МИНОБРНАУКИ РОССИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ "ЛЭТИ"ИМ, В,И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра роботехники и автоматизации производственных систем (РАПС)

Пояснительная записка к Курсовой работе по дисциплине "Информатика"

Подп. и дата

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

Санкт-Петербург 2018

Вариант 15 Изм. Лист Подп. Дата № докум. Разраб. Лит. Лист Листов Луценко С. В. Пров. Прокшин А. Н. Н. контр. y_{TB} .

Копировал

Содержание 1. Цель и тема курсовой работы..... 3. Введение......5 5. Исследование кубического сплайна..... 8. Список литературы......19 Лист Вариант 15 Лист № докум. Подп. Дата

Инв. № подл.

			Цель ку	рсовой	i pa(б оты: умет	ь применят	гь персона	льный ком	ипьютер и
		матема	атические	пакеты	при	кладных пр	ограмм в и	инженерної	й деятельн	юсти.
			Тема куј	рсовой	i pat	боты: реше:	ние матема	атических	задач с ис	спользова-
		нием м	иатематич	еского 1	пакет	ra "Scilab"и.	ли "Reduce	-algebra".		
та										
и да										
Тодп. и дата										
5л.										
Инв. № дубл.										
[HB.]										
$N^{\underline{o}}$ N										
Взам. инв.										
B_3										
ŭ										
Подп. и дата										
лип.										
\coprod										
J.										
Инв. № подл.		<u> </u>		<u> </u>						
HB. A							Bap	иант 15		Лист
\mathbf{Z}	I I	Иэм Лист	No HOKUM	Полп	π_{ama}		-			3

Копировал

2. Задание на курсовую работу

- 1. Даны функции $f(x) = \sqrt{3} sin(x) + cos(x), g(x) = cos(2x + \frac{\pi}{3}) 1$
- а) Решить уравнение f(x)=g(x).
- б) Исследовать функцию h(x) = f(x) - g(x) на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$
- 2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 1, 1.8, 2.5, 4] \ V_y = [6, 5.9, 6.875, 6.667, 5.833]$$

Построить на графике функции f(x), полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции.

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма $c_i j$ требления отдельного i-ого вида. Известна прибыль π_j получаема от выпусска единицы продукции j-ого вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимального прибыль.

_	,	0.22				recipied bilor o
	Используемые ресур-	Из	готавлива	емые изд	елия	Наличие ресурсов,
	сы, а_і	и, а _і И ₁		И2 И3		aį
	Песок	1	3	1	5	13
	Щебень	2	3	1	7	7
	Цемент	5	6	4	8	28
	Панбата П	20	45	20	22	

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

3. Введение

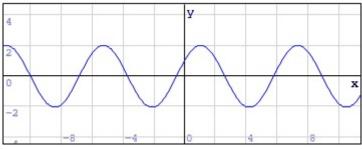
1.В современном мире технологие неудержимо летят вперед, с каждым годом электонно вычеслительная техника становиться мощнее, компактнее и сложнее, а людям приходиться решать все более сложные задачи. С этим людям стали помогать математические пакеты и системы компьютерной алгебры, которые во много раз сокращают время на решение сложнейших задач, с бесчисленным колличеством чисел, сейчас такие программы доступны каждому, хоть и не все они бесплатные.

ё Изм Лист № докум. Подп. Дата Вариант 15 5		
————————————————————————————————————	Подп. и дата	
Вариант 15 Вариант 15 Ва	Инв. № дубл.	
Е Вариант 15 Вариант 15 Изм Лист № докум. Подп. Дата		
rash vinor v. Ashym risam. Ash	Подп. и дата	
▼ ▼	M нв. $\mathscr{N}^{\underline{\imath}}$ подл.	— Вариант 15 Изм Лист № докум. Подп. Дата Копировал

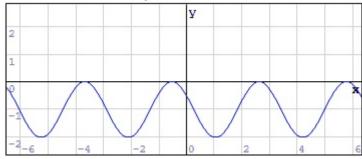
4.Исследование функции

1. Даны функции:

$$f(x) = \sqrt{3}sin(x) + cos(x)$$



$$g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$$



- а) Решить уравнение f(x)=g(x).
- б) Исследовать функцию h(x)=f(x)-g(x) на промежутке $[0;\frac{5\pi}{6}]$

-19.3732 -16.2316

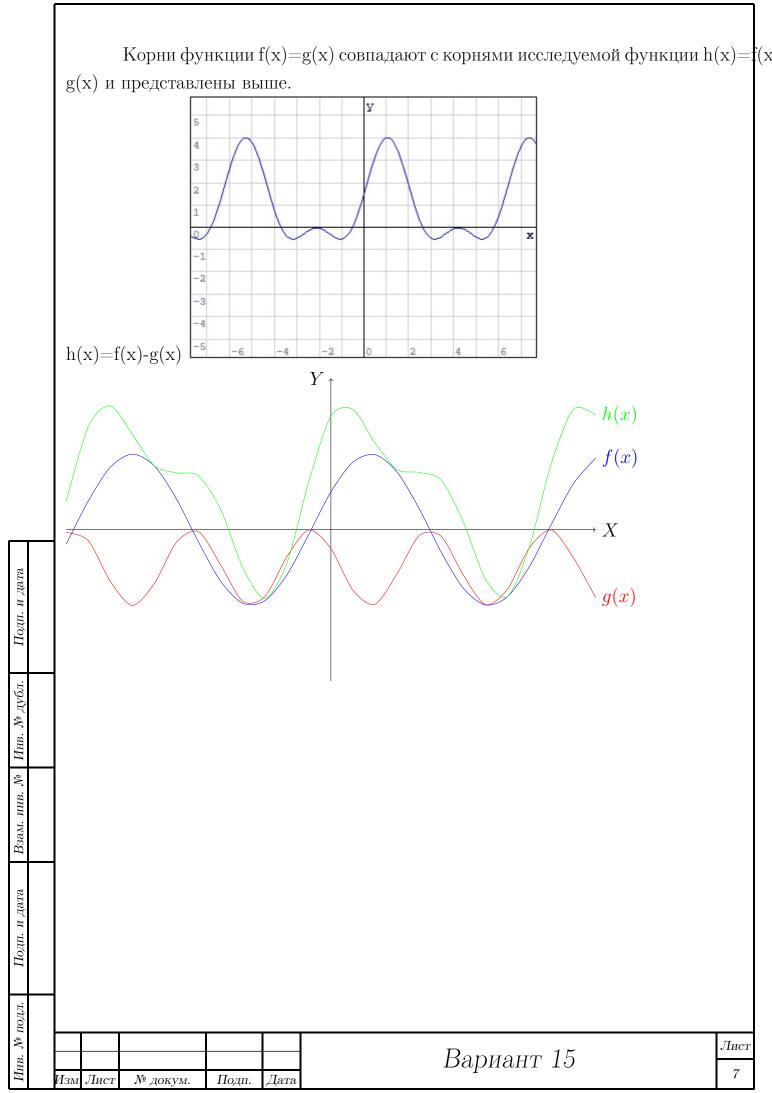
Решение уравнения.

$$h(x)=f(x)-g(x)$$

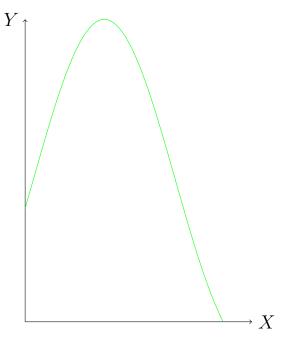
Взам. инв. №

Hнв. $\mathcal{N}^{\underline{o}}$ подл.

V	Ізм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата



Копировал



Найдем корни и пересечения с осями.

Область определения функции задана и равна от x=0 до $x=\frac{5\pi}{6}$

Так как функция h(x)является функцией общего вида то и на области определения она также обладает общим видом если брать функцию h(x)полностью то она переодична так как повторяется при каждом изменении x на $6*\frac{5\pi}{6}$ но так как область определения составляет 1/6 от периода повтора функция не повторяется в области определения что означает у нее отсутствует периодичность

$$x := \frac{3\pi}{6}$$

$$\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \left(\cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{2}\right) - 1\right) = 0$$

 $\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \left(\cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) - 1\right) = 0$ 1. Найдем пересечение с осью X

2.Найдем пересечение с осью $Y^{\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \left(\cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) - 1\right) = 1.5}$

Инв. № дубл. Взам. инв. № Подп. и дата Инв. № подл.

Подп. № докум. Лист Дата

Вариант 15

Лист

3. Найдем экстремум в пределах области определения

$$h(x) := \left(\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x)\right) - \cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$$

$$\frac{d^{1}}{dx^{1}}h(x) \rightarrow 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot x\right) - \sin(x) + \sqrt{3} \cdot \cos(x)$$

$$\frac{d^{1}}{dx^{1}}h(x) \rightarrow 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot x\right) - \sin(x) + \sqrt{3} \cdot \cos(x)$$

extr := root
$$\left(\frac{d^1}{dx^1}h(x), x, 0, 5 \cdot \frac{\pi}{6}\right)$$

extr = 1.047

h(extr) = 4

- 4. Функция не имеет разрывов
- 5. Так как функция являеться изначально синусоидальной асимптот не имеет
- 6.Имеет выпуклость (0;2618)
- 7. Точек перегибов не имеет

Подп. и дата				
Инв. № дубл.				
Взам. инв. №				
Подп. и дата				
Инв. № подл.	Изм Лист № докум.	Подп. Дата	Вариант 15	Лист 9

5. Исследование кубического сплайна.

Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 1, 1.8, 2.5, 4] \ V_y = [4, 3.9, 4.575, 4.667, 5.833]$$

Построить на графике функции f(x), полученные после нахождения коэффицентов кубического сплайна.

Оценить погрешность интерполяции в точке x=2.8 Вычислить значение функции в точке x=1.8

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных.

Подп. и дата				
Инв. № дубл.				
Взам. инв. №				
Подп. и дата				
Инв. № подл.	Изм Лист № докум. П	одп. Дата	Вариант 15	Лист 10

Нахождение коэффициентов кубического сплайна.

Найдем уравнение сплайна проходящего через пять точек (x_1, y_1) , $(x_2, y_2), (x_3, y_3)(x_4, y_4)$. Для того чтобы потенциальная энергия изогнутой металлической линейки(сплайна) принимала минимальное значение, производная четвертого порядка должна быть равна нулю, значит мы можем представить сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$

$$F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, x \in [x_i, x_{i+1}]$$

По такому же принципу составляем 8 уравнений, по два на каждый участок кривой.

y1 := A	10 + A	11 ·X1 + X	$A_{12} \cdot X1^2 + A$	13 · X1 3
y2 := A	10 + A	11 · X2 + A	12 · X2 2 + A	13 · X2 ³
y2 := A	20 + A	21 ·X2 + A	$A_{22} \cdot X2^2 + A$	23 ·X2 ³
у3 := A	20 + A	21 · X3 + I	$A_{22} \cdot X3^2 + A$	23 · <i>X3</i> ³
у3 := A	30 + A	31 - 23 + 2	$A_{32} \cdot X3^2 + A$	33 · X3 ³
y4 := A	30 + A	31 · X4 + A	$\frac{1}{32} \cdot X4^2 + A$	33 · X4 ³
y4 := A	40 + A	41 - 24 + 2	$A_{42} \cdot X4^2 + A$	43 · X4 ³
y5 := A	40 + A	41 · X5 + X	42 · X5 ² + A	43 · <i>X</i> 5 ³

I								
Инв. № дубл.								
Взам. инв. №								
Подп. и дата								
H нв. $\mathbb{N}^{\underline{o}}$ подл.	Изм Лист	№ докум.	Подп.	Дата		Вариант	- 15	Лист
•	•		-			Копировал		•

Для того, чтобы не было излома сплайна добавляем три уравнения с производными первого порядка, по одному на каждое соединение.

Для получения одинакового изгиба с каждой стороны стыков добавляем три уравнения с производными второго порядка.

$$\begin{array}{c} 2 \cdot \mathbf{A} & \\ 12 + 6 \cdot \mathbf{A} & \\ 13 \cdot \mathbf{X} & 2 := 2 \cdot \mathbf{A} & \\ 22 + 6 \cdot \mathbf{A} & \\ 23 \cdot \mathbf{X} & 3 := 2 \cdot \mathbf{A} & \\ 32 + 6 \cdot \mathbf{A} & \\ 33 \cdot \mathbf{X} & 3 \end{array}$$
$$\begin{array}{c} 2 \cdot \mathbf{A} & \\ 22 + 6 \cdot \mathbf{A} & \\ 33 \cdot \mathbf{X} & 3 \end{array}$$
$$\begin{array}{c} 2 \cdot \mathbf{A} & \\ 32 + 6 \cdot \mathbf{A} & \\ 33 \cdot \mathbf{X} & 3 \end{array}$$

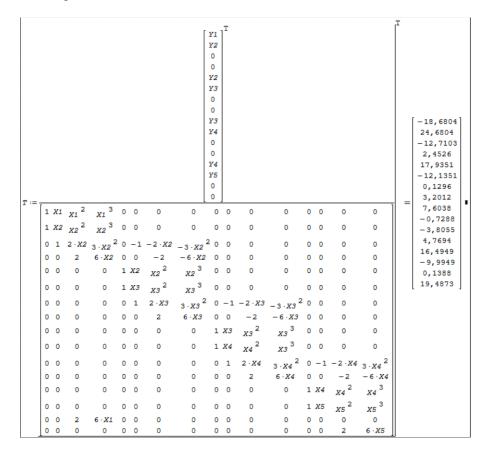
Добавим уровнения отвечающие за положение концов сплайна, в нашем случае они оставлены свободно.

$$2 \cdot \mathbf{A}_{12} + 6 \cdot \mathbf{A}_{13} \cdot \mathbf{X}_{1} := 0$$

$$2 \cdot \mathbf{A}_{42} + 6 \cdot \mathbf{A}_{43} \cdot \mathbf{X}_{5} := -0$$

Подп. и дата			
Инв. № дубл.			
Взам. инв. №			
Подп. и дага			
Инв. № подл.	Изм Лист № докум. Подп. Дата	Вариант 15	Лист 12
<u> </u>		Копировал	, ,

Таким образом были найдены 16 уровнений из которых можно составить матрицу размерностью 16х16. С ее помощью, решая матричное уровнение, находим коофиценты кубического сплайна.



Получаем окончательное уравнение сплайна.

$$F1 := 0,8973 \cdot x^{3} + 0 - 0,7714 \cdot x + 6$$

$$F2 := -1,6529 \cdot x^{3} + 5,7381 \cdot x^{2} - 5,075 \cdot x + 7,0759$$

$$F3 := 1,0417 \cdot x^{3} - 7,1962 \cdot x^{2} + 15,6199 \cdot x - 3,9613$$

$$F4 := -(-0,0548) \cdot x^{3} + 0,6163 \cdot x^{2} - 2,9348 \cdot x + 10,7278$$

Подп. и

Инв. № дубл.

инв.

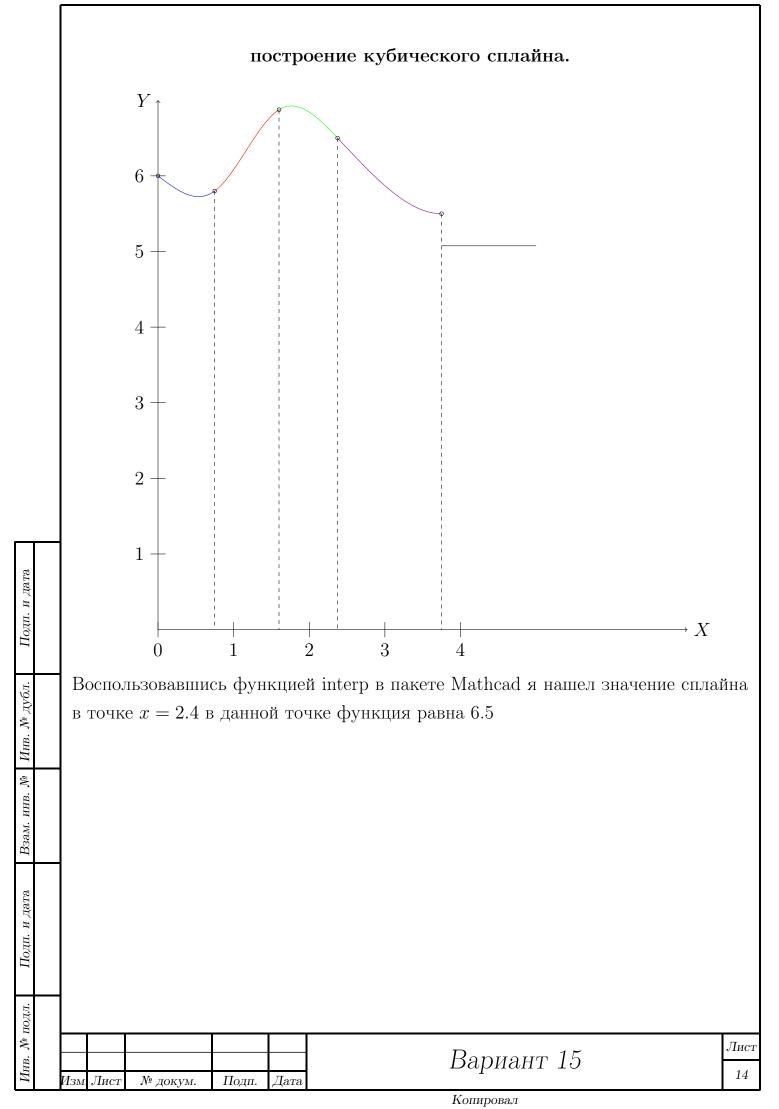
Взам. 1

и дата

Подп.

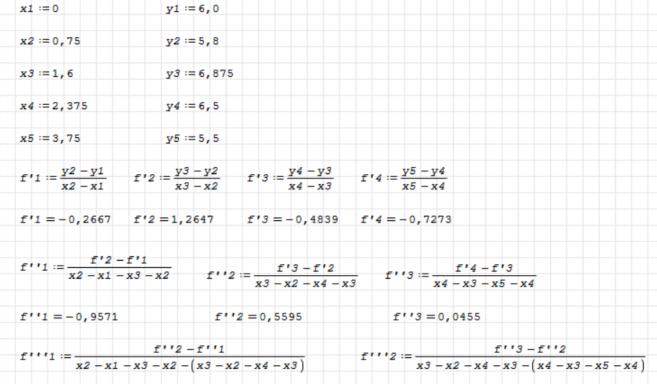
подл.

Инв. №



Оценка погрешности интерполяции эрмитовыми кубическими сплайнами

Для того что бы найти погрешность данным способом нам нужно получить четвертую производную функции и подставить ее в формулу:



 $p := \frac{1}{384} \cdot (2, 4 - 2)^{4} \cdot |f''''1| = 0,0001 \blacksquare$

Инв. № дубл.

инв. M

Взам.

и дата

Подп.

подл.

 $N_{
m HB}$. $N^{
m g}$

Подставив производную в формулу мы видим что погрешность в точке $X{=}2.4$ не превышает 0.0001

Изм Лист № докум. Подп. Дата

Вариант 15

Лист 15 Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма $c_i j$ требления отдельного і-го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого ј-го вида. Известна прибыль j получаема от выпуска единицы продукции ј-го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Исходные данные:

Подп. и дата

Взам. инв. №

Используемые ресур-	Изг	готавлива	емые изд	елия	Наличие ресурсов,
сы, а į	И1	И2	И3	И4	aį
Песок	1	3	1	5	13
Щебень	2	3	1	7	7
Цемент	5	6	4	8	28
Прибыль, $\Pi_{\mathbf{i}}$	38	45	28	22	

Так как данная задача является целочисленной задачей линейного программирования, стандартная функция мат. пакета «SciLab» для решения задач линейного программирования karmarkar не даст верного решения, так как не учитывает целочисленное ограничение Для решения задачи воспользуемся пакетом lpsolve:

$$[\mathbf{x},\mathbf{f}] = lp_solve(F, a, b, e, vlb, [], xint), :$$

а – матрица значений технологической норм

В – вектор ограничений на объем используемого сырья

F – вектор значений целевой функции - прибыли

е – вектор, определяющий оператор отношения для ограничений ($\leq = \geq$)

vlb – вектор, задающий нижнюю границу переменных

xint – вектор, задающий целочисленное ограничение на переменные

a = [1,3,1,5;2,3,1,7;5,6,4,8];

B = [13,7,28];

F = [38,45,28,22];

e = [-1, -1, -1];

vlb = [1,1,1];

xint = [0,1,2,3];

	·			
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Вариант 15

Лист 16 $\begin{aligned} [x,f] =& lp_solve(F,a,B,e,vlb,[],xint) \\ x = [2;0;0;0] \\ f = 68. \end{aligned}$

Таким образом, искомым целочисленным решением доставляющим максимум целевой функции является вектор [2;0;0;0], а значением целевой функции, отвечающему этому вектору = 68. Следовательно что бы получить максимальную прибыль равной 68 условных единиц, заводу нужно произвести изделие $И_1$ в размере трех штук.

Подп. и дата												
Инв. № дубл.												
Взам. инв. №												
Подп. и дата												
Инв. № подл.						-		Bap	иант	15		Лист
$N_{ m I}$	Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата			Копира				17
								топиро	льал			

7. Вывод

Мною были изучены возможности определенного списка математических программ, а так же получено понимание выбора эффективного решения определенной задачи. Были решены задачи по исследованию функции, построению сплайна и нахождению его погрешности, а так же по решению задачи с целочисленным програмированием.

Подп. и дата		
Инв. № дубл.		
Взам. инв. №		
Подп. и дага		
Инв. № подл.	Вариант 15 Изм Лист № докум. Подп. Дата Копировал	Лист

