МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
"ЛЭТИ"ИМ, В,И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра робототехники и автоматизации
производственных систем (РАПС)

Пояснительная записка к Курсовой работе
по дисциплине "Информатика"

Санкт-Петербург 2018

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

					Вариант 15
Изм.	*Лист*	*№ докум.*	*Подп.*	*Дата*	
Разраб.		*Луценко С. В.*			
Пров.		*Прокшин А. Н.*			
Н. контр.					
Утв.					

Лит.			*Лист*	*Листов*
			1	*19*

Копировал

Содержание

Цель курсовой работы: уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности.

Тема курсовой работы: решение математических задач с использованием математического пакета "Scilab"или "Reduce-algebra".

2. Задание на курсовую работу

1. Даны функции $f(x) = \sqrt{3}sin(x) + cos(x), g(x) = cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$
а)Решить уравнение f(x)=g(x).
б)Исследовать функцию h(x)=f(x)-g(x) на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$
2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:
$V_x = [0, 1, 1.8, 2.5, 4]$ $V_y = [6, 5.9, 6.875, 6.667, 5.833]$

Построить на графике функции f(x), полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.
Представить графическое изображение результатов интерполяции.
3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i .Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма c_ij требления отдельного i-ого вида. Известна прибыль π_j получаема от выпусска единицы продукции j-ого вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимального прибыль.

Используемые ресурсы, **a_i**	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, **a_i**
	$И_1$	**$И_2$**	**$И_3$**	**$И_4$**	
Песок	1	3	1	5	13
Щебень	2	3	1	7	7
Цемент	5	6	4	8	28
Прибыль, **$П_j$**	38	45	28	22	

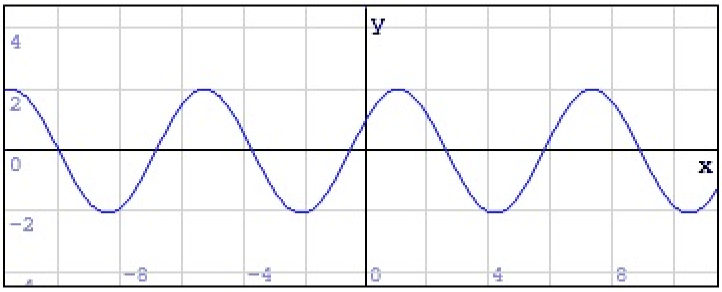
3. Введение

1.В современном мире технологие неудержимо летят вперед, с каждым годом электонно вычеслительная техника становиться мощнее, компактнее и сложнее, а людям приходиться решать все более сложные задачи. С этим людям стали помогать математические пакеты и системы компьютерной алгебры, которые во много раз сокращают время на решение сложнейших задач, с бесчисленным количеством чисел, сейчас такие программы доступны каждому, хоть и не все они бесплатные.

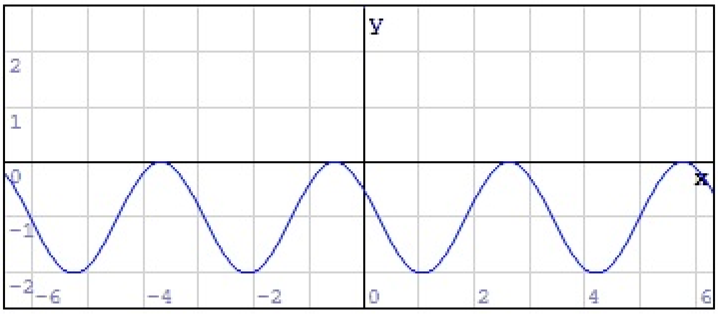
4.Исследование функции

1. Даны функции:

$f(x) = \sqrt{3}sin(x) + cos(x)$



$g(x) = cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$



а)Решить уравнение f(x)=g(x).

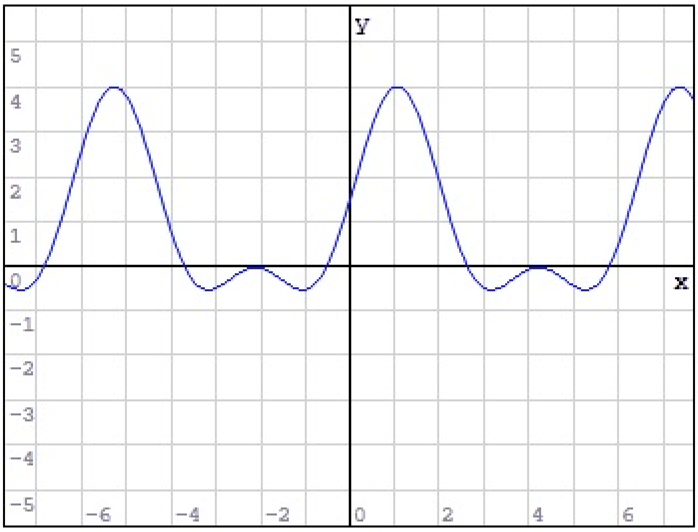
б)Исследовать функцию h(x)=f(x)-g(x) на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$

Решение уравнения.

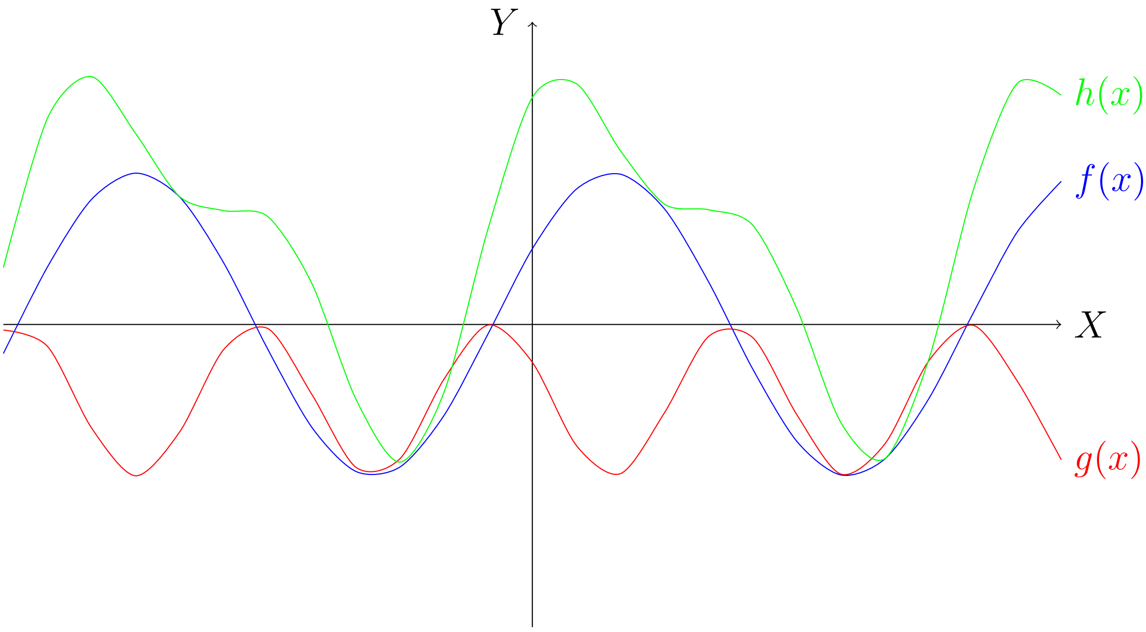
h(x)=f(x)-g(x)

$$\mathrm{solve}(f(x)-g(x), x) = \begin{bmatrix} -19.3732 \\ -16.2316 \\ -13.09 \\ -9.9484 \\ -6.8068 \\ -3.6652 \\ -0.5236 \\ 2.618 \\ 5.7596 \\ 8.9012 \\ 12.0428 \\ 15.1844 \\ 18.326 \end{bmatrix}$$

Корни функции f(x)=g(x) совпадают с корнями исследуемой функции h(x)=f(x)-g(x) и представлены выше.



h(x)=f(x)-g(x)



Подп. и дата

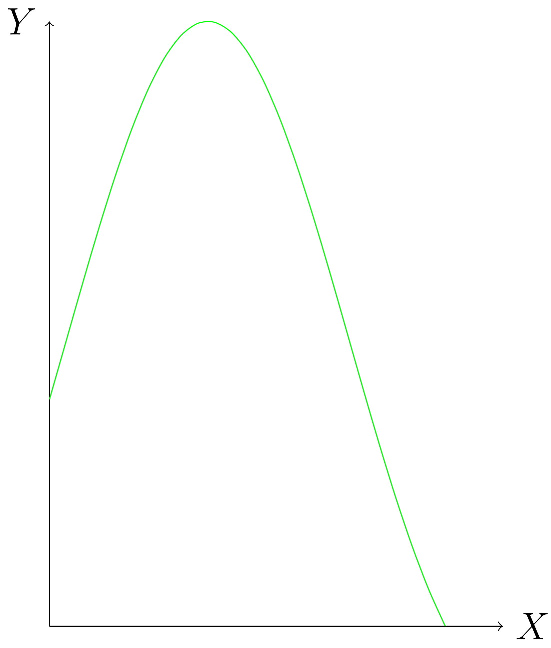
Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант 15	Лист 7



Найдем корни и пересечения с осями.

Область определения функции задана и равна от $x = 0$ до $x = \frac{5\pi}{6}$

Так как функция h(x)является функцией общего вида то и на области определения она также обладает общим видом если брать функцию h(x)полностью то она переодична так как повторяется при каждом изменении x на $6 * \frac{5\pi}{6}$ но так как область определения составляет $1/6$ от периода повтора функция не повторяется в области определения что означает у нее отсутствует периодичность

$$x := \frac{5\pi}{6}$$

1.Найдем пересечение с осью X $\sqrt{3}\cdot\sin(x) + \cos(x) - \left(\cos\left(2\cdot x + \frac{\pi}{3}\right) - 1\right) = 0$

$$x := 0$$

2.Найдем пересечение с осью Y $\sqrt{3}\cdot\sin(x) + \cos(x) - \left(\cos\left(2\cdot x + \frac{\pi}{3}\right) - 1\right) = 1.5$

3.Найдем экстремум в пределах области определения

$$h(x) := \left(\sqrt{3}\cdot\sin(x) + \cos(x)\right) - \cos\left(2\cdot x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$$

$$\frac{d^1}{dx^1}h(x) \rightarrow 2\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3} + 2\cdot x\right) - \sin(x) + \sqrt{3}\cdot\cos(x)$$

$$extr := root\left(\frac{d^1}{dx^1}h(x), x, 0, 5\cdot\frac{\pi}{6}\right)$$

$$extr = 1.047$$

$$h(extr) = 4$$

4.Функция не имеет разрывов

5.Так как функция являеться изначально синусоидальной асимптот не имеет

6.Имеет выпуклость (0;2618)

7.Точек перегибов не имеет

Подп. и дата | Инв. № дубл. | Взам. инв. № | Подп. и дата | Инв. № подл.

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант 15	Лист 9

5. Исследование кубического сплайна.

Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$V_x = [0, 1, 1.8, 2.5, 4]$ $V_y = [4, 3.9, 4.575, 4.667, 5.833]$

Построить на графике функции f(x), полученные после нахождения коэффицентов кубического сплайна.

Оценить погрешность интерполяции в точке x=2.8 Вычислить значение функции в точке x=1.8

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных.

Нахождение коэффициентов кубического сплайна.

Найдем уравнение сплайна проходящего через пять точек (x_1, y_1), (x_2, y_2), $(x_3, y_3)(x_4, y_4)$. Для того чтобы потенциальная энергия изогнутой металлической линейки(сплайна) принимала минимальное значение, производная четвертого порядка должна быть равна нулю, значит мы можем представить сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$

$$F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, x \in [x_i, x_{i+1}]$$

По такому же принципу составляем 8 уравнений, по два на каждый участок кривой.

$$y1 := A_{10} + A_{11} \cdot X1 + A_{12} \cdot X1^2 + A_{13} \cdot X1^3$$
$$y2 := A_{10} + A_{11} \cdot X2 + A_{12} \cdot X2^2 + A_{13} \cdot X2^3$$
$$y2 := A_{20} + A_{21} \cdot X2 + A_{22} \cdot X2^2 + A_{23} \cdot X2^3$$
$$y3 := A_{20} + A_{21} \cdot X3 + A_{22} \cdot X3^2 + A_{23} \cdot X3^3$$
$$y3 := A_{30} + A_{31} \cdot X3 + A_{32} \cdot X3^2 + A_{33} \cdot X3^3$$
$$y4 := A_{30} + A_{31} \cdot X4 + A_{32} \cdot X4^2 + A_{33} \cdot X4^3$$
$$y4 := A_{40} + A_{41} \cdot X4 + A_{42} \cdot X4^2 + A_{43} \cdot X4^3$$
$$y5 := A_{40} + A_{41} \cdot X5 + A_{42} \cdot X5^2 + A_{43} \cdot X5^3$$

Для того, чтобы не было излома сплайна добавляем три уравнения с производными первого порядка, по одному на каждое соединение.

$$A_{11}+2\cdot A_{12}\cdot X_2+3\cdot A_{13}\cdot X_2^{2}:=A_{21}+2\cdot A_{22}\cdot X_2+3\cdot A_{23}\cdot X_2^{2}$$
$$A_{21}+2\cdot A_{22}\cdot X_3+3\cdot A_{23}\cdot X_3^{2}:=A_{31}+2\cdot A_{32}\cdot X_3+3\cdot A_{33}\cdot X_3^{2}$$
$$A_{31}+2\cdot A_{32}\cdot X_4+3\cdot A_{33}\cdot X_3^{2}:=A_{41}+2\cdot A_{42}\cdot X_4+3\cdot A_{43}\cdot X_4^{2}$$

Для получения одинакового изгиба с каждой стороны стыков добавляем три уравнения с производными второго порядка.

$$2\cdot A_{12}+6\cdot A_{13}\cdot X_2:=2\cdot A_{22}+6\cdot A_{23}\cdot X_2$$
$$2\cdot A_{22}+6\cdot A_{23}\cdot X_3:=2\cdot A_{32}+6\cdot A_{33}\cdot X_3$$
$$2\cdot A_{32}+6\cdot A_{33}\cdot X_4:=2\cdot A_{42}+6\cdot A_{43}\cdot X_4$$

Добавим уровнения отвечающие за положение концов сплайна, в нашем случае они оставлены свободно.

$$2\cdot A_{12}+6\cdot A_{13}\cdot X_1:=0$$
$$2\cdot A_{42}+6\cdot A_{43}\cdot X_5:=-0$$

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

					Вариант 15
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	

Копировал

Таким образом были найдены 16 уровнений из которых можно составить матрицу размерностью 16x16. С ее помощью, решая матричное уровнение, находим коофиценты кубического сплайна.

$$T := \left(\frac{\begin{bmatrix} Y1 \\ Y2 \\ 0 \\ 0 \\ Y2 \\ Y3 \\ 0 \\ 0 \\ Y3 \\ Y4 \\ 0 \\ 0 \\ Y4 \\ Y5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T}{\begin{bmatrix}
1 & X1 & X1^2 & X1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & X2 & X2^2 & X2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 2 \cdot X2 & 3 \cdot X2^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X2 & -3 \cdot X2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 2 & 6 \cdot X2 & 0 & 0 & -2 & -6 \cdot X2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X2 & X2^2 & X2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X3 & X3^2 & X3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \cdot X3 & 3 \cdot X3^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X3 & -3 \cdot X3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X3 & 0 & 0 & -2 & -6 \cdot X3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X3 & X3^2 & X3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X4 & X4^2 & X3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \cdot X4 & 3 \cdot X4^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X4 & 3 \cdot X4^2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X4 & 0 & 0 & -2 & -6 \cdot X4 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X4 & X4^2 & X4^3 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X5 & X5^2 & X5^3 \\
0 & 0 & 2 & 6 \cdot X1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X5
\end{bmatrix}}\right)^T = \begin{bmatrix} -18,6804 \\ 24,6804 \\ -12,7103 \\ 2,4526 \\ 17,9351 \\ -12,1351 \\ 0,1296 \\ 3,2012 \\ 7,6038 \\ -0,7288 \\ -3,8055 \\ 4,7694 \\ 16,4949 \\ -9,9949 \\ 0,1388 \\ 19,4873 \end{bmatrix}$$

Получаем окончательное уравнение сплайна.

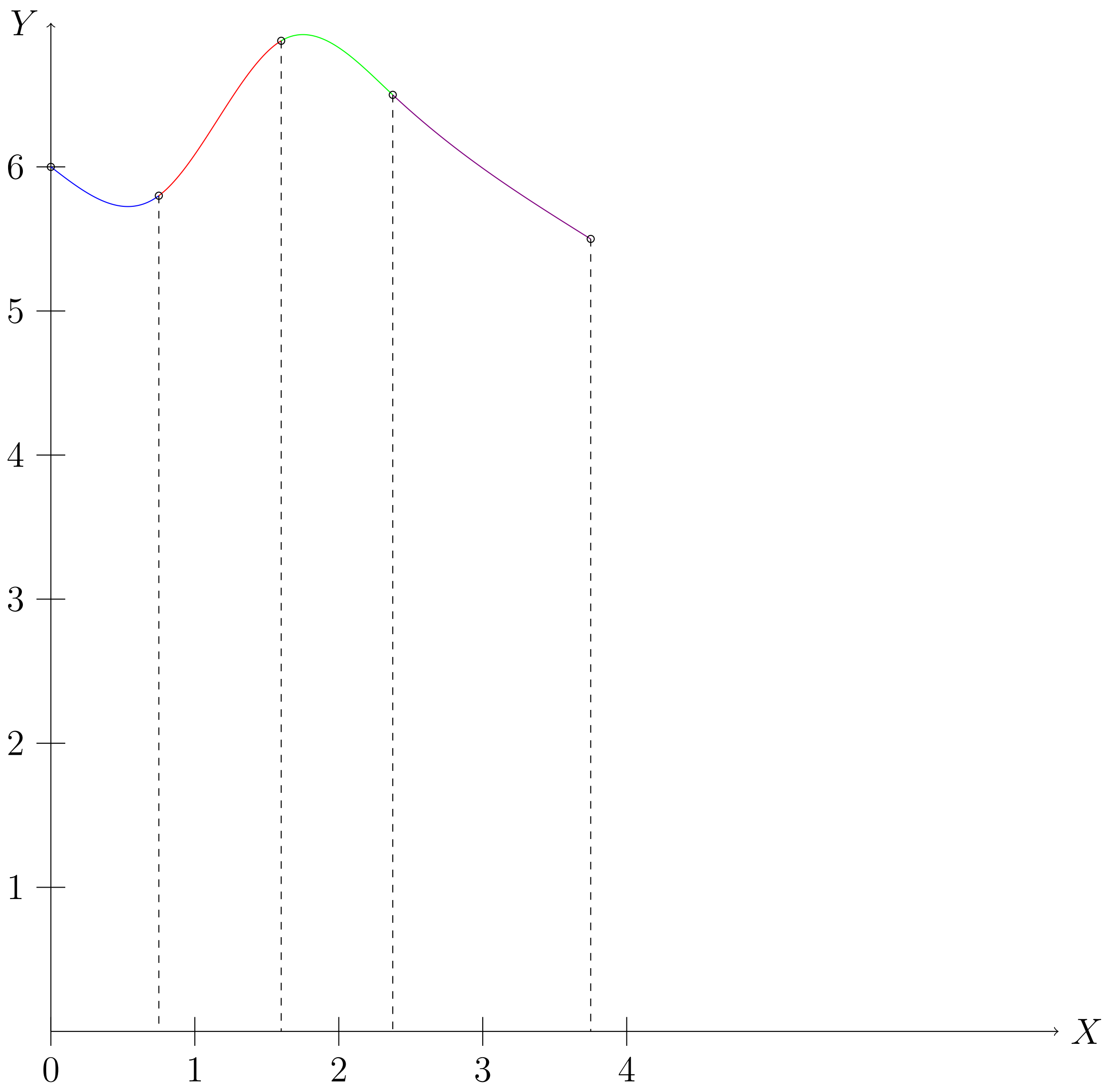
$$F1 := 0,8973 \cdot x^3 + 0 - 0,7714 \cdot x + 6$$

$$F2 := -1,6529 \cdot x^3 + 5,7381 \cdot x^2 - 5,075 \cdot x + 7,0759$$

$$F3 := 1,0417 \cdot x^3 - 7,1962 \cdot x^2 + 15,6199 \cdot x - 3,9613$$

$$F4 := -(-0,0548) \cdot x^3 + 0,6163 \cdot x^2 - 2,9348 \cdot x + 10,7278$$

построение кубического сплайна.



Воспользовавшись функцией interp в пакете Mathcad я нашел значение сплайна в точке $x = 2.4$ в данной точке функция равна 6.5

Оценка погрешности интерполяции эрмитовыми кубическими сплайнами

Для того что бы найти погрешность данным способом нам нужно получить четвертую производную функции и подставить ее в формулу:

$x1 := 0$ $y1 := 6,0$

$x2 := 0,75$ $y2 := 5,8$

$x3 := 1,6$ $y3 := 6,875$

$x4 := 2,375$ $y4 := 6,5$

$x5 := 3,75$ $y5 := 5,5$

$f'1 := \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$ $f'2 := \frac{y3 - y2}{x3 - x2}$ $f'3 := \frac{y4 - y3}{x4 - x3}$ $f'4 := \frac{y5 - y4}{x5 - x4}$

$f'1 = -0,2667$ $f'2 = 1,2647$ $f'3 = -0,4839$ $f'4 = -0,7273$

$f''1 := \frac{f'2 - f'1}{x2 - x1 - x3 - x2}$ $f''2 := \frac{f'3 - f'2}{x3 - x2 - x4 - x3}$ $f''3 := \frac{f'4 - f'3}{x4 - x3 - x5 - x4}$

$f''1 = -0,9571$ $f''2 = 0,5595$ $f''3 = 0,0455$

$f'''1 := \frac{f''2 - f''1}{x2 - x1 - x3 - x2 - (x3 - x2 - x4 - x3)}$ $f'''2 := \frac{f''3 - f''2}{x3 - x2 - x4 - x3 - (x4 - x3 - x5 - x4)}$

$f'''1 = 0,9945$ $f'''2 = -0,231$

$$f''''1 := \frac{f'''2 - f'''1}{x2 - x1 - x3 - x2 - (x3 - x2 - x4 - x3) - (x3 - x2 - x4 - x3 - (x4 - x3 - x5 - x4))}$$

$f''''1 = 1,7508$

$$\boxed{p := \frac{1}{384} \cdot (2,4 - 2)^4 \cdot |f''''1| = 0,0001}$$

Подставив производную в формулу мы видим что погрешность в точке X=2.4 не превышает 0.0001

6. Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i .Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма c_ij требления отдельного i-го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого j-го вида. Известна прибыль $_j$ получаема от выпуска единицы продукции j-го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.
Исходные данные:

Используемые ресурсы, **a_i**	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, **a_i**
	$И_1$	**$И_2$**	**$И_3$**	**$И_4$**	
Песок	1	3	1	5	13
Щебень	2	3	1	7	7
Цемент	5	6	4	8	28
Прибыль, $П_j$	38	45	28	22	

Так как данная задача является целочисленной задачей линейного программирования, стандартная функция мат. пакета «SciLab» для решения задач линейного программирования karmarkar не даст верного решения, так как не учитывает целочисленное ограничение Для решения задачи воспользуемся пакетом lpsolve:

[x,f] $= lp\_solve(F, a, b, e, vlb, [], xint),$:

a – матрица значений технологической норм

B – вектор ограничений на объем используемого сырья

F – вектор значений целевой функции - прибыли

e – вектор, определяющий оператор отношения для ограничений ($\leq = \geq$)

vlb – вектор, задающий нижнюю границу переменных

xint – вектор, задающий целочисленное ограничение на переменные

a = [1,3,1,5;2,3,1,7;5,6,4,8];

B = [13,7,28]';

F = [38,45,28,22];

e = [-1,-1,-1];

vlb = [1,1,1];

xint = [0,1,2,3];

[x,f] =lp_solve(F,a,B,e,vlb,[],xint)

x = [2;0;0;0]

f = 68.

Таким образом, искомым целочисленным решением доставляющим максимум целевой функции является вектор [2;0;0;0], а значением целевой функции, отвечающему этому вектору = 68. Следовательно что бы получить максимальную прибыль равной 68 условных единиц, заводу нужно произвести изделие $И_1$ в размере трех штук.

7. Вывод

Мною были изучены возможности определенного списка математических программ, а так же получено понимание выбора эффективного решения определенной задачи. Были решены задачи по исследованию функции, построению сплайна и нахождению его погрешности, а так же по решению задачи с целочисленным програмированием.

8. Список литературы

1.Ю.С. Завьялов. Методы сплайн-функций. М.Наука, 1980.

2.Introduction in SciLab

3.http://www.nsc.ru/win/docs/TeX/Tobias/lshort2e.html

4.http://lpsolve.sourceforge.net/5.1/Scilab.htm

5.smath studio user's manual