pokud  $x$  je řetězec nad  $\Sigma$  a  $a \in \Sigma$ , potom  $xa$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$

**Pozn.:**  $\varepsilon$  značí tzv. *prázdný řetězec* = neobsahuje žádný symbol.

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :



# Délka řetězce

**Myšlenka:**  $|a_1a_2\dots a_n| = n$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

*Délka řetězce  $x$ ,  $|x|$ , je definována:*

1) pokud  $x = \varepsilon$ , pak  $|x| = 0$

2) pokud  $x = a_1\dots a_n$ , pak  $|x| = n$

pro  $n \geq 1$  a  $a_i \in \Sigma$  pro všechna  $i = 1, \dots, n$

**Pozn.:** Délka řetězce  $x$  je celkový počet symbolů v řetězci  $x$ .

**Příklad:** Uvažujme  $x = 1010$

**Určeme:**  $|x|$



# Délka řetězce

**Myšlenka:**  $|a_1a_2\dots a_n| = n$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

*Délka řetězce  $x$ ,  $|x|$ , je definována:*

1) pokud  $x = \varepsilon$ , pak  $|x| = 0$

2) pokud  $x = a_1\dots a_n$ , pak  $|x| = n$

pro  $n \geq 1$  a  $a_i \in \Sigma$  pro všechna  $i = 1, \dots, n$

**Pozn.:** Délka řetězce  $x$  je celkový počet symbolů v řetězci  $x$ .

**Příklad:** Uvažujme  $x = 1010$

**Určeme:**  $|x|$

$x = 1\ 0\ 1\ 0$

# Délka řetězce

**Myšlenka:**  $|a_1a_2\dots a_n| = n$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

*Délka řetězce  $x$ ,  $|x|$ , je definována:*

1) pokud  $x = \varepsilon$ , pak  $|x| = 0$

2) pokud  $x = a_1\dots a_n$ , pak  $|x| = n$

pro  $n \geq 1$  a  $a_i \in \Sigma$  pro všechna  $i = 1, \dots, n$

**Pozn.:** Délka řetězce  $x$  je celkový počet symbolů v řetězci  $x$ .

**Příklad:** Uvažujme  $x = 1010$

**Určeme:**  $|x|$

$$\begin{array}{cccc} x & = & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{array}$$

# Délka řetězce

**Myšlenka:**  $|a_1a_2\dots a_n| = n$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

*Délka řetězce*  $x$ ,  $|x|$ , je definována:

1) pokud  $x = \varepsilon$ , pak  $|x| = 0$

2) pokud  $x = a_1\dots a_n$ , pak  $|x| = n$

pro  $n \geq 1$  a  $a_i \in \Sigma$  pro všechna  $i = 1, \dots, n$

**Pozn.:** Délka řetězce  $x$  je celkový počet symbolů v řetězci  $x$ .

**Příklad:** Uvažujme  $x = 1010$

**Určeme:**  $|x|$

$x = 1\ 0\ 1\ 0$

$a_1a_2a_3a_4 \rightarrow n = 4$ , tedy  $|x| = 4$

# Konkatenace (zřetězení) řetězců

**Myšlenka:  $xy$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ . *Konkatenace*  $x$  a  $y$  je řetězec  $xy$ .

**Pozn.:**  $x\varepsilon = \varepsilon x = x$

---

# Konkatenace (zřetězení) řetězců

**Myšlenka:**  $xy$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ . *Konkatenace*  $x$  a  $y$  je řetězec  $xy$ .

**Pozn.:**  $x\varepsilon = \varepsilon x = x$

---

**Příklady:**

Konkatenace **101** a **001** je řetězec **101001**

Konkatenace  $\varepsilon$  a **001** je řetězec  $\varepsilon\mathbf{001} = \mathbf{001}$

# Mocnina řetězce

**Myšlenka:**  $x^i = \underbrace{xx \dots x}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina* řetězce  $x$ ,  $x^i$ , je definována:

1)  $x^0 = \varepsilon$

2) pro  $i \geq 1$ :  $x^i = xx^{i-1}$

**Pozn.:**  $x^i x^j = x^j x^i = x^{i+j}$ , kde  $i, j \geq 0$

---

**Příklad:** Uvažujme  $x = 10$

**Určeme:**  $x^3$

# Mocnina řetězce

**Myšlenka:**  $x^i = \underbrace{xx \dots x}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina* řetězce  $x$ ,  $x^i$ , je definována:

1)  $x^0 = \varepsilon$

2) pro  $i \geq 1$ :  $x^i = xx^{i-1}$

**Pozn.:**  $x^i x^j = x^j x^i = x^{i+j}$ , kde  $i, j \geq 0$

**Příklad:** Uvažujme  $x = 10$

**Určeme:**  $x^3$

$$x^3 = xx^2 = \mathbf{10}x^2$$

# Mocnina řetězce

**Myšlenka:**  $x^i = \underbrace{xx \dots x}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina* řetězce  $x$ ,  $x^i$ , je definována:

1)  $x^0 = \varepsilon$

2) pro  $i \geq 1$ :  $x^i = xx^{i-1}$

**Pozn.:**  $x^i x^j = x^j x^i = x^{i+j}$ , kde  $i, j \geq 0$

**Příklad:** Uvažujme  $x = 10$

**Určeme:**  $x^3$

$$\begin{aligned} x^3 &= xx^2 = \mathbf{10}x^2 \\ &\quad \curvearrowright x^2 = xx^1 = \mathbf{10}x^1 \end{aligned}$$



# Mocnina řetězce

**Myšlenka:**  $x^i = \underbrace{xx \dots x}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina* řetězce  $x$ ,  $x^i$ , je definována:

1)  $x^0 = \varepsilon$

2) pro  $i \geq 1$ :  $x^i = xx^{i-1}$

**Pozn.:**  $x^i x^j = x^j x^i = x^{i+j}$ , kde  $i, j \geq 0$

**Příklad:** Uvažujme  $x = 10$

**Určeme:**  $x^3$

$$x^3 = xx^2 = \mathbf{10}x^2$$

$$x^2 = xx^1 = \mathbf{10}x^1$$

$$x^1 = xx^0 = \mathbf{10}x^0$$

# Mocnina řetězce

**Myšlenka:**  $x^i = \underbrace{xx \dots x}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina* řetězce  $x$ ,  $x^i$ , je definována:

1)  $x^0 = \varepsilon$

2) pro  $i \geq 1$ :  $x^i = xx^{i-1}$

**Pozn.:**  $x^i x^j = x^j x^i = x^{i+j}$ , kde  $i, j \geq 0$

**Příklad:** Uvažujme  $x = 10$

**Určeme:**  $x^3$

$$x^3 = xx^2 = \mathbf{10}x^2$$

$$x^2 = xx^1 = \mathbf{10}x^1$$

$$x^1 = xx^0 = \mathbf{10}x^0$$

$$x^0 = \varepsilon$$

# Mocnina řetězce

**Myšlenka:**  $x^i = \underbrace{xx \dots x}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina* řetězce  $x$ ,  $x^i$ , je definována:

1)  $x^0 = \varepsilon$

2) pro  $i \geq 1$ :  $x^i = xx^{i-1}$

**Pozn.:**  $x^i x^j = x^j x^i = x^{i+j}$ , kde  $i, j \geq 0$

**Příklad:** Uvažujme  $x = 10$

**Určeme:**  $x^3$

$$\begin{aligned}
 x^3 &= xx^2 = \mathbf{10}x^2 \\
 x^2 &= xx^1 = \mathbf{10}x^1 \\
 x^1 &= xx^0 = \mathbf{10}x^0 \longrightarrow x^1 = \mathbf{10}\varepsilon = \mathbf{10} \\
 x^0 &= \varepsilon
 \end{aligned}$$

# Mocnina řetězce

**Myšlenka:**  $x^i = \underbrace{xx \dots x}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina* řetězce  $x$ ,  $x^i$ , je definována:

1)  $x^0 = \varepsilon$

2) pro  $i \geq 1$ :  $x^i = xx^{i-1}$

**Pozn.:**  $x^i x^j = x^j x^i = x^{i+j}$ , kde  $i, j \geq 0$

**Příklad:** Uvažujme  $x = 10$

**Určeme:**  $x^3$

$$\begin{array}{lcl}
 x^3 = xx^2 = \mathbf{10}x^2 & & \\
 \swarrow & & \searrow \\
 x^2 = xx^1 = \mathbf{10}x^1 & \longleftrightarrow & x^2 = \mathbf{1010} \\
 \swarrow & & \searrow \\
 x^1 = xx^0 = \mathbf{10}x^0 & \longleftrightarrow & x^1 = \mathbf{10\varepsilon} = \mathbf{10} \\
 \swarrow & & \searrow \\
 x^0 = \mathbf{\varepsilon} & & 
 \end{array}$$

# Mocnina řetězce

**Myšlenka:**  $x^i = \underbrace{xx \dots x}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina* řetězce  $x$ ,  $x^i$ , je definována:

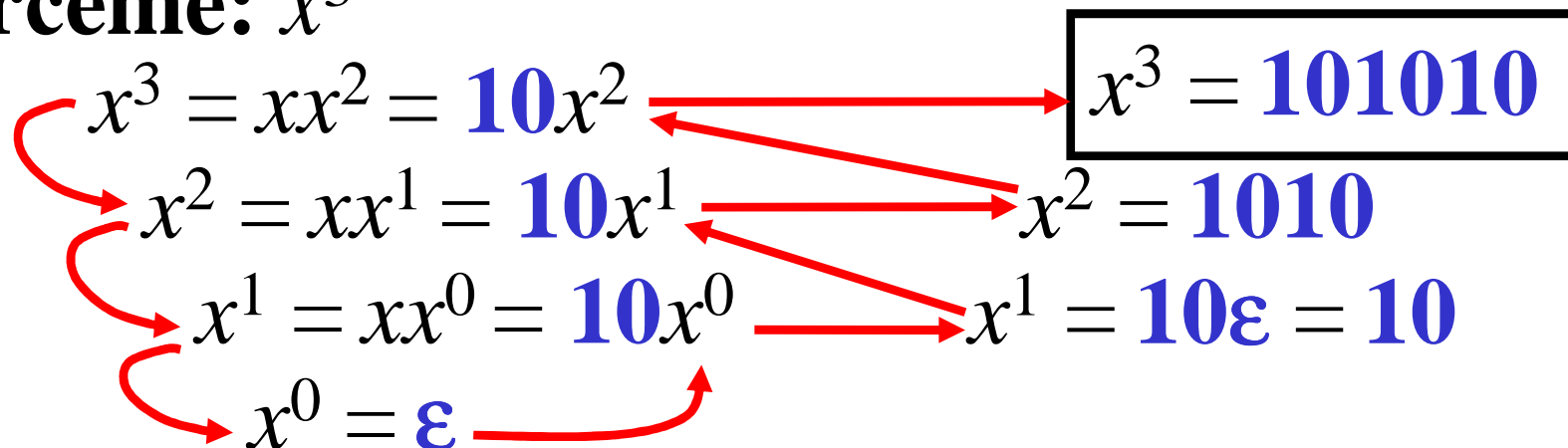
1)  $x^0 = \varepsilon$

2) pro  $i \geq 1$ :  $x^i = xx^{i-1}$

**Pozn.:**  $x^i x^j = x^j x^i = x^{i+j}$ , kde  $i, j \geq 0$

**Příklad:** Uvažujme  $x = 10$

**Určeme:**  $x^3$



# Reverzace řetězce

**Myšlenka:**  $\text{reversal}(a_1 \dots a_n) = a_n \dots a_1$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

*Reverzace* řetězce  $x$ ,  $\text{reversal}(x)$ , je definována:

1) pokud  $x = \varepsilon$  pak  $\text{reversal}(\varepsilon) = \varepsilon$

2) pokud  $x = a_1 \dots a_n$  pak  $\text{reversal}(a_1 \dots a_n) = a_n \dots a_1$   
pro  $n \geq 1$  a  $a_i \in \Sigma$  pro všechna  $i = 1, \dots, n$

---

**Příklad:** Uvažujme  $x = 1010$

**Určeme:**  $\text{reversal}(x)$

# Reverzace řetězce

**Myšlenka:**  $\text{reversal}(a_1 \dots a_n) = a_n \dots a_1$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

*Reverzace* řetězce  $x$ ,  $\text{reversal}(x)$ , je definována:

1) pokud  $x = \varepsilon$  pak  $\text{reversal}(\varepsilon) = \varepsilon$

2) pokud  $x = a_1 \dots a_n$  pak  $\text{reversal}(a_1 \dots a_n) = a_n \dots a_1$   
pro  $n \geq 1$  a  $a_i \in \Sigma$  pro všechna  $i = 1, \dots, n$

---

**Příklad:** Uvažujme  $x = 1010$

**Určeme:**  $\text{reversal}(x)$

$$\text{reversal}(a_1 a_2 a_3 a_4) = a_4 a_3 a_2 a_1, \text{ tedy}$$

# Reverzace řetězce

**Myšlenka:**  $\text{reversal}(a_1 \dots a_n) = a_n \dots a_1$

**Definice:** Necht'  $x$  je řetězec nad abecedou  $\Sigma$ .

*Reverzace* řetězce  $x$ ,  $\text{reversal}(x)$ , je definována:

1) pokud  $x = \varepsilon$  pak  $\text{reversal}(\varepsilon) = \varepsilon$

2) pokud  $x = a_1 \dots a_n$  pak  $\text{reversal}(a_1 \dots a_n) = a_n \dots a_1$   
pro  $n \geq 1$  a  $a_i \in \Sigma$  pro všechna  $i = 1, \dots, n$

**Příklad:** Uvažujme  $x = 1010$

**Určeme:**  $\text{reversal}(x)$

$\text{reversal}(a_1 a_2 a_3 a_4) = a_4 a_3 a_2 a_1$ , tedy

$\text{reversal}(\mathbf{1} \mathbf{0} \mathbf{1} \mathbf{0}) = \mathbf{0} \mathbf{1} \mathbf{0} \mathbf{1}$



## Prefix řetězce

**Myšlenka:  $x$  je prefixem řetězce  $xz$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *prefixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $xz = y$ .

**Pozn.:** pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastní prefix* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny prefixy **1010**

## Prefix řetězce

**Myšlenka:  $x$  je prefixem řetězce  $xz$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *prefixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $xz = y$ .

**Pozn.:** pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastní prefix* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny prefixy 1010  
 $\varepsilon$

# Prefix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je prefixem řetězce  $xz$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *prefixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $xz = y$ .

**Pozn.:** pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastní prefix* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny prefixy 1010

$\varepsilon$   
1

# Prefix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je prefixem řetězce  $xz$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *prefixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $xz = y$ .

**Pozn.:** pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastní prefix* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny prefixy 1010

$\varepsilon$   
1  
10

## Prefix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je prefixem řetězce  $xz$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *prefixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $xz = y$ .

**Pozn.:** pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastní prefix* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny prefixy **1010**

$\varepsilon$   
1  
10  
101

## Prefix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je prefixem řetězce  $xz$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *prefixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $xz = y$ .

**Pozn.:** pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastní prefix* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny prefixy **1010**

$\varepsilon$

1

10

101

1010

# Prefix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je prefixem řetězce  $xz$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *prefixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $xz = y$ .

**Pozn.:** pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastní prefix* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny prefixy 1010

Prefixy 1010	$\left\{ \begin{array}{c} \varepsilon \\ 1 \\ 10 \\ 101 \\ 1010 \end{array} \right\}$	Vlastní prefixy 1010
--------------	---	-------------------------

# Sufix řetězce

**Myšlenka:  $x$  je sufix řetězce  $zx$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *sufixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $zx = y$ .

**Pozn.:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastním sufixem* řetězce  $y$ .

---

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny sufixy **1010**



## Sufix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je sufix řetězce  $zx$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *sufixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $zx = y$ .

**Pozn.:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastním sufixem* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny sufixy 1010  
 $\varepsilon$

# Sufix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je sufix řetězce  $zx$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *sufixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $zx = y$ .

**Pozn.:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastním sufixem* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny sufixy 1010

$\varepsilon$   
0

# Sufix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je sufix řetězce  $zx$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *sufixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $zx = y$ .

**Pozn.:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastním sufixem* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny sufixy 1010

$\varepsilon$   
0  
10

# Sufix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je sufix řetězce  $zx$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *sufixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $zx = y$ .

**Pozn.:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastním sufixem* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny sufixy 1010

$\varepsilon$   
0  
10  
010

# Sufix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je sufix řetězce  $zx$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *sufixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $zx = y$ .

**Pozn.:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastním sufixem* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny sufixy 1010

$\varepsilon$   
 0  
 10  
 010  
 1010

# Sufix řetězce

**Myšlenka:**  $x$  je sufix řetězce  $zx$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ ;  $x$  je *sufixem*  $y$ , pokud existuje řetězec  $z$  nad abecedou  $\Sigma$ , přičemž platí  $zx = y$ .

**Pozn.:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$  pak  $x$  je *vlastním sufixem* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny sufixy 1010

Suffixy 1010

$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon \\ 0 \\ 10 \\ 010 \\ 1010 \end{array} \right\}$

Vlastní sufixy  
1010

# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce **1 0 1 0**

# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce **1 0 1 0**

$\varepsilon$



# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce **1** 0 1 0

$\varepsilon$   
1

# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce 1 **0** 1 0

$\varepsilon$

1, 0

# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce 1 0 **1** 0

$\varepsilon$   
1, 0

# Podřetězec

**Myšlenka:**  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce 1 0 1 0

$\varepsilon$   
1, 0

# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce **1 0** 1 0

$\varepsilon$

1, 0

10

# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce 1 **0 1** 0

$\varepsilon$

1, 0

10, 01

# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce 1 0 **1 0**

$\varepsilon$   
1, 0  
**10**, 01

# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce **1 0 1 0**

$\varepsilon$

1, 0

10, 01

101



# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce 1 **0 1 0**

$\varepsilon$

1, 0

10, 01

101, 010

# Podřetězec

**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce **1 0 1 0**

$\varepsilon$

1, 0

10, 01

101, 010

1010

# Podřetězec

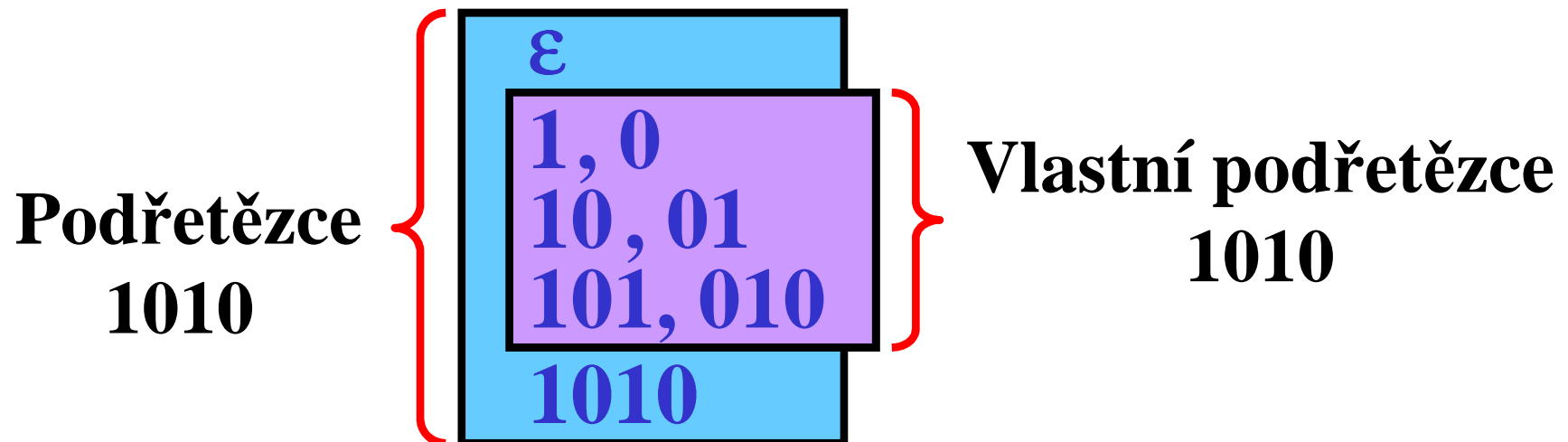
**Myšlenka:  $x$  je podřetězec řetězce  $zxz'$**

**Definice:** Necht'  $x$  a  $y$  jsou dva řetězce nad abecedou  $\Sigma$ .  $x$  je *podřetězec*  $y$ , pokud existují řetězce  $z, z'$  nad abecedou  $\Sigma$  přičemž platí  $zxz' = y$ .

**Pozn:** Pokud  $x \notin \{\varepsilon, y\}$ , pak  $x$  je *vlastní podřetězec* řetězce  $y$ .

**Příklad:** Uvažujme řetězec 1010

**Určeme:** Všechny podřetězce **1 0 1 0**



# Jazyky

**Myšlenka:**  $L \subseteq \Sigma^*$

**Definice:** Necht'  $\Sigma^*$  značí množinu všech řetězců nad  $\Sigma$ . Každá podmnožina  $L \subseteq \Sigma^*$  je *jazyk* nad  $\Sigma$ .

**Pozn.:**  $\Sigma^+$  značí množinu  $\Sigma^* - \{\epsilon\}$ .

---

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :

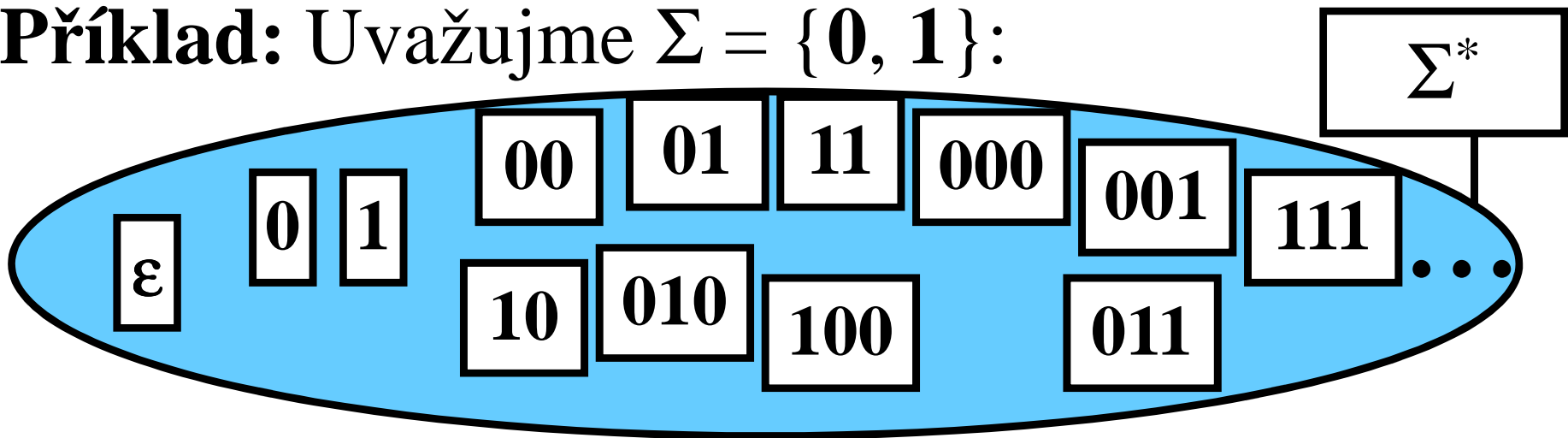
# Jazyky

**Myšlenka:**  $L \subseteq \Sigma^*$

**Definice:** Necht'  $\Sigma^*$  značí množinu všech řetězců nad  $\Sigma$ . Každá podmnožina  $L \subseteq \Sigma^*$  je *jazyk* nad  $\Sigma$ .

**Pozn.:**  $\Sigma^+$  značí množinu  $\Sigma^* - \{\varepsilon\}$ .

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :



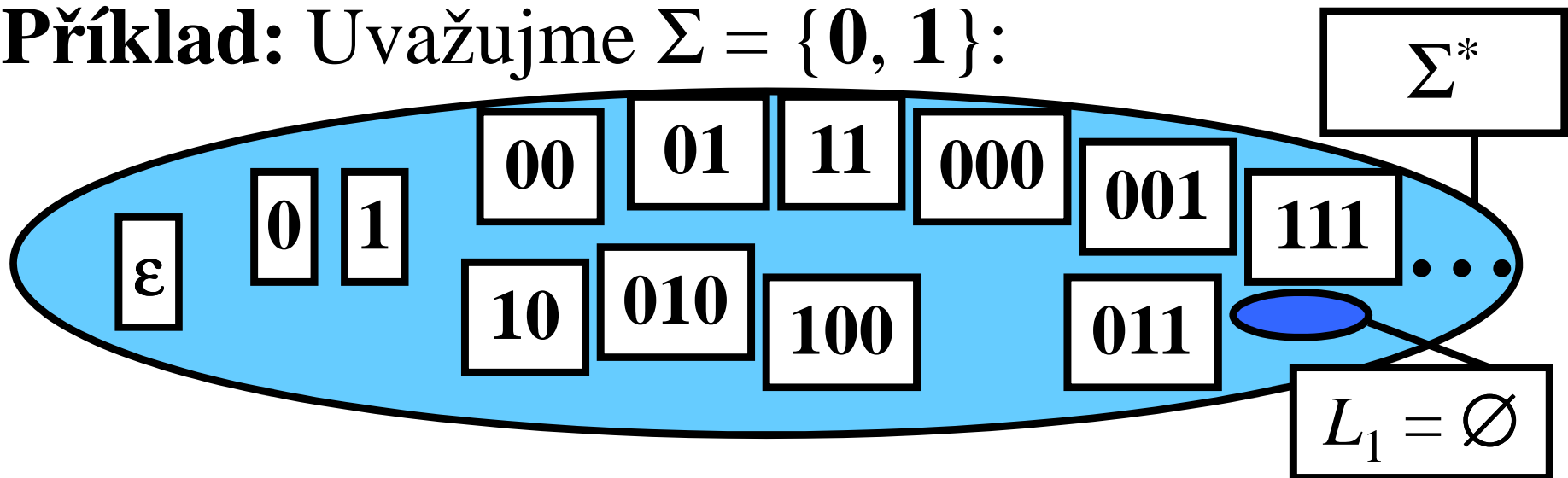
# Jazyky

**Myšlenka:**  $L \subseteq \Sigma^*$

**Definice:** Necht'  $\Sigma^*$  značí množinu všech řetězců nad  $\Sigma$ . Každá podmnožina  $L \subseteq \Sigma^*$  je *jazyk* nad  $\Sigma$ .

**Pozn.:**  $\Sigma^+$  značí množinu  $\Sigma^* - \{\epsilon\}$ .

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :



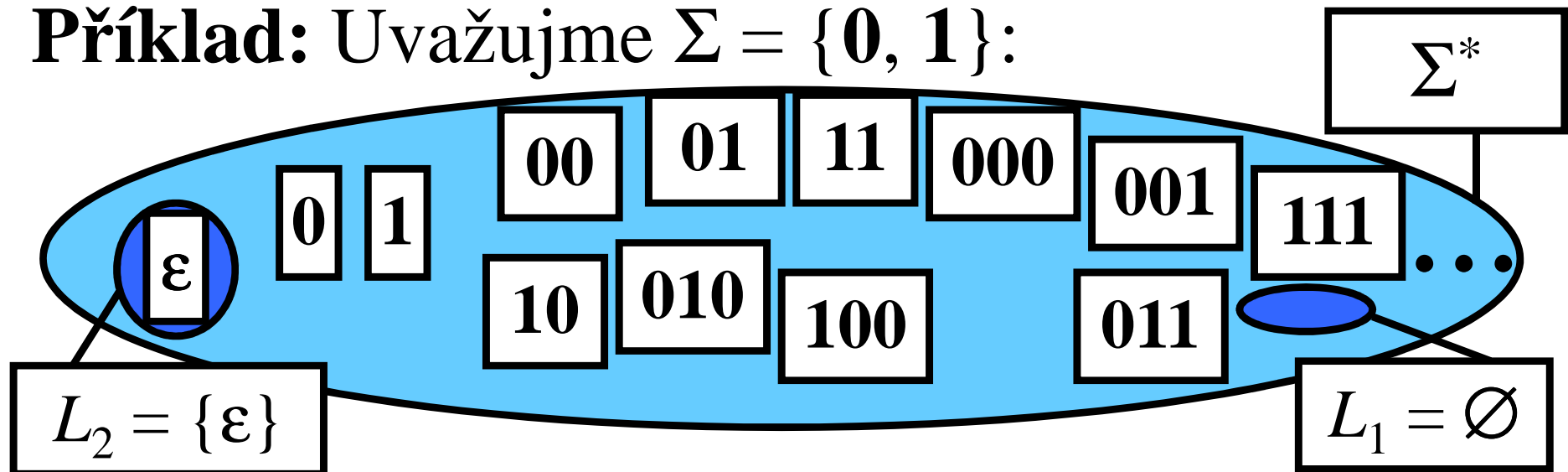
# Jazyky

**Myšlenka:**  $L \subseteq \Sigma^*$

**Definice:** Necht'  $\Sigma^*$  značí množinu všech řetězců nad  $\Sigma$ . Každá podmnožina  $L \subseteq \Sigma^*$  je *jazyk* nad  $\Sigma$ .

**Pozn.:**  $\Sigma^+$  značí množinu  $\Sigma^* - \{\varepsilon\}$ .

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :



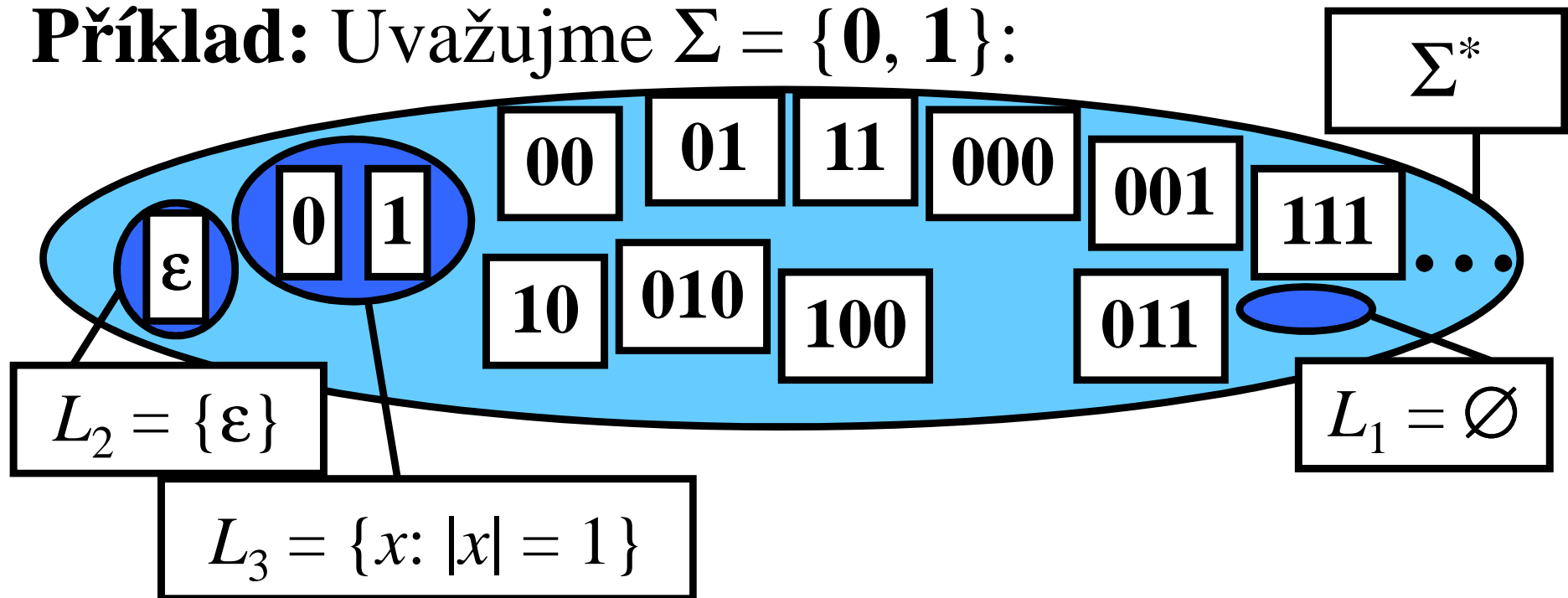
# Jazyky

**Myšlenka:**  $L \subseteq \Sigma^*$

**Definice:** Necht'  $\Sigma^*$  značí množinu všech řetězců nad  $\Sigma$ . Každá podmnožina  $L \subseteq \Sigma^*$  je *jazyk* nad  $\Sigma$ .

**Pozn.:**  $\Sigma^+$  značí množinu  $\Sigma^* - \{\varepsilon\}$ .

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :





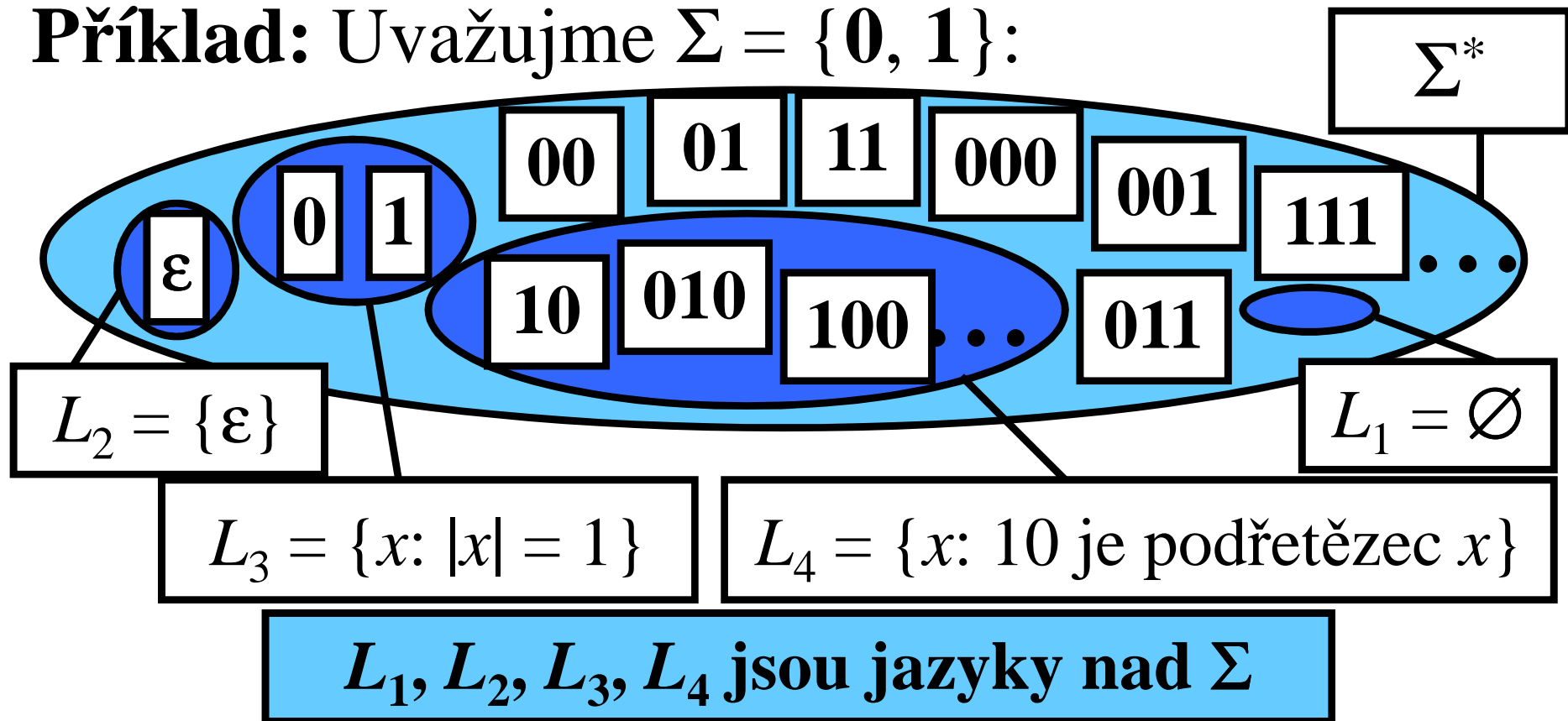
# Jazyky

**Myšlenka:**  $L \subseteq \Sigma^*$

**Definice:** Necht'  $\Sigma^*$  značí množinu všech řetězců nad  $\Sigma$ . Každá podmnožina  $L \subseteq \Sigma^*$  je *jazyk* nad  $\Sigma$ .

**Pozn.:**  $\Sigma^+$  značí množinu  $\Sigma^* - \{\varepsilon\}$ .

**Příklad:** Uvažujme  $\Sigma = \{0, 1\}$ :



# Konečné a nekonečné jazyky

**Myšlenka: Konečný jazyk obsahuje konečný počet řetězců**

**Definice:** Jazyk  $L$  je *konečný*, pokud  $L$  obsahuje konečný počet řetězců, jinak je *nekonečný*.

**Pozn.:** Necht'  $S$  je množina;  $\text{card}(S)$  značí počet prvků v  $S$

# Konečné a nekonečné jazyky

**Myšlenka: Konečný jazyk obsahuje konečný počet řetězců**

**Definice:** Jazyk  $L$  je *konečný*, pokud  $L$  obsahuje konečný počet řetězců, jinak je *nekonečný*.

**Pozn.:** Necht'  $S$  je množina;  $\text{card}(S)$  značí počet prvků v  $S$

**Příklad:**

- $L_1 = \emptyset$  je **konečný jazyk**, protože  $\text{card}(L_1) = 0$
- $L_2 = \{\varepsilon\}$  je **konečný jazyk**, protože  $\text{card}(L_2) = 1$
- $L_3 = \{x: |x| = 1\} = \{0, 1\}$  je **konečný jazyk**,  
protože  $\text{card}(L_3) = 2$
- $L_4 = \{x: 10 \text{ je podřetězec } x\} = \{10, 010, 100, \dots\}$   
je **nekonečný jazyk**

# Sjednocení jazyků

**Myšlenka: Sjednocení  $L_1$  a  $L_2$  je  $L_1 \cup L_2$**

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .  
*Sjednocení jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1 \cup L_2$ , je definováno:*

$$L_1 \cup L_2 = \{x: x \in L_1 \text{ nebo } x \in L_2\}$$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1, 00, 01\}$ ,  
 $L_2 = \{00, 01, 10, 11\}$

**Určeme:**  $L_1 \cup L_2$

# Sjednocení jazyků

**Myšlenka: Sjednocení  $L_1$  a  $L_2$  je  $L_1 \cup L_2$**

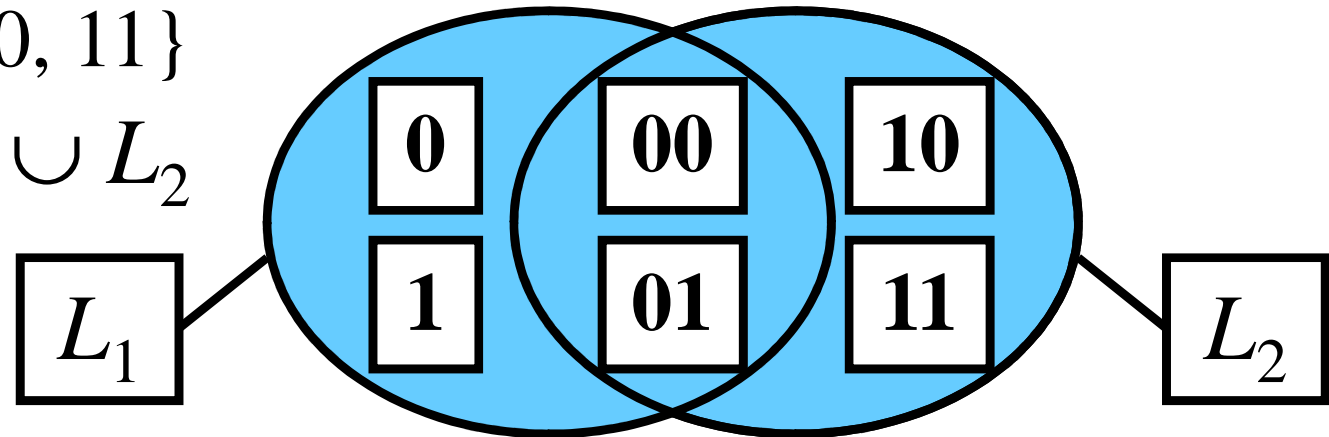
**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .  
*Sjednocení jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1 \cup L_2$ , je definováno:*

$$L_1 \cup L_2 = \{x: x \in L_1 \text{ nebo } x \in L_2\}$$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1, 00, 01\}$ ,

$L_2 = \{00, 01, 10, 11\}$

**Určeme:**  $L_1 \cup L_2$



# Sjednocení jazyků

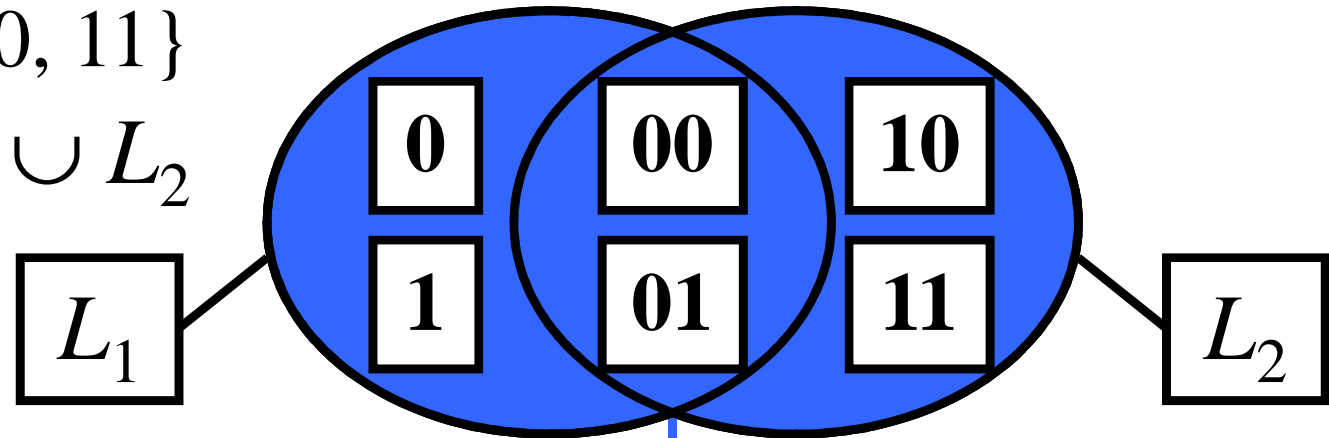
**Myšlenka: Sjednocení  $L_1$  a  $L_2$  je  $L_1 \cup L_2$**

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .  
Sjednocení jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1 \cup L_2$ , je definováno:

$$L_1 \cup L_2 = \{x: x \in L_1 \text{ nebo } x \in L_2\}$$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1, 00, 01\}$ ,  
 $L_2 = \{00, 01, 10, 11\}$

**Určeme:**  $L_1 \cup L_2$



$$L_1 \cup L_2 = \{0, 1, 00, 01, 10, 11\}$$

# Průnik jazyků

**Myšlenka: Průnik  $L_1$  a  $L_2$  je  $L_1 \cap L_2$**

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .

*Průnik jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1 \cap L_2$ , je definován:*

$$L_1 \cap L_2 = \{x: x \in L_1 \text{ a } x \in L_2\}$$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1, 00, 01\}$ ,

$L_2 = \{00, 01, 10, 11\}$ .

**Určeme:**  $L_1 \cap L_2$

# Průnik jazyků

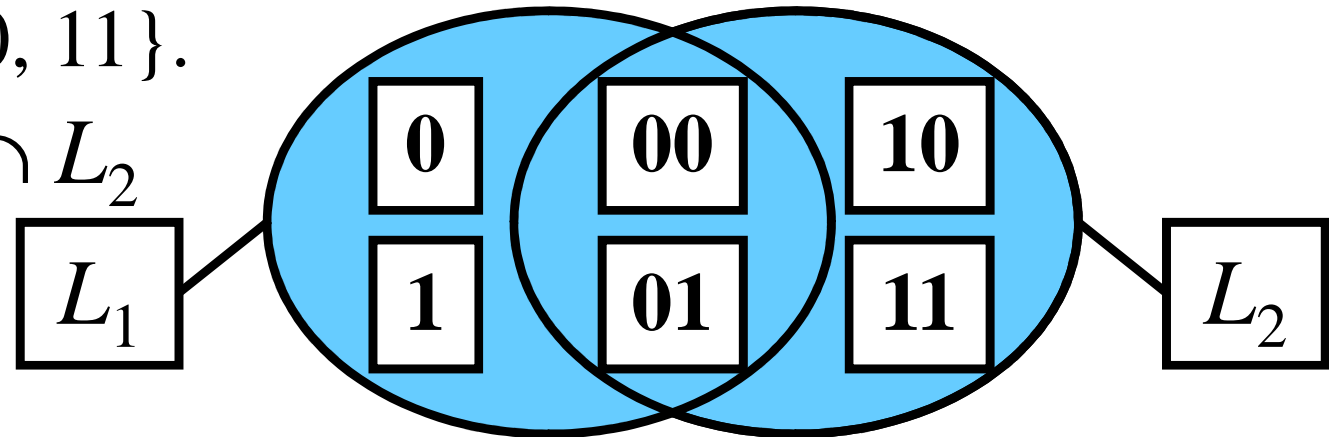
**Myšlenka: Průnik  $L_1$  a  $L_2$  je  $L_1 \cap L_2$**

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .  
*Průnik jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1 \cap L_2$ , je definován:*

$$L_1 \cap L_2 = \{x: x \in L_1 \text{ a } x \in L_2\}$$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1, 00, 01\}$ ,  
 $L_2 = \{00, 01, 10, 11\}$ .

**Určeme:**  $L_1 \cap L_2$





# Průnik jazyků

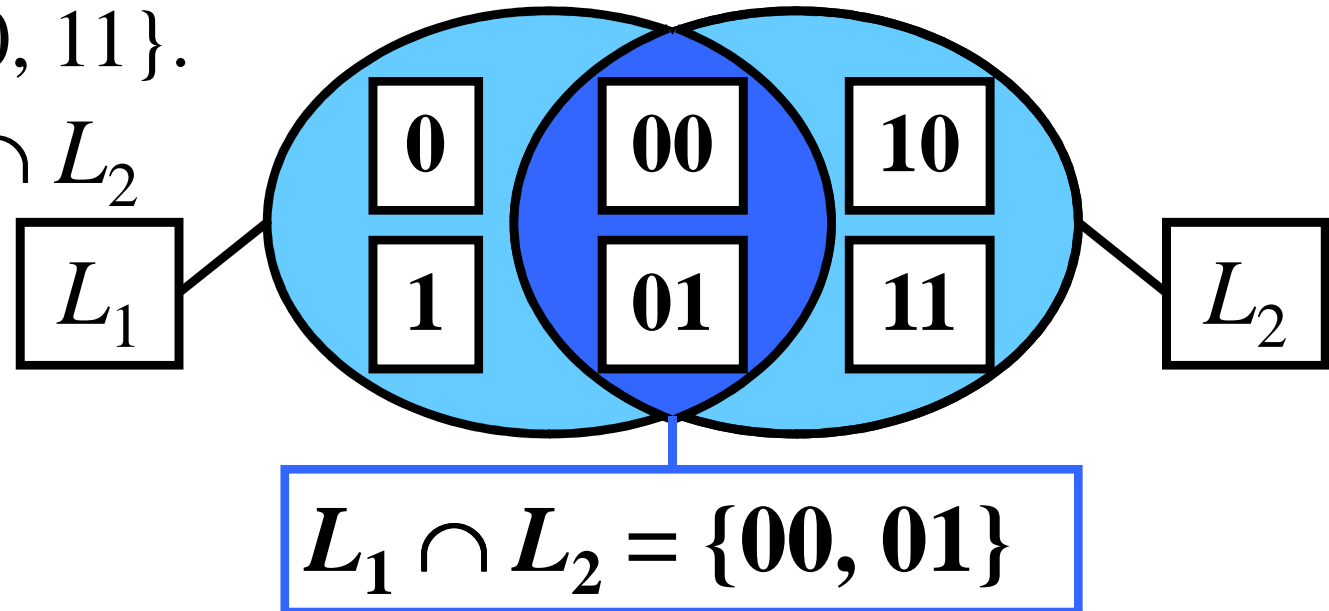
**Myšlenka: Průnik  $L_1$  a  $L_2$  je  $L_1 \cap L_2$**

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .  
*Průnik jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1 \cap L_2$ , je definován:*

$$L_1 \cap L_2 = \{x: x \in L_1 \text{ a } x \in L_2\}$$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1, 00, 01\}$ ,  
 $L_2 = \{00, 01, 10, 11\}$ .

**Určeme:**  $L_1 \cap L_2$



## Rozdíl jazyků

**Myšlenka: Rozdíl jazyků  $L_1$  a  $L_2$  je  $L_1 - L_2$**

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .

*Rozdíl jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1 - L_2$ , je definován:*

$$L_1 - L_2 = \{x: x \in L_1 \text{ a } x \notin L_2\}$$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1, 00, 01\}$ ,

$L_2 = \{00, 01, 10, 11\}$

**Určeme:**  $L_1 - L_2$

# Rozdíl jazyků

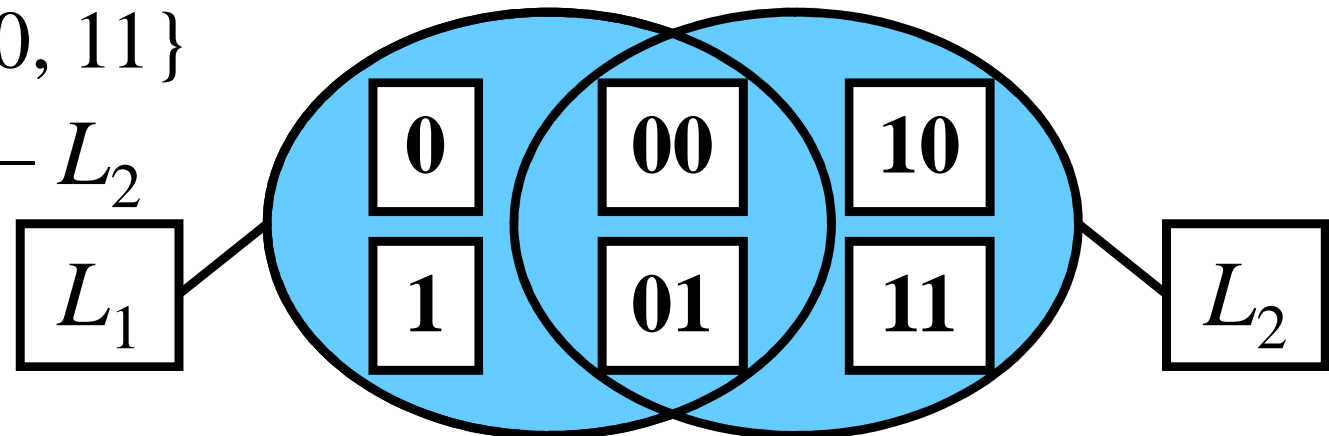
**Myšlenka: Rozdíl jazyků  $L_1$  a  $L_2$  je  $L_1 - L_2$**

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .  
*Rozdíl jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1 - L_2$ , je definován:*

$$L_1 - L_2 = \{x: x \in L_1 \text{ a } x \notin L_2\}$$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1, 00, 01\}$ ,  
 $L_2 = \{00, 01, 10, 11\}$

**Určeme:**  $L_1 - L_2$



# Rozdíl jazyků

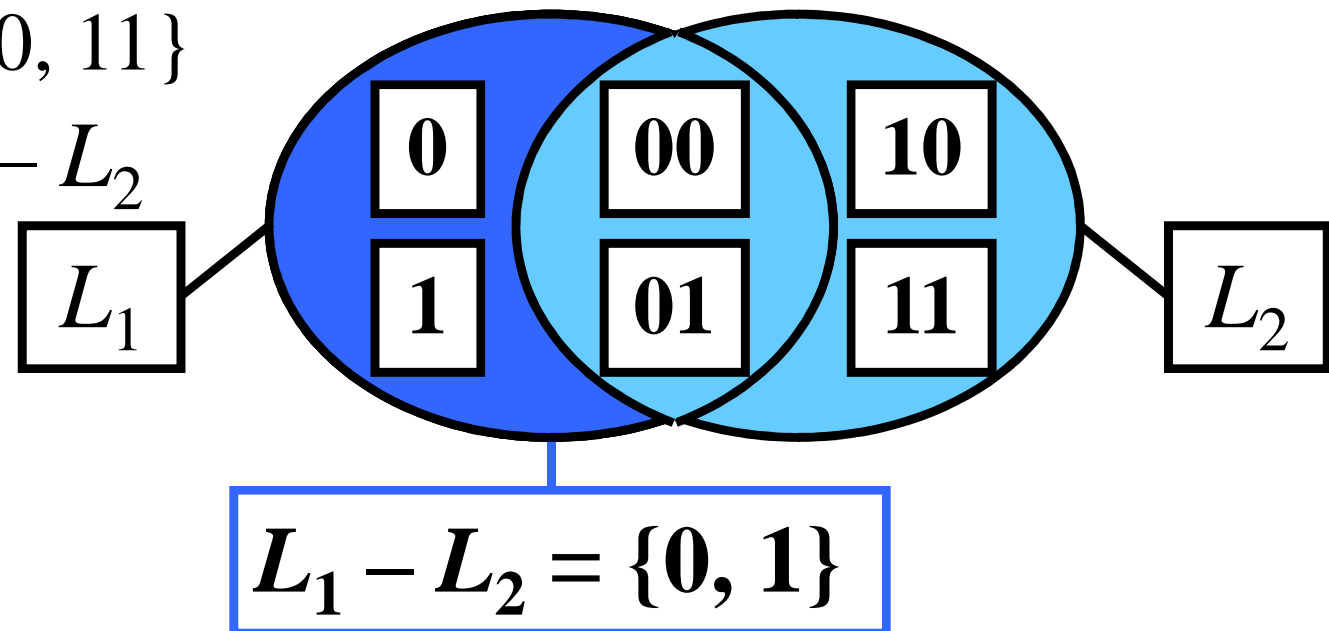
**Myšlenka: Rozdíl jazyků  $L_1$  a  $L_2$  je  $L_1 - L_2$**

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .  
*Rozdíl jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1 - L_2$ , je definován:*

$$L_1 - L_2 = \{x: x \in L_1 \text{ a } x \notin L_2\}$$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1, 00, 01\}$ ,  
 $L_2 = \{00, 01, 10, 11\}$

**Určeme:**  $L_1 - L_2$



# Doplňěk jazyka

**Myšlenka:**  $\overline{L} = \Sigma^* - L$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

*Doplňěk jazyka  $L$ ,  $\overline{L}$ , je definován:*

$$\overline{L} = \Sigma^* - L$$

**Určeme:**  $\overline{L}$

# Doplňěk jazyka

**Myšlenka:**  $\bar{L} = \Sigma^* - L$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .  
*Doplňěk jazyka  $L$ ,  $\bar{L}$ , je definován:*

$$\bar{L} = \Sigma^* - L$$

**Příklad:** Uvažujme jazyk  $L = \{0, 1, 01, 10\}$

**Určeme:**  $\bar{L}$

# Doplňěk jazyka

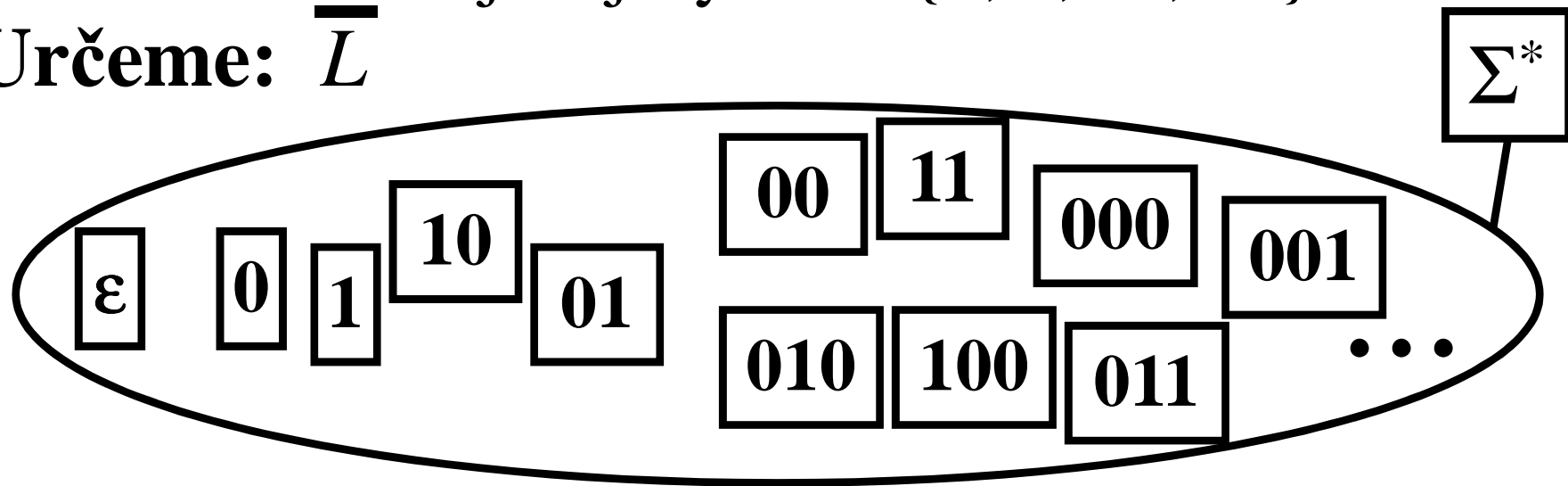
**Myšlenka:**  $\bar{L} = \Sigma^* - L$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .  
Doplňěk jazyka  $L$ ,  $\bar{L}$ , je definován:

$$\bar{L} = \Sigma^* - L$$

**Příklad:** Uvažujme jazyk  $L = \{0, 1, 01, 10\}$

**Určeme:**  $\bar{L}$



# Doplňěk jazyka

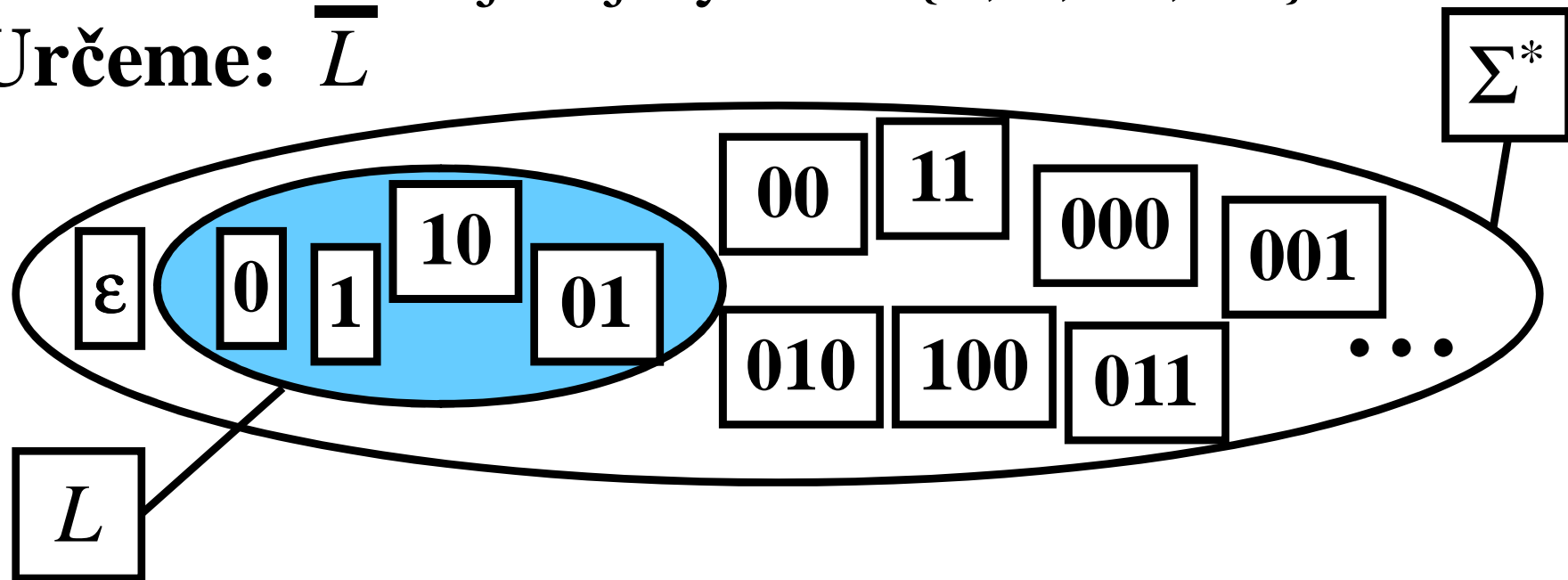
**Myšlenka:**  $\bar{L} = \Sigma^* - L$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .  
Doplňěk jazyka  $L$ ,  $\bar{L}$ , je definován:

$$\bar{L} = \Sigma^* - L$$

**Příklad:** Uvažujme jazyk  $L = \{0, 1, 01, 10\}$

Určeme:  $\bar{L}$





# Doplňěk jazyka

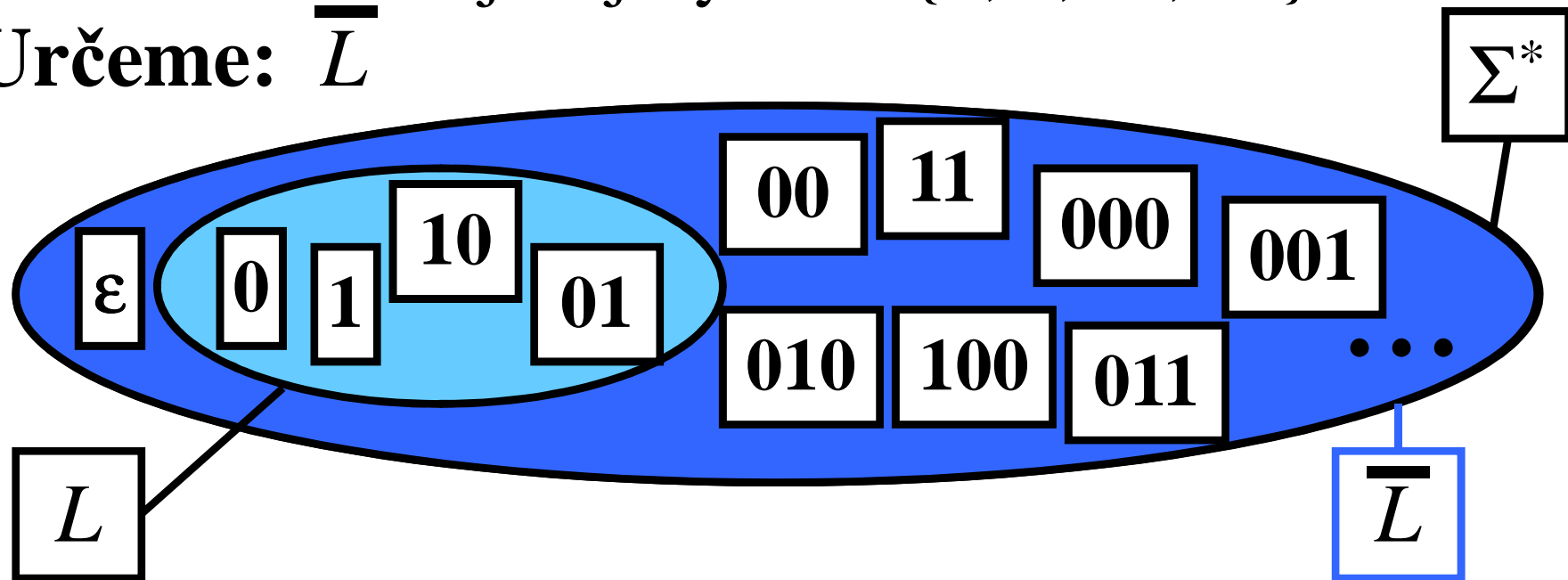
**Myšlenka:**  $\bar{L} = \Sigma^* - L$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .  
Doplňěk jazyka  $L$ ,  $\bar{L}$ , je definován:

$$\bar{L} = \Sigma^* - L$$

**Příklad:** Uvažujme jazyk  $L = \{0, 1, 01, 10\}$

**Určeme:**  $\bar{L}$



# Konkatenace jazyků

**Myšlenka:**  $L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .

*Konkatenace jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1L_2$ , je definována jako*

$$L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$$

**Pozn.:** 1)  $L\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}L = L$

2)  $L\emptyset = \emptyset L = \emptyset$

---

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1\}$ ,  $L_2 = \{00, 01\}$

**Určeme:**  $L_1L_2$

# Konkatenace jazyků

**Myšlenka:**  $L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .

*Konkatenace jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1L_2$ , je definována jako*

$$L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$$

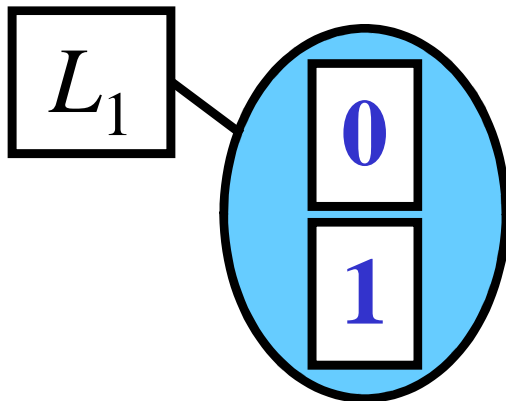
**Pozn.:** 1)  $L\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}L = L$

2)  $L\emptyset = \emptyset L = \emptyset$

---

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1\}$ ,  $L_2 = \{00, 01\}$

**Určeme:**  $L_1L_2$



# Konkatenace jazyků

**Myšlenka:**  $L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .

*Konkatenace jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1L_2$ , je definována jako*

$$L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$$

**Pozn.:** 1)  $L\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}L = L$

2)  $L\emptyset = \emptyset L = \emptyset$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1\}$ ,  $L_2 = \{00, 01\}$

**Určeme:**  $L_1L_2$



# Konkatenace jazyků

**Myšlenka:**  $L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .

*Konkatenace jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1L_2$ , je definována jako*

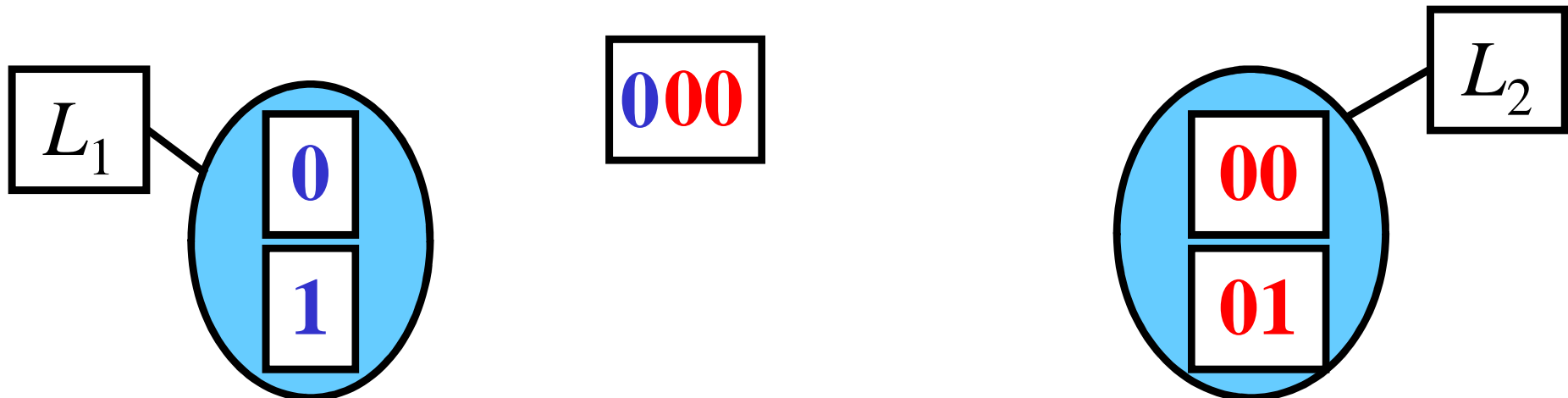
$$L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$$

**Pozn.:** 1)  $L\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}L = L$

2)  $L\emptyset = \emptyset L = \emptyset$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1\}$ ,  $L_2 = \{00, 01\}$

**Určeme:**  $L_1L_2$



# Konkatenace jazyků

**Myšlenka:**  $L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .

*Konkatenace jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1L_2$ , je definována jako*

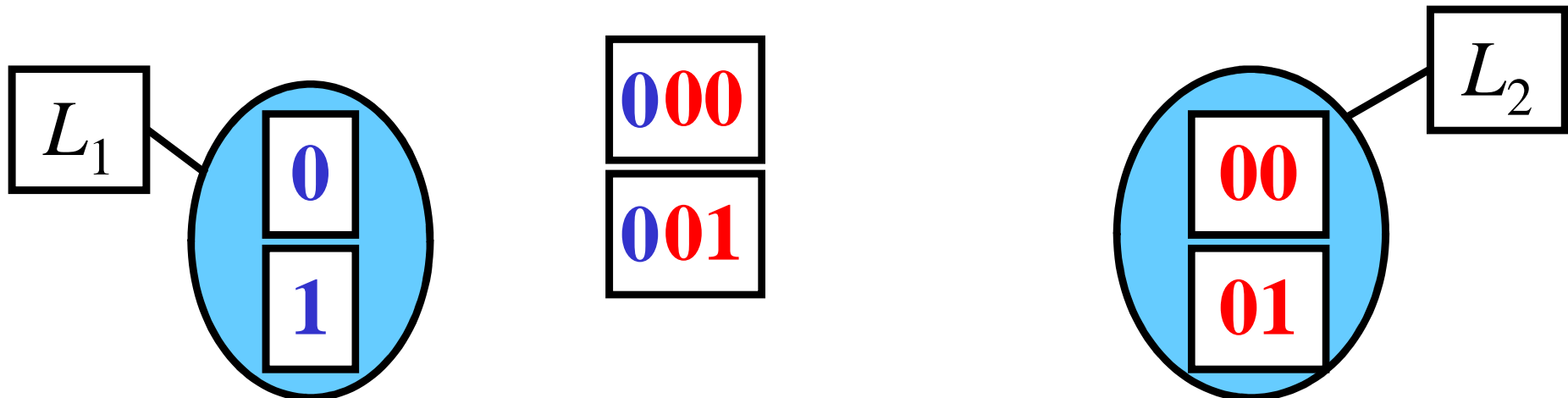
$$L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$$

**Pozn.:** 1)  $L\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}L = L$

2)  $L\emptyset = \emptyset L = \emptyset$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1\}$ ,  $L_2 = \{00, 01\}$

**Určeme:**  $L_1L_2$



# Konkatenace jazyků

**Myšlenka:**  $L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .

*Konkatenace jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1L_2$ , je definována jako*

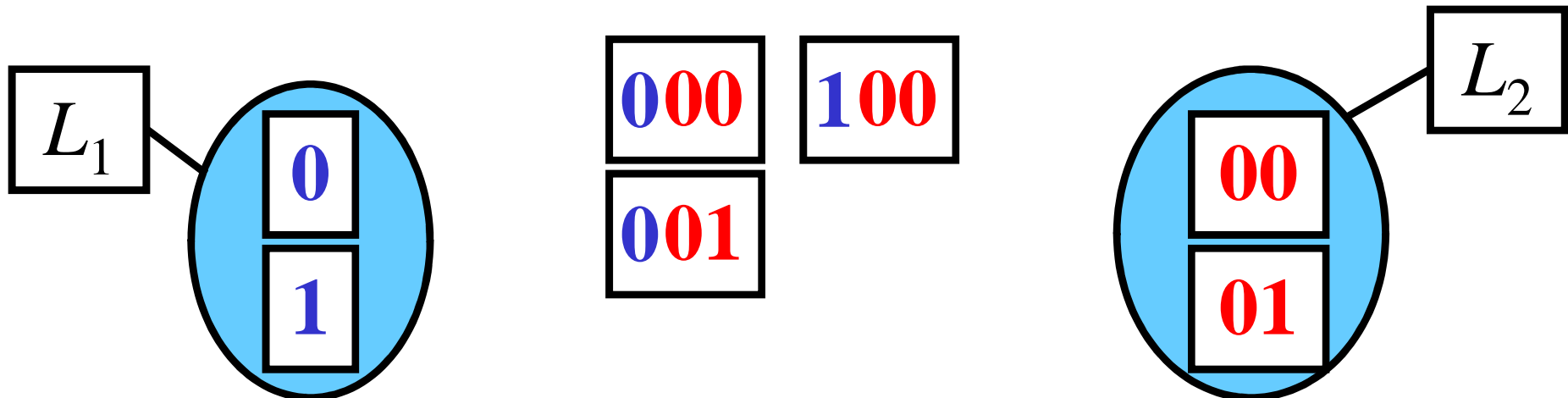
$$L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$$

**Pozn.:** 1)  $L\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}L = L$

2)  $L\emptyset = \emptyset L = \emptyset$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1\}$ ,  $L_2 = \{00, 01\}$

**Určeme:**  $L_1L_2$



# Konkatenace jazyků

**Myšlenka:**  $L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .

*Konkatenace jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1L_2$ , je definována jako*

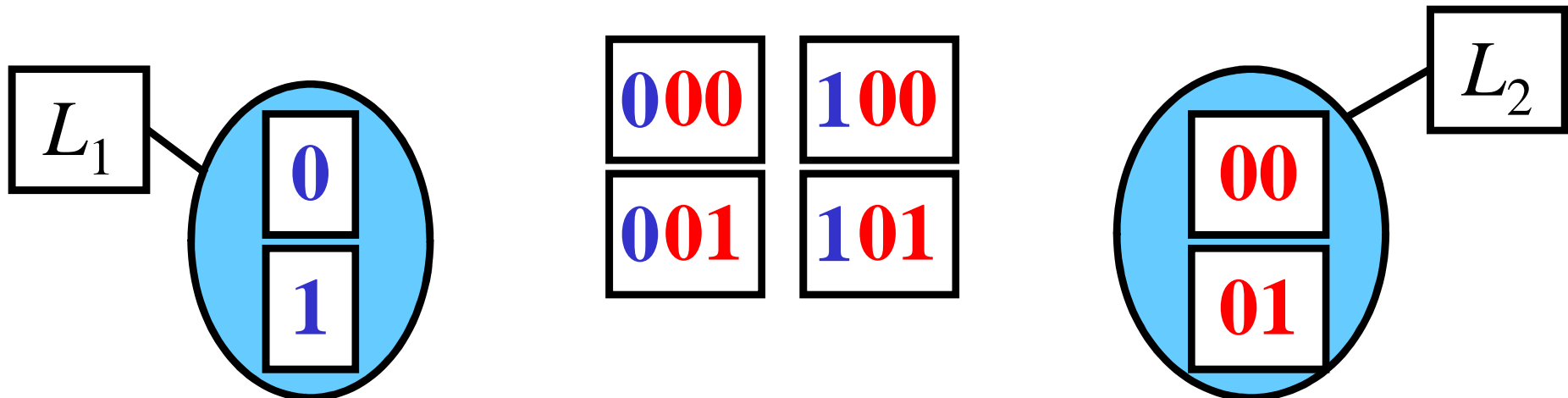
$$L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$$

**Pozn.:** 1)  $L\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}L = L$

2)  $L\emptyset = \emptyset L = \emptyset$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1\}$ ,  $L_2 = \{00, 01\}$

**Určeme:**  $L_1L_2$





# Konkatenace jazyků

**Myšlenka:**  $L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$

**Definice:** Necht'  $L_1$  a  $L_2$  jsou dva jazyky nad  $\Sigma$ .

*Konkatenace jazyků  $L_1$  a  $L_2$ ,  $L_1L_2$ , je definována jako*

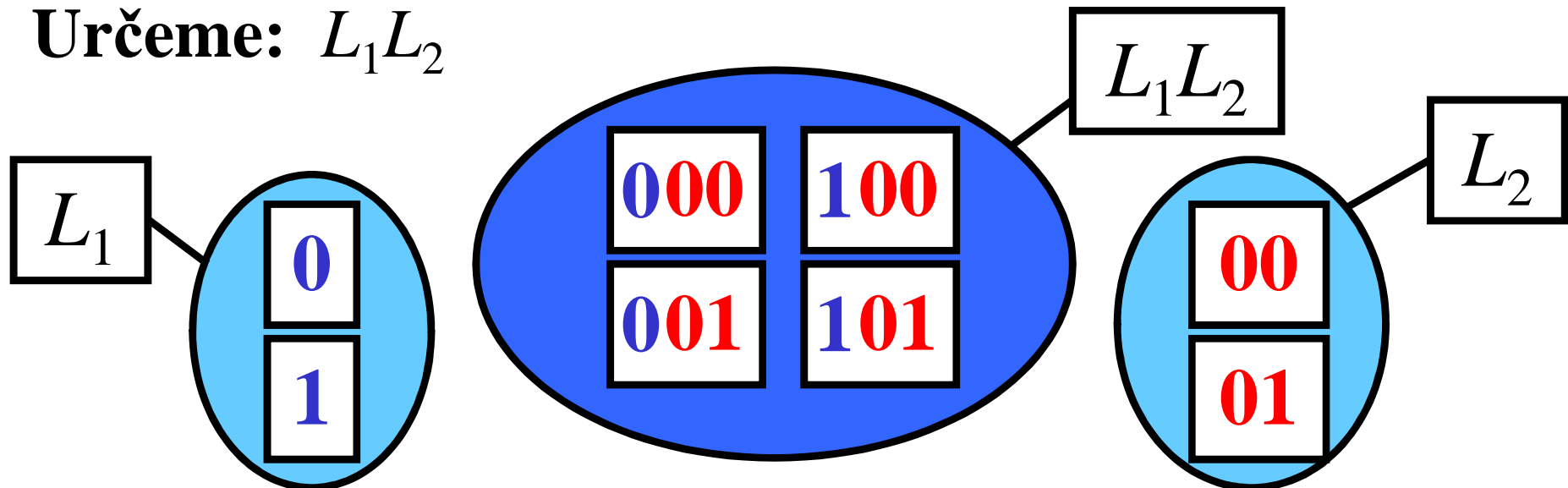
$$L_1L_2 = \{xy: x \in L_1 \text{ a } y \in L_2\}$$

**Pozn.:** 1)  $L\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}L = L$

2)  $L\emptyset = \emptyset L = \emptyset$

**Příklad:** Uvažujme jazyky  $L_1 = \{0, 1\}$ ,  $L_2 = \{00, 01\}$

**Určeme:**  $L_1L_2$



## Reverzace jazyka

**Myšlenka:**  $reverse(L) = \{reverse(x): x \in L\}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

Reverzace jazyka  $L$ ,  $reverse(L)$ , je definována:

$$reverse(L) = \{reverse(x): x \in L\}$$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{01, 011\}$

**Určeme:**  $reversal(L)$

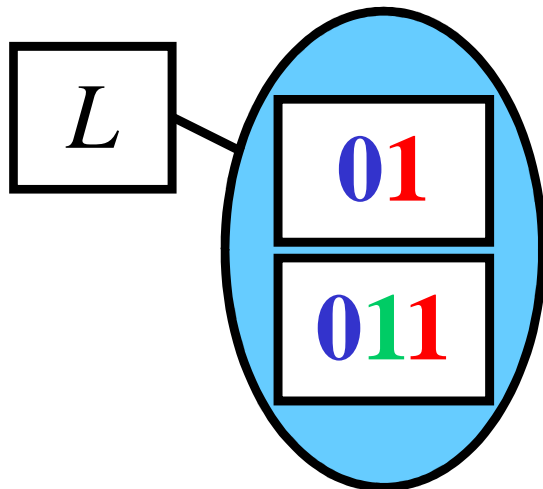
# Reverzace jazyka

**Myšlenka:**  $reverse(L) = \{reverse(x): x \in L\}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .  
Reverzace jazyka  $L$ ,  $reverse(L)$ , je definována:  
$$reverse(L) = \{reverse(x): x \in L\}$$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{01, 011\}$

**Určeme:**  $reverse(L)$



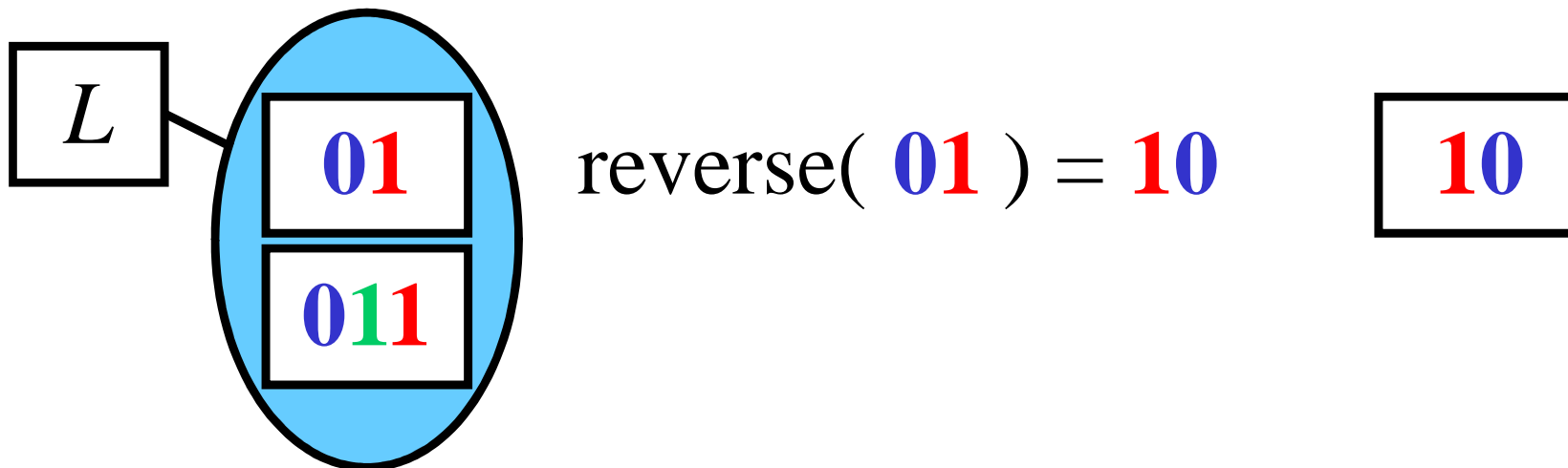
# Reverzace jazyka

**Myšlenka:**  $reverse(L) = \{reverse(x): x \in L\}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .  
 Reverzace jazyka  $L$ ,  $reverse(L)$ , je definována:  
 $reverse(L) = \{reverse(x): x \in L\}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{01, 011\}$

**Určeme:**  $reverse(L)$



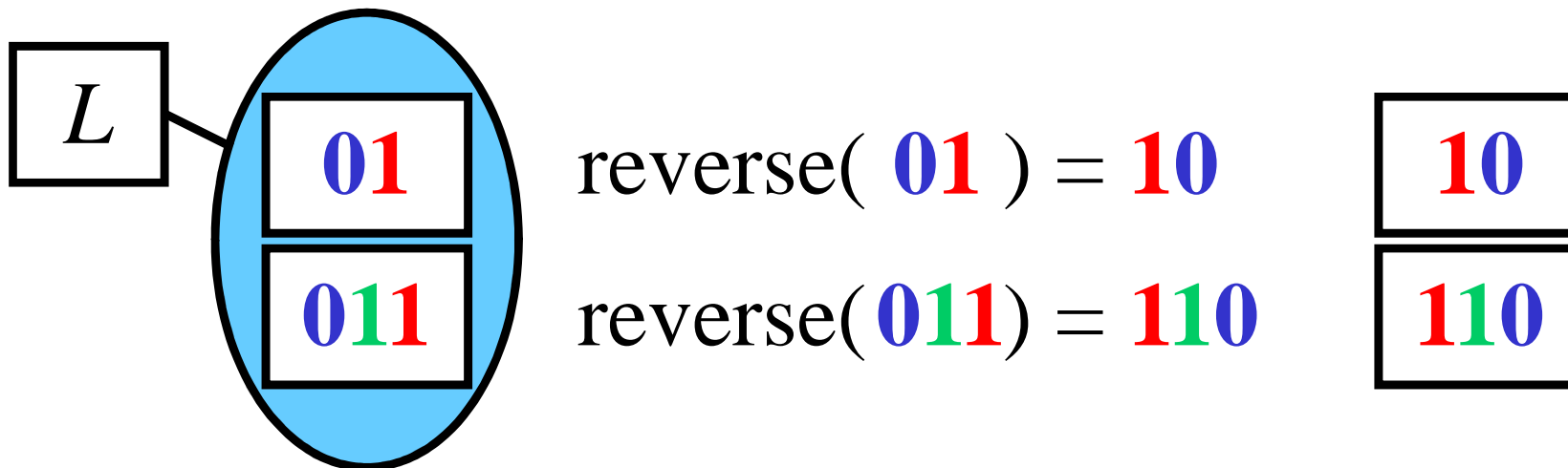
# Reverzace jazyka

**Myšlenka:**  $reverse(L) = \{reverse(x): x \in L\}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .  
 Reverzace jazyka  $L$ ,  $reverse(L)$ , je definována:  
 $reverse(L) = \{reverse(x): x \in L\}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{01, 011\}$

**Určeme:**  $reverse(L)$



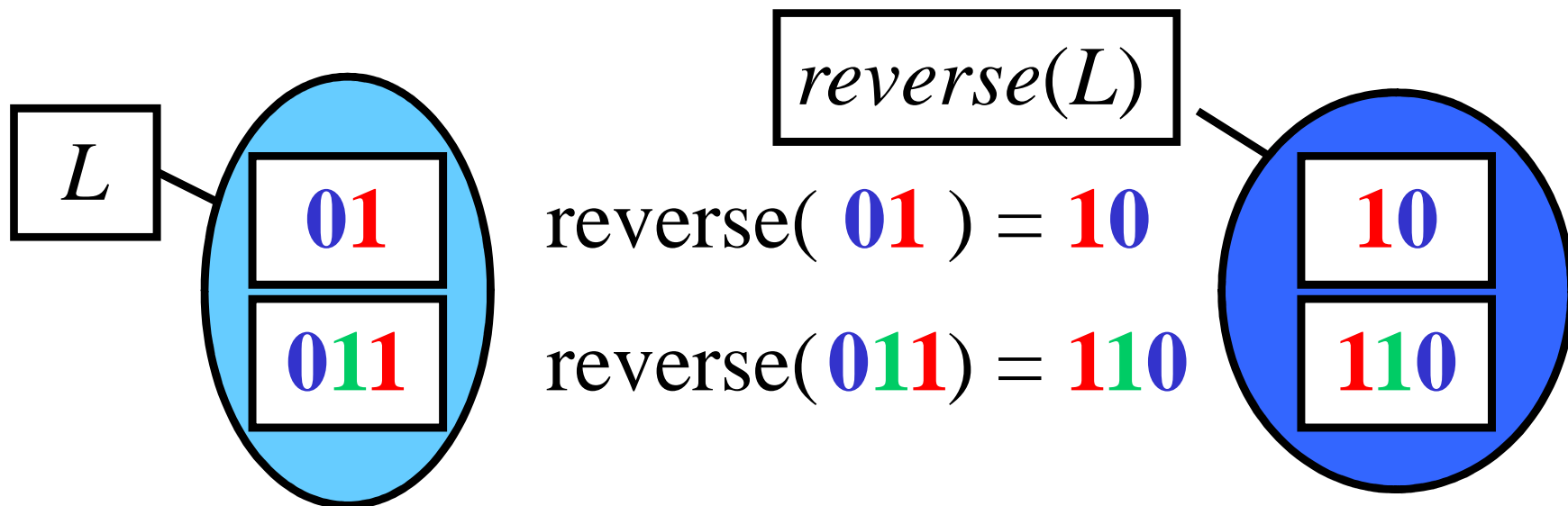
# Reverzace jazyka

**Myšlenka:**  $reverse(L) = \{reverse(x): x \in L\}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .  
 Reverzace jazyka  $L$ ,  $reverse(L)$ , je definována:  
 $reverse(L) = \{reverse(x): x \in L\}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{01, 011\}$

**Určeme:**  $reverse(L)$



# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina jazyka*  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{0, 01\}$

**Určeme:**  $L^2$

# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

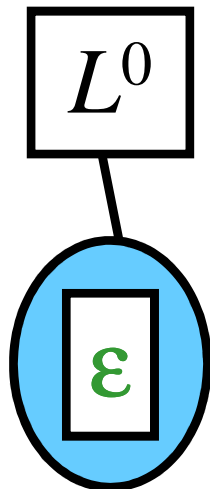
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina jazyka*  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{\mathbf{0}, \mathbf{01}\}$

**Určeme:**  $L^2$





# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

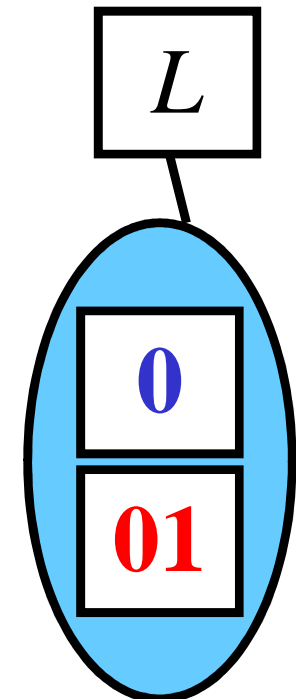
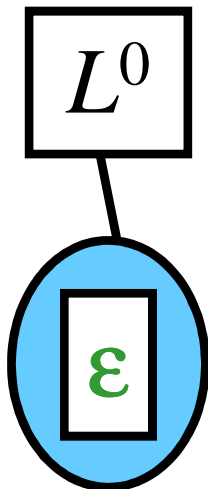
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina jazyka*  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{\mathbf{0}, \mathbf{01}\}$

**Určeme:**  $L^2$



# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

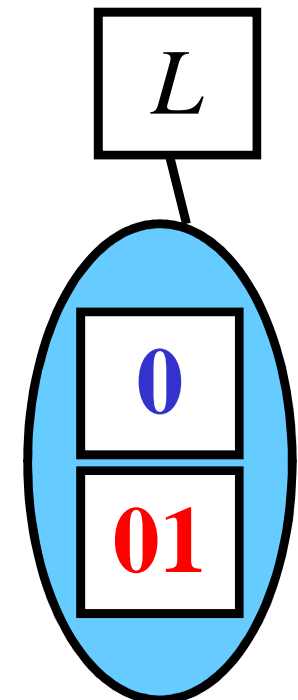
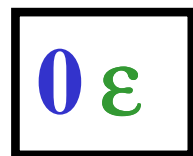
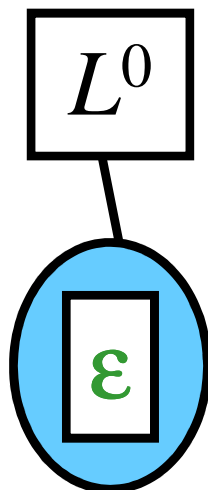
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina jazyka*  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{0, 01\}$

**Určeme:**  $L^2$



# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

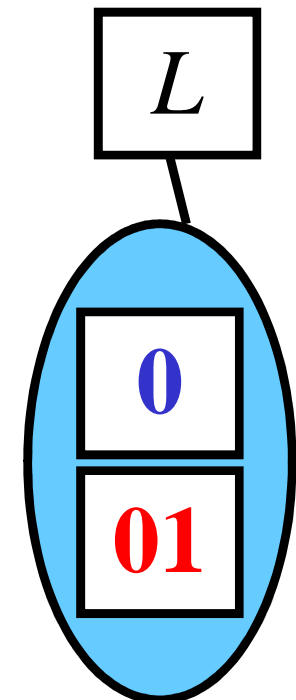
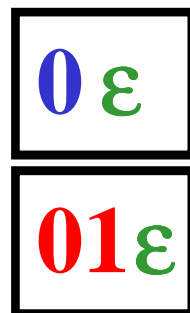
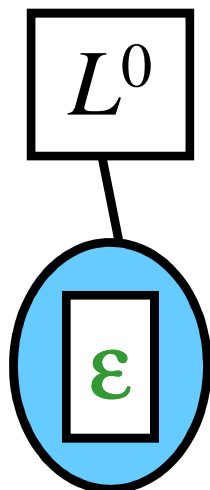
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina jazyka*  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{0, 01\}$

**Určeme:**  $L^2$



# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

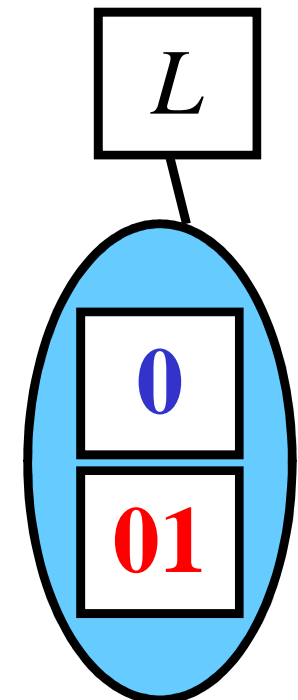
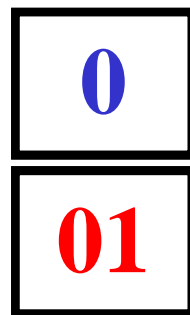
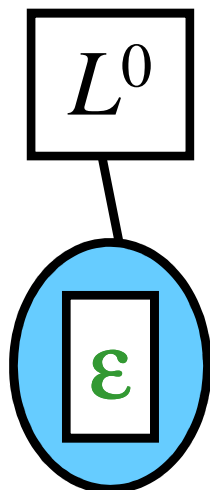
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina jazyka*  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{\mathbf{0}, \mathbf{01}\}$

**Určeme:**  $L^2$



# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

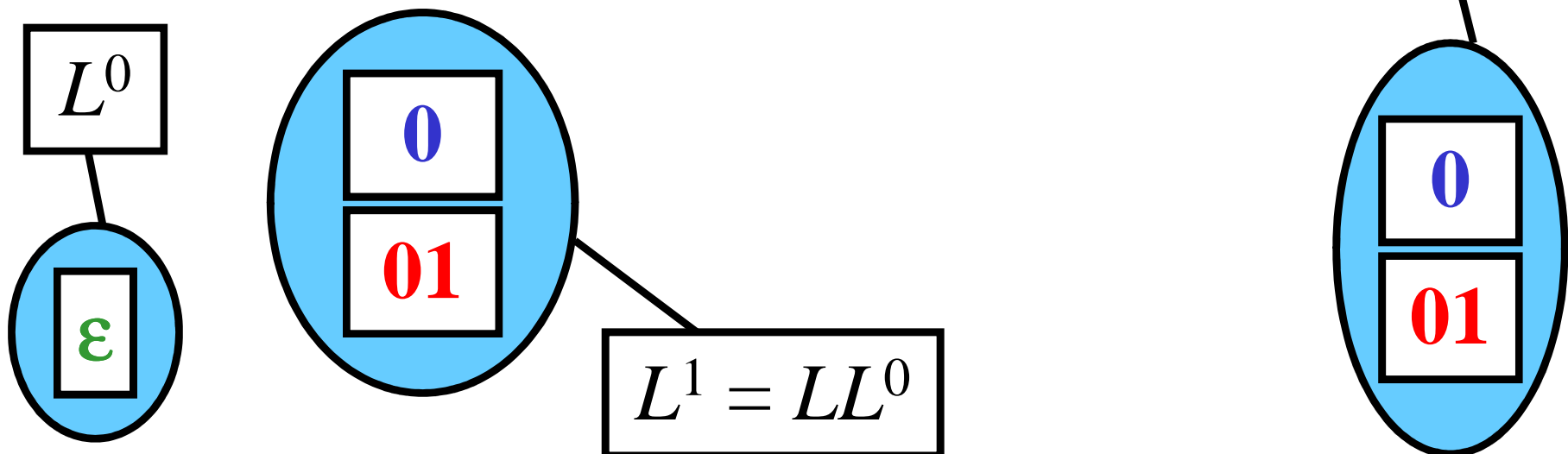
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina jazyka*  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{0, 01\}$

**Určeme:**  $L^2$



# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

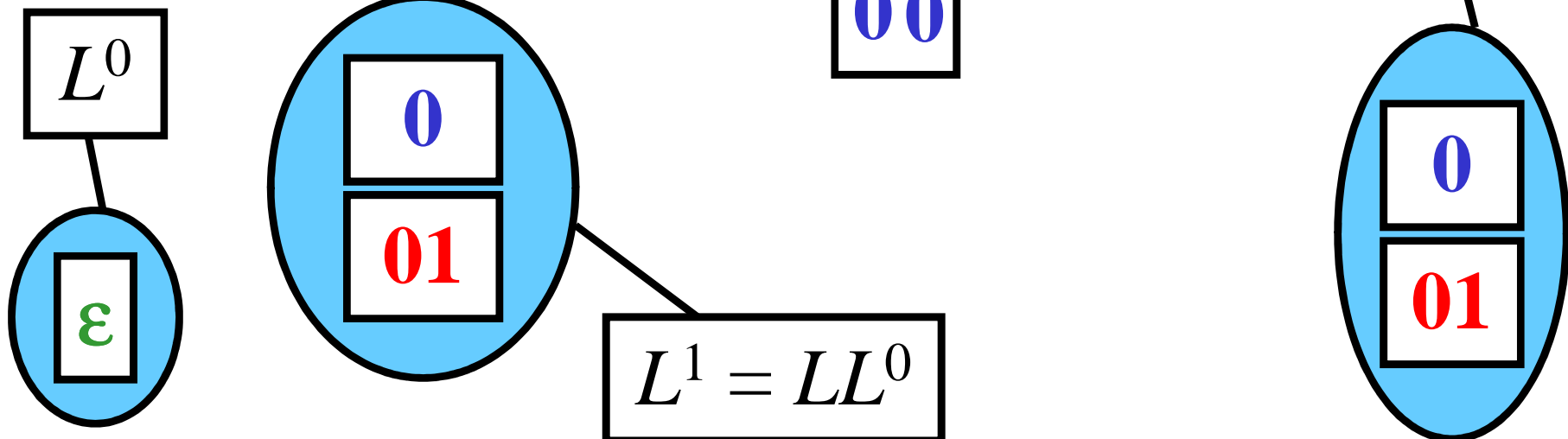
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina jazyka*  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{0, 01\}$

**Určeme:**  $L^2$



# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

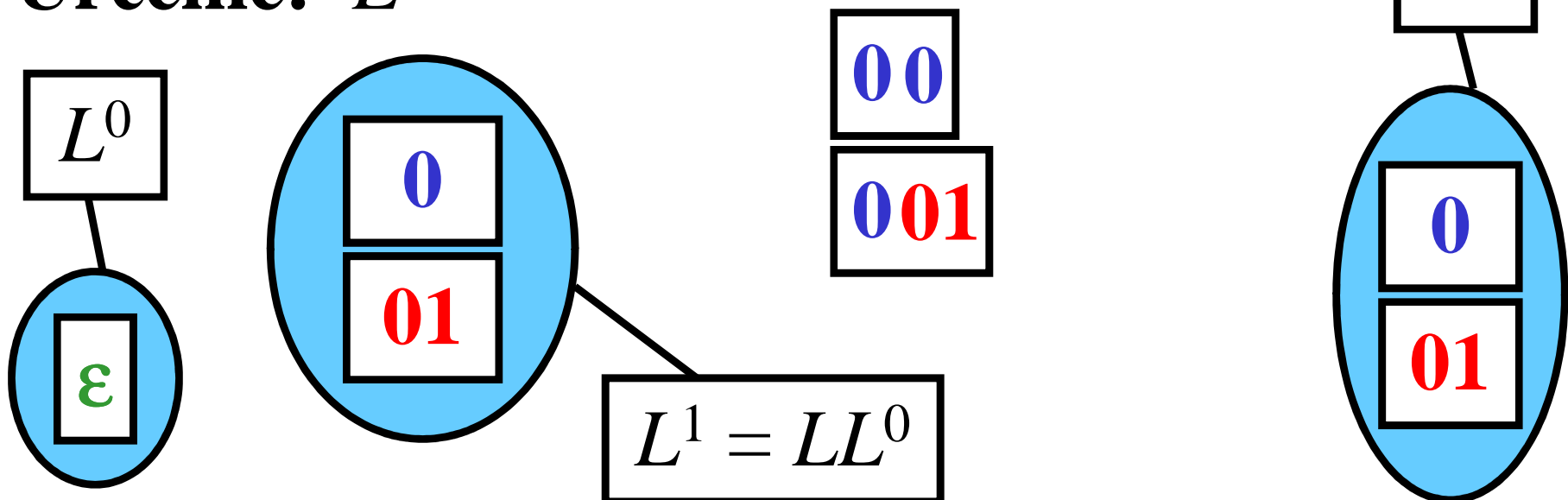
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina jazyka*  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{0, 01\}$

**Určeme:**  $L^2$



# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

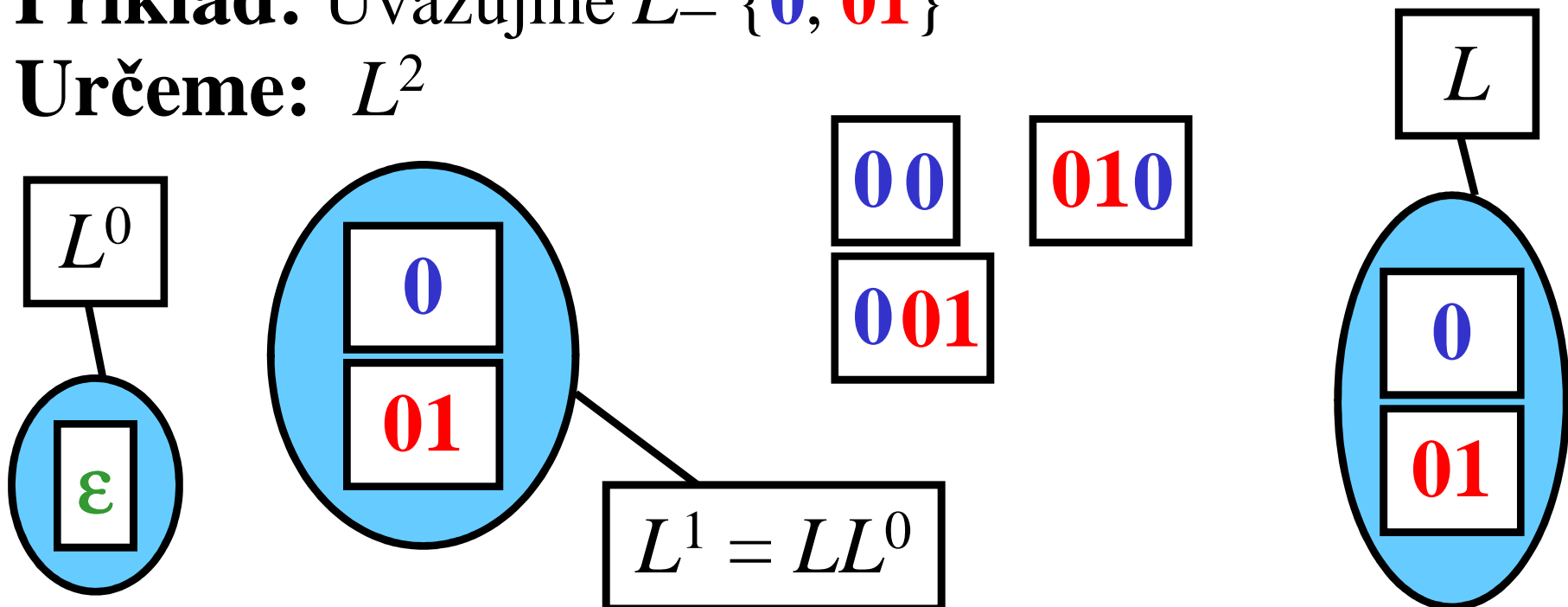
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá mocnina jazyka  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{0, 01\}$

**Určeme:**  $L^2$





# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

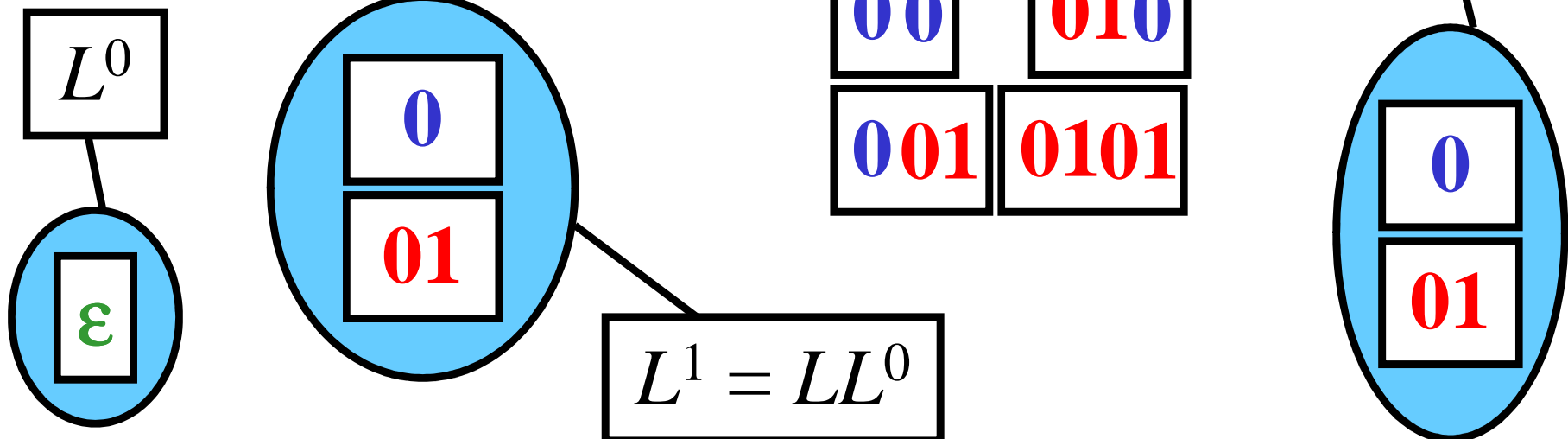
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá *mocnina jazyka*  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{0, 01\}$

**Určeme:**  $L^2$



# Mocnina jazyka

**Myšlenka:**  $L^i = \underbrace{LL\dots L}_{i\text{-krát}}$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

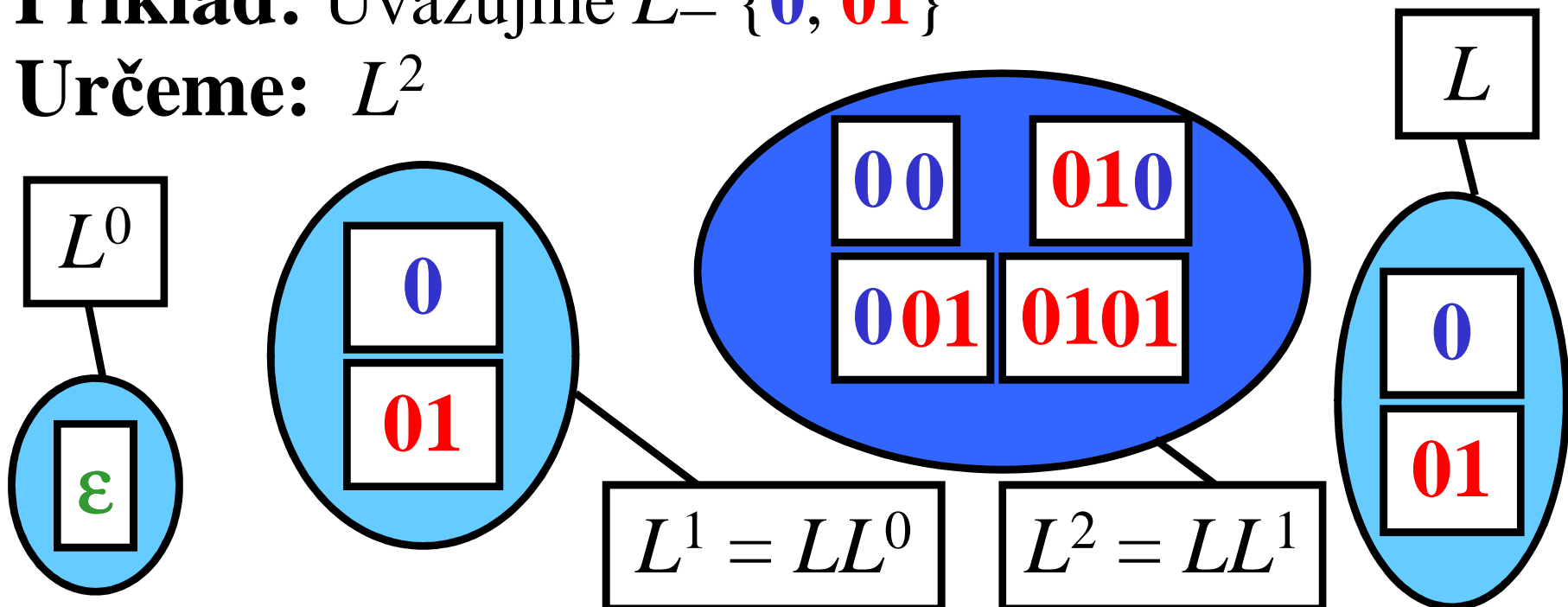
Pro  $i \geq 0$ ,  $i$ -tá mocnina jazyka  $L$ ,  $L^i$ , je definována:

1)  $L^0 = \{\varepsilon\}$

2) pro  $i \geq 1$ :  $L^i = LL^{i-1}$

**Příklad:** Uvažujme  $L = \{0, 01\}$

**Určeme:**  $L^2$



# Iterace jazyka

**Myšlenka:**  $L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \dots \cup L^i \cup \dots$

$L^+ = L^1 \cup L^2 \cup \dots \cup L^i \cup \dots$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

*Iterace jazyka  $L$ ,  $L^*$ , a pozitivní iterace jazyka  $L$ ,  $L^+$ , jsou definovány  $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$ ,  $L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$*

**Pozn.:** 1)  $L^+ = LL^* = L^*L$

2)  $L^* = L^+ \cup \{\varepsilon\}$

## Příklad:

Uvažujme jazyk  $L = \{\mathbf{0}, \mathbf{01}\}$  nad  $\Sigma = \{0, 1\}$ .

**Určeme:**  $L^*$  a  $L^+$

# Iterace jazyka

**Myšlenka:**  $L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \dots \cup L^i \cup \dots$   
 $L^+ = L^1 \cup L^2 \cup \dots \cup L^i \cup \dots$

**Definice:** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma$ .

*Iterace jazyka  $L$ ,  $L^*$ , a pozitivní iterace jazyka  $L$ ,  $L^+$ , jsou definovány*  $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$ ,  $L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$

**Pozn.:** 1)  $L^+ = LL^* = L^*L$       2)  $L^* = L^+ \cup \{\varepsilon\}$

## Příklad:

Uvažujme jazyk  $L = \{\mathbf{0}, \mathbf{01}\}$  nad  $\Sigma = \{0, 1\}$ .

**Určeme:**  $L^*$  a  $L^+$

$L^0 = \{\varepsilon\}$ ,  $L^1 = \{\mathbf{0}, \mathbf{01}\}$ ,  $L^2 = \{\mathbf{00}, \mathbf{001}, \mathbf{010}, \mathbf{0101}\}, \dots$

$L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \dots = \{\varepsilon, \mathbf{0}, \mathbf{01}, \mathbf{00}, \mathbf{001}, \mathbf{010}, \mathbf{0101}, \dots\}$

$L^+ = L^1 \cup L^2 \cup \dots = \{\mathbf{0}, \mathbf{01}, \mathbf{00}, \mathbf{001}, \mathbf{010}, \mathbf{0101}, \dots\}$